三次元二対象物把握系の安定性解析

Grasp Stability Analysis of Two Objects in Three Dimensions

○正　山田貴孝（名工大）　　山本智哉（名工大）
正　舟橋康行（中京大）

Takayoshi YAMADA, Nagoya Institute of Technology, yamada.takayoshi@nitech.ac.jp
Tomoya YAMAMOTO, Nagoya Institute of Technology
Yasuyuki FUNAHASHI, Chukyo University

This paper analyzes grasp stability of two objects in three dimensions. For efficiency of tasks, multiple objects are grasped and manipulated by a robot hand. In order to design stable grasp, grasp stability of multiple objects is quantitatively evaluated. In case of two grasped objects in three dimensions, the number of parameters of object displacement is twelve. However, the displacement of the objects is constrained by each other, because the contact between the objects has to be maintained. Independent parameters of the object displacement are provided and then finger displacement is derived. The grasp stability is evaluated from the viewpoint of the potential energy method.

Key Words: Grasp stability, multiple objects, rolling contact, sliding contact, multifingered robot hand

1.　緒言

ロボットで様々な形状の対象物を器用に把握し操るためには，人間の手のような多関節型多指ロボットハンドが有効と考えられる．さらに，作業を効率的に遂行するためには，一つの多指ロボットハンドで複数の対象物を同時に把握・操ることが必要となる．原田ら(1)は転がりを利用した複数対象物の操り操作を考察した．吉川ら(2)はパワーグラスプを扱った．余ら(3)は力学的平衡条件を基にした指先力決定問題を扱った．しかし，これらの研究では把握系の安定性は扱われていない．そこで、著者ら(4)は複数対象物の中で最も基本的な二次元二対象物把握系の安定性を解析した．

本論文では文献(4)と同様の問題を，三次元の場合について解析する．二対象物の変位のパラメタ数は 12 であるが，接触を維持するという拘束条件により，対象物の位置・姿勢変位に関する独立なパラメタ数は減少する．これを，対象物同士の接触点座標系で生じる微小変位で表わし，指先位置の微小変位を導出する．そして，ポテンシャルエネルギの観点から把握系の安定性を解析する．

2.　問題の設定

図 1 に示すように，三次元平面内で多指ロボットハンドにより二つの対象物を把握している場合を考える．

2.1　把握系の安定性の定義

外乱により，二つの対象物に微小変位が生じたとする．二対象物の位置・姿勢変位の独立なパラメタを $\boldsymbol{\varepsilon}$ とし，把握系に蓄えられるポテンシャルエネルギを $U(\boldsymbol{\varepsilon})$ とおく．初期把握状態が安定であるための必要十分条件は，微小変位 $\boldsymbol{\varepsilon}$ に対して次の式を満たすことである．

$$U(\boldsymbol{\varepsilon})-U(0)>0 \ \text{ for } {}^{\forall}\boldsymbol{\varepsilon}\neq 0\,. \tag{1}$$

$U(\boldsymbol{\varepsilon})$ を Taylor 展開する．

$$U(\boldsymbol{\varepsilon})=U(0)+\boldsymbol{\varepsilon}^T G+\frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^T H\boldsymbol{\varepsilon}+\ldots \tag{2}$$

G は Gradient，H は Hessian である．式(1)および(2)より，次の二つの条件を満たすならば把握系は安定である．

(C1) G=0

(C2) H が正定

2.2　仮定

問題を明確にするため，本稿の仮定を以下に示す．

(A1) 対象物および指先は剛体である．

(A2) 指先と対象物，対象物と対象物はそれぞれ 1 点で接触をする．

(A3) 接触点位置，接触点での法線，接触点近傍の曲率は既知である．また，接触点近傍の 2 方向の主曲率は同じとする．

(A4) 初期把握状態は力学的に平衡している．

(A5) 外乱による対象物の位置・姿勢変位は微小である．

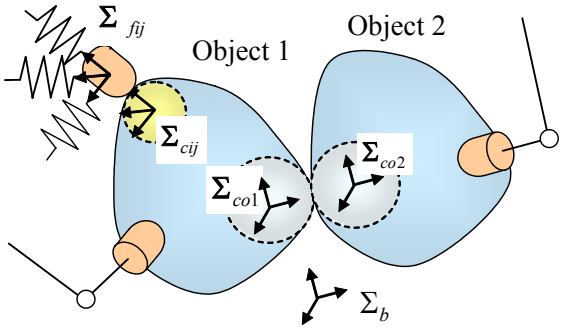


Fig. 1 Two objects grasped by a multi-fingered hand in three dimensions

(A6) 指先の姿勢変位は微小であり，変位と反力との関係は三次元の直交仮想バネで置き換えられる．

仮定(A3)は接触点近傍の形状を球近似することを意味する．仮定(A6)について，指先が回転する一般的な場合は今後の研究課題とする．

仮定(A4)により条件(C1)は満たされている．本稿では，条件(C2)のヘッシアン H の正定性を用いて把握系の安定性を評価する．

2.3 記号

図 1 に示すように，把握系に以下の座標系を設定する．

Σ_b : 基準座標系．

Σ_{oi} : 対象物 i の基準座標系．

Σ_c : 対象物同士の接触点に設定した座標系．

Σ_{coi} : 対象物同士の接触における対象物 i 側の接触点座標系

Σ_{cij} : 対象物 i と指 j との接触における対象物側接触点座標系．

Σ_{fij} : 対象物 i に接触している指 j の指先座標系．

接触点位置，その法線および曲率を次のように表わす．

${}^{oi}\boldsymbol{c}_{coi}$: Σ_{oi} から見た対象物同士の接触点位置．

${}^{coi}\boldsymbol{c}_{coi}$: Σ_{coi} から見た対象物同士の接触点位置．

${}^{oi}\boldsymbol{c}_{cij}$: Σ_{oi} から見た指と対象物との接触点位置．

${}^{oi}\boldsymbol{n}_{coi}$: Σ_{oi} で見た対象物同士の接触点の外向き法線．

${}^{oi}\boldsymbol{n}_{cij}$: Σ_{oi} で見た指との接触点の外向き法線．

κ_{coi} : 対象物同士の接触点における，対象物 i 側の曲率．

κ_{cij} : 対象物 i と指 j の接触点における，対象物 i 側の曲率．

κ_{fij} : 対象物 i に接触する指 j の指先の曲率．

初期把握状態における各座標系の位置・姿勢の関係を同次変換行列を用いて表わす．

$$
{}^{oi}T_{coi}=\left[\begin{array}{c|c}{}^{oi}R_{coi} & {}^{oi}\boldsymbol{p}_{coi}\\ \hline 0 & 1\end{array}\right],\ {}^{oi}T_{cij}=\left[\begin{array}{c|c}{}^{oi}R_{cij} & {}^{oi}\boldsymbol{p}_{cij}\\ \hline 0 & 1\end{array}\right],
$$

$$
{}^{cij}T_{fij}=\left[\begin{array}{c|c}I_3 & (\kappa_{cij}^{-1}+\kappa_{fij}^{-1})\boldsymbol{u}_1\\ \hline 0 & 1\end{array}\right],\ \boldsymbol{u}_1=[1,0,0]^T \tag{3}
$$

ただし，I_3 は 3×3 の単位行列であり，位置ベクトル $\boldsymbol{p}$ と回転行列 R は，仮定(A3)の接触点位置，法線，曲率を用いて次の式で計算できる．

$$
{}^{oi}\boldsymbol{p}_{coi}={}^{oi}\boldsymbol{c}_{coi}-\kappa_{coi}^{-1}\{{}^{oi}\boldsymbol{n}_{coi}\},\ {}^{oi}\boldsymbol{p}_{cij}={}^{oi}\boldsymbol{c}_{cij}-\kappa_{cij}^{-1}\{{}^{oi}\boldsymbol{n}_{cij}\},
$$

$$
{}^{oi}R_{cij}=[{}^{oi}\boldsymbol{n}_{cij},{}^{oi}\boldsymbol{t}_{ycij},{}^{oi}\boldsymbol{t}_{zcij}], \tag{4}
$$

各座標系に生じる微小変位を次のように表記する．

$\boldsymbol{\delta}_{oi}:=[\boldsymbol{x}_{oi}^T,\boldsymbol{\xi}_{oi}^T]^T\in\Re^6$: 初期の Σ_{oi} から見た，Σ_{oi} 自身の変位量（並進，回転）．

$\boldsymbol{\delta}_{coi}:=[\boldsymbol{x}_{coi}^T,\boldsymbol{\xi}_{coi}^T]^T\in\Re^6$: 初期の Σ_{coi} から見た，Σ_{coi} 自身の変位量（並進，回転）．

$\boldsymbol{\delta}_{cij}:=[\boldsymbol{x}_{cij}^T,\boldsymbol{\xi}_{cij}^T]^T\in\Re^6$: 初期の Σ_{cij} から見た，Σ_{cij} 自身の変位量（並進，回転）．

$\boldsymbol{\delta}_{fij}:=\boldsymbol{x}_{fij}\in\Re^3$: 初期の Σ_{fij} から見た，Σ_{fij} 自身の並進量．

これらの微小変位に対応する同次変換行列を，次のように表記する．

$$
{}^{oi}T_{oi'}(\boldsymbol{\delta}_{oi})=\left[\begin{array}{c|c}\mathrm{Rot}(\xi_{oi}) & \boldsymbol{x}_{oi}\\ \hline 0\ \ 0\ \ 0 & 1\end{array}\right],
$$

$$
{}^{coi}T_{coi'}(\boldsymbol{\delta}_{coi})=\left[\begin{array}{c|c}\mathrm{Rot}(\xi_{coi}) & \boldsymbol{x}_{coi}\\ \hline 0\ \ 0\ \ 0 & 1\end{array}\right],
$$

$$
{}^{cij}T_{cij'}(\boldsymbol{\delta}_{coi})=\left[\begin{array}{c|c}\mathrm{Rot}(\xi_{cij}) & \boldsymbol{x}_{cij}\\ \hline 0\ \ 0\ \ 0 & 1\end{array}\right],
$$

$$
{}^{fij}T_{fij'}(\boldsymbol{\delta}_{fij})=\left[\begin{array}{c|c}I_3 & \boldsymbol{x}_{fij}\\ \hline 0\ \ 0\ \ 0 & 1\end{array}\right]. \tag{5}
$$

ただし，Rot(*)は 3 次元の回転行列であり，プライムは微小変位後を意味する．対象物が剛体であるという仮定(A1)より ${}^{oi'}T_{coi'}={}^{oi}T_{coi}$，${}^{oi'}T_{cij'}={}^{oi}T_{cij}$ である．

仮定(A6)の仮想バネの剛性を $K_{ij}=\mathrm{diag}[k_{xij},k_{yij},k_{zij}]$ と表記し，指先座標系 Σ_{fij} に沿って設定する．ただし，$k_{xi}>0$，$k_{yi}>0$，$k_{zij}>0$ である．初期把握状態において圧縮されており，仮定(A4)の初期指先力 $\boldsymbol{f}_{ij}$ を生じているとする．その圧縮量を $\boldsymbol{x}_{fij0}=[x_{fij0},y_{fij0},z_{fij0}]^T$ と表記すると

$$
\boldsymbol{f}_{ij}=K_{ij}\boldsymbol{x}_{fij0} \tag{6}
$$

の関係がある．

3. 対象物および指先位置の変位

対象物と指先の各座標系の微小変位を導出する．

3.1 対象物同士の接触点座標系 Σ_{coi} の変位

まず，対象物同士の接触点座標系 Σ_{coi} で生じる微小変位を考える．この微小変位には対象物同士が離れないという拘束より図 2 に示す 11 種類で表せる．このそれぞれに対応するパラメタを $\boldsymbol{\alpha}:=[\boldsymbol{\alpha}_{trans}^T,\boldsymbol{\alpha}_{rot}^T,\boldsymbol{\alpha}_{contact}^T]^T\in\Re^{11}$ とおく．$\boldsymbol{\alpha}_{trans}:=[\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3]^T$ は接触点座標系 Σ_c の並進量，$\boldsymbol{\alpha}_{rot}:=[\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6]^T$ は Σ_c の回転量，$\boldsymbol{\alpha}_{contact}:=[\alpha_7,\alpha_8,\alpha_9,\alpha_{10},\alpha_{11}]^T$ は物体間の接触点の変位に相当する弧長を表わす．

したがって，Σ_{coi}, (i=1,2)の変位量 $\boldsymbol{\delta}_{coi}$ は次の式で表わすことができる（図 3）．

$$
\boldsymbol{x}_{coi}=\boldsymbol{\alpha}_{trans}-\{\mathrm{Rot}(\boldsymbol{\alpha}_{rot})-I_3\}\{{}^{coi}\boldsymbol{c}_{coi}\}, \tag{7.a}
$$

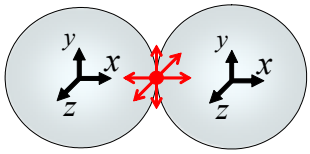
$$
\boldsymbol{\xi}_{coi}=\boldsymbol{\alpha}_{rot}+\Gamma_i\boldsymbol{\alpha}_{contact}. \tag{7.b}
$$

ただし，

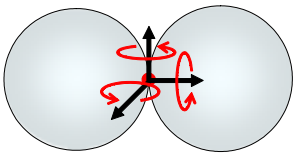
$$
\gamma_1=1,\ \gamma_2=-1,\ {}^{coi}\boldsymbol{c}_{coi}:=\gamma_i\kappa_{coi}^{-1}\boldsymbol{u}_1,
$$

$$
\Gamma_i:=\kappa_{coi}\begin{bmatrix}\gamma_i & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{2}(1+\gamma_i)I_2 & \frac{1}{2}(1-\gamma_i)I_2\end{bmatrix}\in\Re^{3\times5}
$$

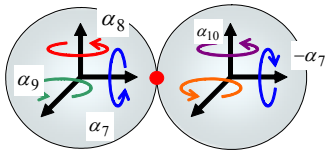
である．



(a) $\boldsymbol{\alpha}_{trans} := [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]^T$



(b) $\boldsymbol{\alpha}_{rot} := [\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6]^T$



(c) $\boldsymbol{\alpha}_{contact} := [\alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}]^T$

Fig. 2 Eleven types of object motion

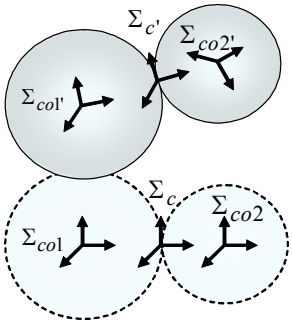


Fig. 3 Displacement of Σ_{coi}

3.2 対象物座標系 Σ_{oi} と接触点座標系 Σ_{cij} の変位

次に，$\boldsymbol{\delta}_{coi}$ を用いて，対象物座標系 Σ_{oi} に生じる微小変位 $\boldsymbol{\delta}_{oi}$ と，指先との接触点座標系 Σ_{cij} に生じる微小変位 $\boldsymbol{\delta}_{cij}$ を求める．同次変換行列の関係式は

$$ {}^{oi}T_{oi'}(\boldsymbol{\delta}_{oi}) = \{{}^{oi}T_{coi}\}\{{}^{coi}T_{coi'}(\boldsymbol{\delta}_{coi})\}\{{}^{oi'}T_{coi'}\}^{-1} \tag{8} $$

$$ {}^{cij}T_{cij'}(\boldsymbol{\delta}_{cij}) = \{{}^{oi}T_{cij}\}^{-1}\{{}^{oi}T_{oi'}(\boldsymbol{\delta}_{oi})\}\{{}^{oi'}T_{cij'}\} \tag{9} $$

である．したがって，

$$ \boldsymbol{x}_{cij} = \{{}^{coi}R_{cij}\}^T[\boldsymbol{x}_{coi} + \{\mathrm{Rot}(\boldsymbol{\xi}_{coi}) - I_3\}\{{}^{coi}\boldsymbol{p}_{cij}\}], \tag{10.a} $$

$$ \boldsymbol{\xi}_{cij} = \{{}^{coi}R_{cij}\}^T\boldsymbol{\xi}_{coi} \tag{10.b} $$

を得る．ただし，${}^{coi}\boldsymbol{p}_{cij} := {}^{coi}R_{oi}({}^{oi}\boldsymbol{p}_{cij} - {}^{oi}\boldsymbol{p}_{coi})$ である．

3.3 指先座標系 Σ_{fij} の変位

座標系 Σ_{cij} が変位すると指先座標系 Σ_{fij} は図 4 に示すように対象物上を移動する．このときに生じる指先上の接触点の変位角を $\boldsymbol{\beta}_{ij} := [\beta_{xij}, \beta_{yij}, \beta_{zij}]^T$ とする．指先の位置変位が並進のみであるという仮定(A6)から，この Σ_{fij} の微小変位 $\boldsymbol{x}_{fij}$ は次の式で与えられる．

$$ \boldsymbol{x}_{fij}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}_{ij}) = \boldsymbol{x}_{cij}(\boldsymbol{\alpha}) + \{\mathrm{Rot}(\boldsymbol{\beta}_{ij}) - I_3\}\{{}^{cij}\boldsymbol{p}_{fij}\}. \tag{11} $$

ただし，${}^{cij}\boldsymbol{p}_{fij} := \tilde{\kappa}_{ij}^{-1}\boldsymbol{u}_1$，$\tilde{\kappa}_{ij}^{-1} := \kappa_{cij}^{-1} + \kappa_{fij}^{-1}$ である．

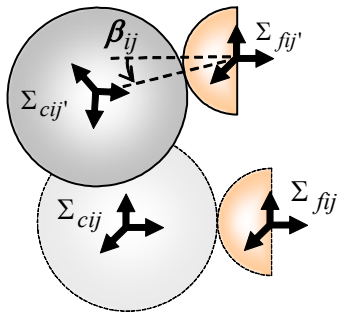


Fig. 4 Displacement of Σ_{fij}

4. 把握の安定性

対象物 i に接触する指 j に蓄えられるポテンシャルエネルギ U_{ij} は

$$ \begin{aligned} &U_{ij}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}_{ij}) \\ &= \frac{1}{2}\{\boldsymbol{x}_{fij0} + \boldsymbol{x}_{fij}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}_{ij})\}^T K_{ij}\{\boldsymbol{x}_{fij0} + \boldsymbol{x}_{fij}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}_{ij})\}. \end{aligned} \tag{12} $$

で与えられる．把握系のポテンシャルエネルギは

$$ U = \sum_{i,j} U_{ij}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}_{ij}) \tag{13} $$

となる．ここで，$\boldsymbol{\alpha}$ および $\boldsymbol{\beta}_{ij}$ は接触点の摩擦の有無に依存する．以下では，接触点の摩擦の有無に応じて拘束条件を求め，ヘッシアンを導出する．

4.1 対象物間の接触点に摩擦が無い場合

対象物間の接触点に摩擦が無い場合，滑りを生じ，対象物の微小変位は 11 個の独立なパラメタで表せる．

$$ \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{os} := [\boldsymbol{\alpha}_{trans}^T, \boldsymbol{\alpha}_{rot}^T, \boldsymbol{\alpha}_{contact}^T]^T \in \Re^{11} \tag{14} $$

右上添え字 os は対象物間が滑ることを意味する．

4.1.1 指先との接触点に摩擦が無い場合

指と対象物との接触点に摩擦が無いとすれば，初期指先力 $\boldsymbol{f}_{ij}$ は接触点の法線方向のみとなるので，

$$ f_{yij} = 0,\ f_{zij} = 0 \tag{15} $$

である．また，指先表面上の接触点位置は 2 つのパラメタ $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{ij} := [\beta_{yij}, \beta_{zij}]^T$ により表せる．つまり，y, z 平面内の軸まわりの回転量で表せるので

$$ \beta_{xij} = 0 \tag{16} $$

とおける．指先位置は，指のポテンシャルエネルギ U_{ij} が局所最小になる位置に変位するので，$\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{ij}$ は次の式を満たす．

$$ \partial U_{ij}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}_{ij}) / \partial\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{ij} = 0 \tag{17.a} $$

$$ \partial^2 U_{ij}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}_{ij}) / \partial\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{ij}^T \partial\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{ij} > 0 \tag{17.b} $$

式(11)-(17.a)より，指 j のヘッシアンは

$$ \begin{aligned} H_{ij}^{fs} &= \tfrac{1}{2}\{V_{ai}\}[S_{aij}^{fs} + \{S_{aij}^{fs}\}^T]\{V_{ai}\}^T \\ &+ \tfrac{1}{2}\{V_b\}[S_{bij} + \{S_{bij}\}^T]\{V_b\}^T \\ &+ E_{coi}W_{ij}^s K_{ij}^{fs}\{E_{coi}W_{ij}^s\}^T \end{aligned} \tag{18} $$

となる．ただし，

$$ S_{aij}^{fs} := [{}^{coi}\boldsymbol{p}_{cij}\otimes][({}^{coi}R_{cij}\boldsymbol{f}_{ij})\otimes], $$

$$S_{bij} := -[{}^{coi}\boldsymbol{c}_{coi}\otimes][({}^{coi}R_{cij}\boldsymbol{f}_{ij})\otimes],$$

$$V_{ai} := E_{coi}[0_{3\times3}, I_3]^T,\ V_b := [0_{3\times3}, I_3, 0_{3\times5}]^T$$

$$E_{coi} := \left[\begin{array}{c|c} I_3 & 0_{3\times3} \\ \hline -[{}^{coi}\boldsymbol{c}_{coi}\otimes] & I_3 \\ \hline 0_{5\times3} & \Gamma_i^T \end{array}\right],\ W_{ij}^{fs} := \left[\begin{array}{c} I_3 \\ [{}^{coi}\boldsymbol{p}_{cij}\otimes] \end{array}\right]\{{}^{coi}R_{cij}\},$$

$$K_{ij}^{fs} := \mathrm{diag}[k_{xij}, -\frac{\tilde{\kappa}_{ij}k_{yij}f_{xij}}{k_{yij}-\tilde{\kappa}_{ij}f_{xij}}, -\frac{\tilde{\kappa}_{ij}k_{zij}f_{xij}}{k_{zij}-\tilde{\kappa}_{ij}f_{xij}}] \tag{19}$$

である．記号⊗は 3 次元の外積を表わす．右上添え時 fs は指先が滑ることを意味する．なお，式(17.b)より k_{yij}，k_{zij}，f_{xij} は

$$\tilde{\kappa}_{ij}f_{xij} - k_{yij} < 0,\ \tilde{\kappa}_{ij}f_{xij} - k_{zij} < 0 \tag{20}$$

を満たさなければならない．

4.1.2　指先との接触点に摩擦が有る場合

指と対象物の接触点に摩擦が有る場合，指は対象物上を転がるので，$\boldsymbol{\beta}_{ij}$ の拘束条件は

$$\boldsymbol{\beta}_{ij} = \tilde{\kappa}_{ij}\kappa_{cij}^{-1}\boldsymbol{\xi}_{cij}. \tag{21}$$

で与えられる．したがって，指 j のヘッシアンは

$$\begin{aligned} H_{ij}^{fr} &= \tfrac{1}{2}\{V_{ai}\}[S_{aij}^{fr} + \{S_{aij}^{fr}\}^T]\{V_{ai}\}^T \\ &+ \tfrac{1}{2}\{V_b\}[S_{bij} + \{S_{bij}\}^T]\{V_b\}^T \\ &+ E_{coi}W_{ij}^{fr}K_{ij}\{E_{coi}W_{ij}^{fr}\}^T \end{aligned} \tag{22}$$

となる．ただし，

$$S_{aij}^{fr} := S_{aij}^{fs} + \tilde{\kappa}_{ij}\kappa_{cij}^{-2}[({}^{coi}R_{cij}\boldsymbol{u}_1)\otimes][({}^{coi}R_{cij}\boldsymbol{f}_{ij})\otimes],$$

$$W_{ij}^{fr} := W_{ij}^{fs} + \left[\begin{array}{c} 0_{3\times3} \\ [\kappa_{cij}^{-1}({}^{coi}R_{cij}\boldsymbol{u}_1)\otimes] \end{array}\right]\{{}^{coi}R_{cij}\}. \tag{23}$$

右上添え字 fr は指先が転がることを意味する．

4.1.3　把握系のヘッシアン

以上をまとめると，対象物間に摩擦がない場合，把握系のヘッシアンは次の式で与えられる．

$$H^{os} = \sum_{i,j} H_{ij}^{*} \in \Re^{11\times11}. \tag{24}$$

記号*は fs または fr である．式(18)および(22)のヘッシアンより，把握の安定性に対する，指先位置，法線方向，曲率，指先力，および指先との接触点の摩擦の有無，の関係が明らかになった．

4.2　対象物間の接触点に摩擦が有る場合

対象物間に摩擦が有る場合，転がり接触となるので対象物同士の転がり量は一致する．つまり，パラメタは

$$\alpha_{10} = -\alpha_8,\ \alpha_{11} = -\alpha_9 \tag{25}$$

となる．$\boldsymbol{\alpha}_{roll} := [\alpha_7, \alpha_8, \alpha_9]^T$ とすれば，対象物の微小変位は 9 個の独立なパラメタで表せる．

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{or} := [\boldsymbol{\alpha}_{trans}^T, \boldsymbol{\alpha}_{rot}^T, \boldsymbol{\alpha}_{roll}^T]^T \in \Re^9 \tag{26}$$

ここで，

$$A := \left[\begin{array}{c|c} I_{6\times6} & 0_{6\times5} \\ \hline 0_{3\times6} & \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{array} \end{array}\right] \in \Re^{9\times11} \tag{27}$$

とおくと，式(25)は

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{os} = A^T\boldsymbol{\varepsilon}^{or}. \tag{28}$$

と表せる．したがって，ヘッシアンは

$$H^{or} = A(\sum_{i,j} H_{ij}^{*})A^T \in \Re^{9\times9}. \tag{29}$$

となる．右上添え字 or は対象物間が転がることを意味する．

5.　結言

三次元二対象物把握系の安定性をポテンシャルエネルギの観点から解析した．本稿では，接触点の二方向の主曲率は同じとし，接触点近傍の形状を球で近似した．まず，対象物間の接触の拘束を考慮し，二対象物の微小変位に関する独立なパラメタを与え，指先位置の微小変位を求めた．そして，対象物間に摩擦が無い場合について，指先の接触点に摩擦がある場合と無い場合のそれぞれのヘッシアンを導出した．把握系のヘッシアンは，各指のヘッシアンを合計することで求められる．対象物間に摩擦がある場合には，無い場合の把握系のヘッシアンに転がりの拘束条件に相当する行列を掛けることで得られることを示した．把握系の安定性はヘッシアンの固有値により評価できる．これにより，把握の安定性に対する，把握パラメタ（接触点位置，法線方向，曲率，指先力）の効果が明らかになった．本論文の結果は，安定な把握を実現するための把握パラメタの設計問題に応用できる．なお，数値例は紙面の都合で省略した．

文献

(1) 原田, 中野, 金子, 辻: 複数対象物の操り, 日本ロボット学会誌, vol. 18, No. 2, pp. 78-85, 2000.

(2) 吉川, 渡辺, 大東: 複数対象物に対するパワーグラスプの最適化, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 68, No. 668, pp. 1223-1230, 2002.

(3) 余, 吉川: 対象物間の接触の安定性に関する評価, 日本ロボット学会誌, Vol. 18, No. 7, pp. 1026-1033, 2000.

(4) 山田貴孝, 大場利紀, 山本智哉, 三村宣治, 舟橋康行: 二次元二物体把握系の安定性解析, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 72, No. 714, pp. 478-485, 2006.