転がり接触を考慮した２次元２物体把握系の安定性解析

Grasp Stability Analysis of Two Objects with Rolling Contact in Two Dimensions

○正　山田貴孝（名工大）　　大場利紀（名工大）
正　三村宣治（新潟大）　　正　舟橋康行（名工大）

YAMADA Takayoshi *1, Ooba Toshinori *1, MIMURA Nobuharu *2, FUNAHASHI Yasuyuki *1

*1: Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya, 466-8555

*2: Niigata University, Ninomachi, Ikarashi, Niigata, 950-2181

This paper analyzes grasp stability of two objects with rolling contact in two dimensions. In the previous researches on the grasp stability, the number of grasped objects is restricted to 1. For efficiency of tasks, multiple objects had better been grasped and manipulated by a robot hand. In case of two grasped objects, the number of parameters of object displacement is 6. However, the displacement of the objects is constrained by each other, because the contact between the objects must be maintained. The expression of independent parameters of the object displacement is proposed and then finger displacement is derived. The relation between displacement of finger position and reaction force is replaced with a two-dimensional linear spring model. The hessian of the potential energy stored in the grasp system is derived. The grasp stability is evaluated by the eigenvalues of the hessian. From a numerical example, the region of contact position, contact force, and spring stiffness are obtained for stabilization of the grasp.

Key Words: Grasp stability, Multiple objects, Rolling contact, Planar grasp, Multifingered robot hand

1. はじめに

人間の手は種々の形状の物体を器用に把握し，操ることができる．このような機能をロボットで実現するために，多関節型の多指ロボットハンドが研究されている．多指ロボットハンドで物体を把握する場合,把握系の安定性が問題となる．すなわち，物体に外乱が加わり力学的平衡状態から変位しても，再び元の位置に戻るかどうかが問題となる．この把握の安定性に関する従来の研究は，把握する物体の数を 1 つに限定していた[1]．作業の効率化を考えた場合，複数物体を把握し，操ることが必要となる[2]．

そこで，本論文では複数物体の中で最も簡単な 2 次元 2 物体把握系の安定性を解析する．物体同士の接触には十分な摩擦があるとして，転がり接触を仮定する．1 つの物体の変位を表わすパラメータ数は並進と回転を合わせて 3 であるため，2 物体であれば計 6 である．しかし，接触を維持することから，物体変位は互いに拘束を受ける．このため，独立なパラメータは減少し，その表現方法が問題となる．この解決法を示し，指先位置の変位を明らかにする．指先位置の変位と反力との関係をバネ剛性で表わし，把握系に蓄えられるポテンシャルエネルギの観点から把握の安定性を解析する．

2. 問題の設定

2.1 仮定

Fig. 1 に示すように，二次元平面内で多指ロボットハンドにより 2 つの物体を把握しているとする．以下の仮定のもとで解析を行う．

(A1) 物体および指先は剛体である．

(A2) 指先と物体，物体と物体はそれぞれ 1 点で接触をする．

(A3) 接触点位置，接触点での法線，接触点近傍の曲率は既知である．

(A4) 初期把握状態は力学的平衡状態にある．

(A5) 接触点には十分な摩擦が有り，転がり接触をする．

(A6) 外乱による物体の位置・姿勢変位は微小である．

(A7) 指先の姿勢変位は生じない．

(A8) 指先の位置変位と反力との関係は二次元の直交仮想バネで置き換えられる．

仮定(A7)を満たす具体例には，(i)各指の自由度が十分に多いハンドを用いて指先が回転しないように制御した場合，(ii)各指が直交の 2 自由度を有するハンドを用いた場合がある．指先が回転する一般的な場合については今後の研究課題とする．

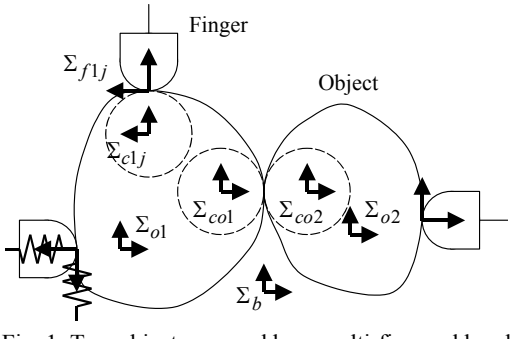

Fig. 1: Two objects grasped by a multi-fingered hand

2.2 記号

Fig. 1 に示すように，把握系に以下の座標系を設定する．

Σ_b : 基準座標系．

Σ_{oi} : 物体 i の基準座標系．

Σ_c : 物体同士の接触点に設定した座標系．

Σ_{coi} : 物体同士の接触における物体 i 側の接触点座標系．

Σ_{cij}：物体 i と指 j との接触における物体側接触点座標系.

Σ_{fij}：物体 i に接触している指 j の指先座標系.

接触点位置，その法線および曲率を次のように表わす.

${}^{oi}\boldsymbol{c}_{coi}$：$\Sigma_{oi}$ から見た物体同士の接触点位置.

${}^{oi}\boldsymbol{c}_{cij}$：$\Sigma_{oi}$ から見た指との物体同士の接触点位置.

${}^{oi}\boldsymbol{n}_{coi}$：$\Sigma_{oi}$ で見た物体同士の接触点の外向き法線.

${}^{oi}\boldsymbol{n}_{cij}$：$\Sigma_{oi}$ で見た指との接触点の外向き法線.

κ_{coi}：物体同士の接触点における，物体 i 側の曲率.

κ_{cij}：物体 i と指 j の接触点における，物体 i 側の曲率.

κ_{fij}：物体 i に接触する指 j の指先の曲率.

初期把握状態における各座標系の位置・姿勢の関係を同次変換行列を用いて表わす.

$$ {}^{oi}T_{coi}=\left[\begin{array}{c|c} {}^{oi}R_{coi} & {}^{oi}\boldsymbol{p}_{coi} \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right],\quad {}^{oi}T_{cij}=\left[\begin{array}{c|c} {}^{oi}R_{cij} & {}^{oi}\boldsymbol{p}_{cij} \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right], $$

$$ {}^{cij}T_{fij}=\left[\begin{array}{c|c} I_2 & \begin{matrix}\kappa_{cij}^{-1}\\ 0\end{matrix} \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right], \tag{1} $$

ただし，位置ベクトル $\boldsymbol{p}$ と回転行列 R は，仮定(A3)の接触点位置，法線，曲率を用いて次の式で計算できる.

$$ {}^{oi}\boldsymbol{p}_{cij}={}^{oi}\boldsymbol{c}_{cij}-\kappa_{cij}^{-1}\{{}^{oi}\boldsymbol{n}_{cij}\},\quad {}^{oi}\boldsymbol{p}_{coi}={}^{oi}\boldsymbol{c}_{coi}-\kappa_{coi}^{-1}\{{}^{oi}\boldsymbol{n}_{coi}\}, $$

$$ {}^{oi}R_{coi}=[{}^{oi}\boldsymbol{n}_{coi},{}^{oi}\boldsymbol{t}_{coi}],\quad {}^{oi}\boldsymbol{t}_{coi}=\mathrm{Rot}(\pi/2)\{{}^{oi}\boldsymbol{n}_{coi}\}. \tag{2} $$

各座標系に生じる微小変位を次のように表記する.

$\boldsymbol{\varepsilon}_{oi}=[x_{oi},y_{oi},\zeta_{oi}]^T$：初期の Σ_{oi} から見た，Σ_{oi} 自身の変位量（並進，回転）.

$\boldsymbol{\varepsilon}_{coi}=[x_{coi},y_{coi},\zeta_{coi}]^T$：初期の Σ_{coi} から見た，Σ_{coi} 自身の変位量（並進，回転）.

$\boldsymbol{\varepsilon}_{cij}=[x_{cij},y_{cij},\zeta_{cij}]^T$：初期の Σ_{cij} から見た，Σ_{cij} 自身の変位量（並進，回転）.

$\boldsymbol{\varepsilon}_{fij}=[x_{fij},y_{fij}]^T$：初期の Σ_{fij} から見た，Σ_{fij} 自身の並進量.

この微小変位に対応する同次変換行列を，二次元平面内の回転を表わす行列

$$ \mathrm{Rot}(\bullet)=\begin{bmatrix}\cos(\bullet) & -\sin(\bullet)\\ \sin(\bullet) & \cos(\bullet)\end{bmatrix} \tag{3} $$

を用いて，次のように表記する.

$$ {}^{oi}T_{oi'}(\boldsymbol{\varepsilon}_{oi})=\left[\begin{array}{c|c} \mathrm{Rot}(\zeta_{oi}) & \begin{matrix}x_{oi}\\ y_{oi}\end{matrix} \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right],\ {}^{coi}T_{coi'}(\boldsymbol{\varepsilon}_{coi})=\left[\begin{array}{c|c} \mathrm{Rot}(\zeta_{coi}) & \begin{matrix}x_{coi}\\ y_{coi}\end{matrix} \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right] $$

$$ {}^{cij}T_{cij'}(\boldsymbol{\varepsilon}_{cij})=\left[\begin{array}{c|c} \mathrm{Rot}(\zeta_{cij}) & \begin{matrix}x_{cij}\\ y_{cij}\end{matrix} \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right],\ {}^{fij}T_{fij'}(\boldsymbol{\varepsilon}_{cij})=\left[\begin{array}{c|c} I_2 & \begin{matrix}x_{fij}\\ y_{fij}\end{matrix} \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right]. \tag{4} $$

ここで，プライムは微小変位後を意味する．物体が剛体であるという仮定(A1)より，${}^{oi'}T_{coi'}={}^{oi}T_{coi}$，${}^{oi'}T_{cij'}={}^{oi}T_{cij}$ である.

仮定(A8)の仮想バネの剛性を $K_{ij}=\mathrm{diag}[k_{xij},k_{yij}]$ と表記し，指先座標系 Σ_{fij} に沿って設定する．ただし，$k_{xi}>0$，$k_{yi}>0$ である．初期把握状態において圧縮されており，仮定(A4)の初期指先力 $\boldsymbol{f}_{ij}$ を生じているとする．その圧縮量を $\boldsymbol{\varepsilon}_{fij0}=[x_{fij0},y_{fij0}]^T$ と表記すると

$$ \boldsymbol{f}_{ij}=K_i\boldsymbol{\varepsilon}_{fij0} \tag{5} $$

の関係がある.

3. 定式化

2 物体のそれぞれに任意の微小変位が生じると，パラメータは $\boldsymbol{\varepsilon}_{o1}$，$\boldsymbol{\varepsilon}_{o2}$ の計 6 となる．しかし，転がり接触のために 2 物体の変位は互いに拘束を受ける．このため，独立なパラメータの表現方法が問題となる．本研究では，その方法の一つとして，物体同士の接触点座標系 Σ_{coi} の微小変位を用いて表わす．そして，物体と指先の接触点における各種条件を基に指先の変位を導出する．そして，把握系に蓄えられるポテンシャルエネルギおよびその 2 階微分であるヘッシアンを導出する.

3.1 物体同士の接触点座標系 Σ_{coi} の変位

まず，物体同士の接触点座標系 Σ_{coi} で生じる微小変位を考える．この微小変位には Fig. 2 に示す 4 種類が存在する[2]. このそれぞれに対応するパラメータを $\boldsymbol{\varepsilon}=[\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4]^T$ とおく．ε_1，ε_2 は接触点座標系 Σ_c の並進量，ε_3 は Σ_c の回転量，ε_4 は転がりの弧長を表わす．したがって，Σ_{coi}，(i=1,2)の変位量 $\boldsymbol{\varepsilon}_{coi}$ は次の式で表わすことができる（Fig. 3）.

$$ \begin{bmatrix}x_{coi}\\ y_{coi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\end{bmatrix}+\gamma_i\kappa_{coi}^{-1}\begin{bmatrix}1-\cos\varepsilon_3\\ -\sin\varepsilon_3\end{bmatrix}, \tag{6.a} $$

$$ \zeta_{coi}=\varepsilon_3+\gamma_i\kappa_{coi}\varepsilon_4. \tag{6.b} $$

ただし，$\gamma_1=1$，$\gamma_2=-1$ としている.

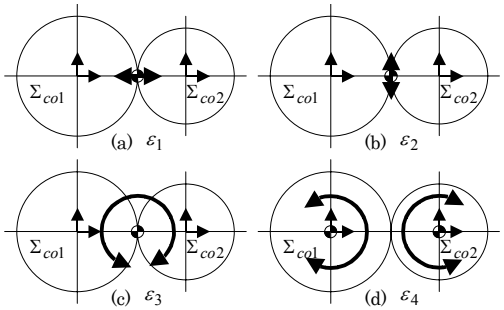

Fig. 2: Four types of object motion

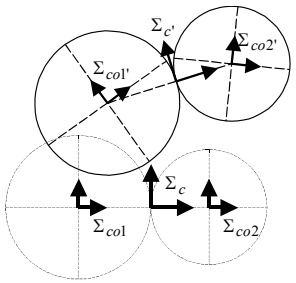

Fig. 3: Displacement of Σ_{coi}

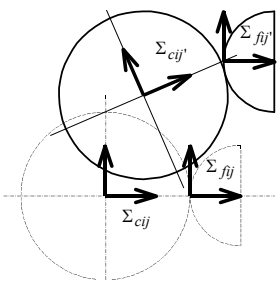

Fig. 4: Displacement of Σ_{fij}

3.2 物体座標系 Σ_{oi} の変位

次に，$\boldsymbol{\varepsilon}_{coi}$ を用いて，物体座標系 Σ_{oi} に生じる微小変位 $\boldsymbol{\varepsilon}_{oi}$ を求める．同次変換行列の関係式は

$$ \{{}^{oi}T_{oi'}(\boldsymbol{\varepsilon}_{oi})\}\{{}^{oi'}T_{coi'}\}=\{{}^{oi}T_{coi}\}\{{}^{coi}T_{coi'}(\boldsymbol{\varepsilon}_{coi})\} \tag{7} $$

であるため，次の式を得る.

$$\begin{bmatrix} x_{oi} \\ y_{oi} \end{bmatrix} = \{I_2 - \mathrm{Rot}(\zeta_{oi})\}\{^{oi}\boldsymbol{p}_{coi}\} + \{^{oi}R_{coi}\}\begin{bmatrix} x_{coi} \\ y_{coi} \end{bmatrix}, \quad (8.a)$$

$$\zeta_{oi} = \zeta_{coi}. \quad (8.b)$$

3.3 指先との接触点座標系 Σ_{cij} の変位

指先との接触点座標系 Σ_{cij} に生じる微小変位 $\boldsymbol{\varepsilon}_{cij}$ を求める．同次変換行列の関係式は

$$\{^{oi}T_{oi'}(\boldsymbol{\varepsilon}_{oi})\}\{^{oi'}T_{cij'}\} = \{^{oi}T_{cij}\}\{^{cij}T_{cij'}(\boldsymbol{\varepsilon}_{cij})\} \quad (9)$$

であるため，次の式を得る．

$$\begin{bmatrix} x_{cij} \\ y_{cij} \end{bmatrix} = \{^{oi}R_{cij}\}^{-1}\left\{\begin{bmatrix} x_{oi} \\ y_{oi} \end{bmatrix} + \{\mathrm{Rot}(\zeta_{oi}) - I_2\}\{^{oi}\boldsymbol{p}_{cij}\}\right\}, \quad (10.a)$$

$$\zeta_{cij} = \zeta_{oi}. \quad (10.b)$$

3.4 指先座標系 Σ_{fij} の変位

指先の位置変位が並進のみであるという仮定(A7)から，座標系 Σ_{cij} が変位すると指先座標系 Σ_{fij} は Fig. 4 に示すように変位する．この Σ_{fij} の微小変位 $\boldsymbol{\varepsilon}_{fij}$ は次の式で与えられる．

$$\begin{bmatrix} x_{fij} \\ y_{fij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{cij} \\ y_{cij} \end{bmatrix} + (\kappa_{cij}^{-1} + \kappa_{fij}^{-1})\begin{bmatrix} \cos(\alpha_{ij}\zeta_{cij}) - 1 \\ \sin(\alpha_{ij}\zeta_{cij}) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

ただし，$\alpha_{ij} := \kappa_{fij}/(\kappa_{cij} + \kappa_{fij})$ である．

式(8),(10),(11)より，物体 i に接触する第 j 番目の指先の並進量 $\boldsymbol{\varepsilon}_{fij}$ は，

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{fij} = \{^{cij}R_{coi}\}\begin{bmatrix} x_{coi} \\ y_{coi} \end{bmatrix} + \frac{\kappa_{cij} + \kappa_{fij}}{\kappa_{cij}\kappa_{fij}}\begin{bmatrix} \cos(\alpha_{ij}\zeta_{coi}) - 1 \\ \sin(\alpha_{ij}\zeta_{coi}) \end{bmatrix} + \{I_2 - \mathrm{Rot}(\zeta_{coi})\}\{^{cij}\boldsymbol{p}_{coi}\} \quad (12)$$

で与えられる．ただし，表記を簡略化するために

$$^{cij}\boldsymbol{p}_{coi} := \{^{cij}R_{oi}\}\{^{oi}\boldsymbol{p}_{coi} - ^{oi}\boldsymbol{p}_{cij}\} \quad (13)$$

とおいている．

3.5 把握系のポテンシャルエネルギとヘッシアン

物体 i に接触する第 j 番目の指先の仮想バネに蓄えられるポテンシャルエネルギ U_{ij} は次の式で与えられる．

$$U_{ij}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{2}\{\boldsymbol{\varepsilon}_{fij}(\boldsymbol{\varepsilon}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{fij0}\}^T K_{ij}\{\boldsymbol{\varepsilon}_{fij}(\boldsymbol{\varepsilon}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{fij0}\} \quad (14)$$

よって，把握系全体のポテンシャルエネルギ U は，

$$U(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sum_{i,j} U_{ij}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (15)$$

となり，Fig.2 の 4 つのパラメータの関数として求まる．$\nabla = \partial/\partial\boldsymbol{\varepsilon} = [\partial/\partial\varepsilon_1, \partial/\partial\varepsilon_2, \partial/\partial\varepsilon_3, \partial/\partial\varepsilon_4]^T$ とおくと，ヘッシアン H は

$$H = \sum_{i,j} H_{ij} \in \Re^{4\times 4} \quad (16)$$

となる．式(14)より

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \nabla\nabla^T U_{ij}\,|_0 \\ &= k_{xij}\{\nabla x_{fij}\,|_0\}\{\nabla x_{fij}\,|_0\}^T + f_{xij}\{\nabla\nabla^T x_{fij}\,|_0\} \\ &\quad + k_{yij}\{\nabla y_{fij}\,|_0\}\{\nabla y_{fij}\,|_0\}^T + f_{yij}\{\nabla\nabla^T y_{fij}\,|_0\} \end{aligned} \quad (17)$$

を得る．

$$H_{ij} = s_{aij}\boldsymbol{v}_{ai}\boldsymbol{v}_{ai}^T + s_{bij}\boldsymbol{v}_b\boldsymbol{v}_b^T + E_{coi}W_{ij}K_{ij}W_{ij}^T E_{coi}^T \quad (18)$$

ただし

$$s_{aij} := \boldsymbol{f}_{ij}^T\left[\frac{1}{\kappa_{cij} + \kappa_{fij}}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \{^{cij}R_{oi}\}\{^{oi}\boldsymbol{c}_{cij} - ^{oi}\boldsymbol{p}_{coi}\}\right],$$

$$s_{bij} := \gamma_i\kappa_{coi}^{-1}\boldsymbol{f}_{ij}^T\{^{cij}R_{coi}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\},$$

$$\boldsymbol{v}_{ai} := E_{coi}[0,0,0,1]^T,\ \boldsymbol{v}_b := [0,0,1,0]^T,$$

$$E_{coi} := \nabla\boldsymbol{\varepsilon}_{coi}^T\,|_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\gamma_i\kappa_{coi}^{-1} & 1 \\ 0 & 0 & \gamma_i\kappa_{coi} \end{bmatrix} \in \Re^{4\times 3},$$

$$W_{ij} := \begin{bmatrix} I_2 \\ \{^{coi}R_{oi}\}\{^{oi}\boldsymbol{c}_{cij} - ^{oi}\boldsymbol{p}_{coi}\}\otimes \end{bmatrix}\{^{coi}R_{cij}\} \in \Re^{3\times 2} \quad (19)$$

である．式(18)の右辺の各項は対称である．第 1 項および第 2 項は初期指先力に依存し，第 3 項はバネ剛性に依存する．把握系の安定性は，このヘッシアン H の正定性により評価することができる．したがって，s_{aij}，s_{bij} を正に大きく，またバネ剛性を高く設定すると把握系の安定性は高くなる．

4. 数値例

第 3 章で導出したヘッシアンを用いて，把握系の安定性を数値例により評価する．本導出において，物体の数は 2 であるが，指の数に制限はない．そこで，簡単な例として Fig. 5 のように 2 つの楕円形状物体を 3 本指ハンドで把握する場合を考える．

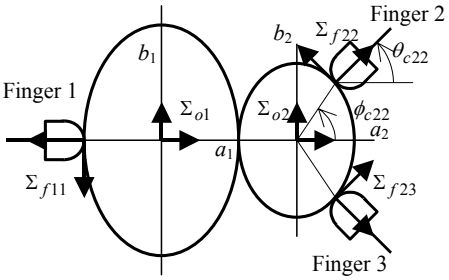

Fig. 5: Numerical Example

物体 1 の中心に座標系 Σ_{o1} を設定し，Σ_{o1} から見た物体 1 の形状を次の式で表わす．

$$(x_1/a_1)^2 + (y_1/b_1)^2 = 1 \quad (20)$$

同様にして，物体 2 の中心に座標系 Σ_{o2} を設定し，形状を次の式で表わす．

$$(x_2/a_2)^2 + (y_2/b_2)^2 = 1 \quad (21)$$

Σ_{o1} および Σ_{o2} から見た物体同士の接触点位置をそれぞれ次の位置に設定する．

$$^{o1}\boldsymbol{c}_{co1} = [a_1,0]^T,\ ^{o2}\boldsymbol{c}_{co2} = [-a_2,0], \quad (22)$$

物体 1 には 1 番目の指を

$$^{o1}\boldsymbol{c}_{c11} = [-a_1,0]^T \quad (23)$$

物体 2 には 2 番目と 3 番目の計 2 指をパラメータ $\boldsymbol{\phi}$ を用いて

$$^{o2}\boldsymbol{c}_{c22} = \begin{bmatrix} a_2\cos\phi \\ b_2\sin\phi \end{bmatrix},\ ^{o2}\boldsymbol{c}_{c23} = \begin{bmatrix} a_2\cos\phi \\ -b_2\sin\phi \end{bmatrix} \quad (24)$$

に設定する．法線，曲率等は楕円形状であるため計算できる（付録参照）．各指先の曲率を同一とし，$\kappa_{fij} = \kappa_f$ と表記す

る．初期指先力を法線方向成分のみに設定する．仮定(A4)の力学的平衡条件を満たすため

$$\boldsymbol{f}_{11}=[f,0]^T,\ \boldsymbol{f}_{22}=\boldsymbol{f}_{23}=[f/(2\cos\theta_{c22}),0]^T \tag{25}$$

と表わすことができる．f は内力の大きさを表わすパラメータであり，θ_{c22} は法線の向きである．バネ剛性の法線成分と接線成分を同じ値 $k_{xij}=k_{yij}=k$ に設定する．以上の設定を式(18)に代入すると，ヘッシアンは次の形になる．

$$H=\begin{bmatrix} H_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ & & H_{33} & H_{34} \\ sym. & & & H_{44} \end{bmatrix} \tag{26}$$

ただし，

$$H_{11}=H_{22}=3k,\ H_{23}=2k\{a_2(1+\cos\phi)-a_1\},$$
$$H_{24}=\{3-2a_1^2/b_1^2-2a_2^2(1+\cos\phi)/b_2^2\}k. \tag{27}$$

である．他の要素は式が長いため紙面の都合で省略する．式(26)の H の固有値を $\lambda_1,...,\lambda_4$ と表記すると，$\lambda_1=3k$ であり，λ_2 から λ_4 は H の右下3行3列分の部分行列の固有値である．

形状等を具体的に次の値に設定し，指先位置，指先力，バネ剛性の効果を調べる．

$a_1=0.03$[m]，$b_1=0.06$[m]，$a_2=0.02$[m]，$b_2=0.04$[m]，
$\phi=\pi/5$[rad]，$\kappa_f=200$[m^{-1}]，$k=500$[N/m]，$f=5$[N].

設定 1：指先位置の効果

角度ϕをパラメータとし，把握の安定性に対する効果として固有値を Fig. 6 に示す．図(a)には 3 つの固有値を見ることができる．残りの 1 つは小さいため縦軸を零近傍で拡大し図(b)に示している．この数値例の場合には，指先位置を変えても固有値の変化は小さい．指先位置を設定するときに，最小固有値を最大化するという評価を用いた場合には，$\phi=0.6$[rad]（$\phi_{c22}=53.8$[deg]）程度に設定すればよいことが図(b)からわかる．

設定 2：指先力の効果

指先力 f の効果を Fig. 7 に示す．指先力が大きくなるほど不安定になることが図(b)よりわかる．この図から $f<37.9$[N] の範囲に設定すれば，固有値は全て正になり把握系は安定である．

設定 3：バネ剛性の効果

バネ剛性 k をパラメータとし，その効果を Fig. 8 に示す．初期指先力だけでは把握系は不安定であり，バネ剛性を大きくすると把握系の安定性は高くなる．$k>65.9$[N/m] に設定すれば，把握系は安定である．

5. おわりに

本論文では，転がり接触を考慮して 2 次元 2 物体把握系の安定性を解析した．そして，以下の成果を得た．転がり接触を維持するという拘束を，物体同士の接触点座標系を用いて 4 つの独立なパラメータで表現した．指先位置の変位を求め，把握系のポテンシャルエネルギおよびその 2 階微分であるヘッシアンを導出した．本手法は，このヘッシアンの正定性を用いて把握系の安定性を評価できる．数値例では，楕円形状の 2 物体を把握した場合について指先位置，指先力，バネ剛性の効果を調べた．そして，把握系が安定となるための指先力，バネ剛性の範囲を求めた．

参考文献

[1] 山田・小石倉・水野・三村・舟橋：三次元多指ロボットハンド把握系の安定性解析, 日本機械学会論文集 C 編, 69-679, pp. 683-690, 2003

[2] 原田・中野・金子・辻：複数対象物の操り，日本ロボット学会誌，18-2, pp. 236-243, 2000

付録

楕円形状の式を

$$(x/a)^2+(y/b)^2=1 \tag{28}$$

で表わし，接触点位置を

$$\boldsymbol{c}=[a\cos\phi,b\sin\phi]^T \tag{29}$$

に設定すると，この位置における物体の外向き法線 $\boldsymbol{n}$ および曲率 κ は次の式で与えられる．

$$\boldsymbol{n}=(a^2\sin^2\phi+b^2\cos^2\phi)^{-1/2}[b\cos\phi,a\sin\phi]^T, \tag{30}$$
$$\kappa=ab(a^2\sin^2\phi+b^2\cos^2\phi)^{-3/2} \tag{31}$$

なお，中心座標系から見た接触点位置の方向は，次の角度になることに注意する．

$$\phi_c=\mathrm{atan2}(b\sin\phi,a\cos\phi). \tag{32}$$

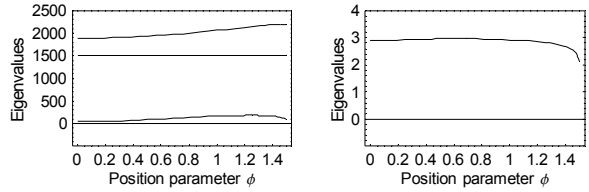

Fig. 6: Effect of position parameter ϕ

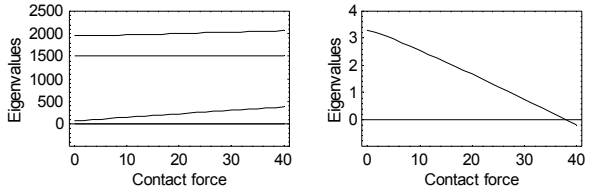

Fig. 7: Effect of grasp force f

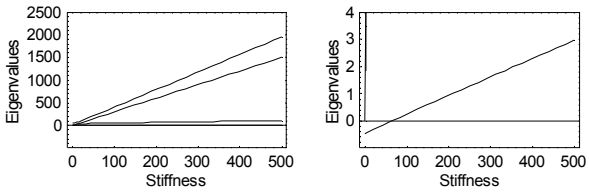

Fig. 8: Effect of stiffness