

関数の定義

- 代数方程式の数値解
 - 数値積分
- 常微分方程式の数値解

ユーザ定義関数 (function)

書式	引数	戻り値
function fcn body endfunction	無	無
function retval = fcn(arglist) body endfunction	有	有
省略	有	無
省略	無	有

$y = f(x)$
 $\begin{cases} y_1 = f_1(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ y_m = f_m(x_1, \dots, x_n) \end{cases}$

```
function y=fcn(x)
    y(1)=f1(x(1),...,x(n));
    .....;
    y(m)=fm(x(1),...,x(n));
endfunction
```

関数の呼び出し方

記述例


```
function retval = avg(x)
    retval = sum(x) / length(x);
endfunction

y=[5,2,7,4,9,1];
avg(y)
```

結果


```
ans = 4.6667
```

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 1$$

記述例


```
function retval = func(x)
    retval = 2*x.*x + 3*x + 1;
endfunction

y=[5,2,7,4,9,1];
func(y)
```

結果


```
ans = 66 15 120 45 190 6
```

非線型連立方程式 (解の探索原理)

問題 次の式を満たす解 x を求めなさい

$$f(x) = 0$$

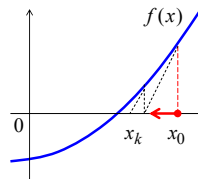
数式処理では解析解が求められない場合

- 5 次以上の方程式 $f(x) = x^5 + x^3 + x + 1 = 0$
- 一般的な非線型方程式 $f(x) = x - \cos x = 0$

数値的に近似解を探索する。

要求される探索アルゴリズム

任意の初期値 x_0 を与えると、
 暫定解 x_k が $\lim_{k \rightarrow \infty} f(x_k) = 0$ となる。



非線型連立方程式 (fsolve)

```
[x,info,msg] = fsolve(fcn,x0)
```

戻り値	意味
x	解 (ベクトル)
info	収束した場合は 1
msg	関数からのメッセージ

引数	意味
fcn	非線型連立方程式
x0	初期値 (ベクトル)

fsolve: function solve

非線型方程式 (例題1)

次の非線型方程式の解を求めなさい。

$$f(x) = x - \cos x = 0$$

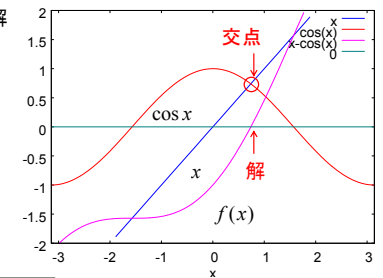
計算結果

```
x = 0.73909
```

記述例

```
function y = fex1(x)
    y = x - cos(x);
endfunction
```

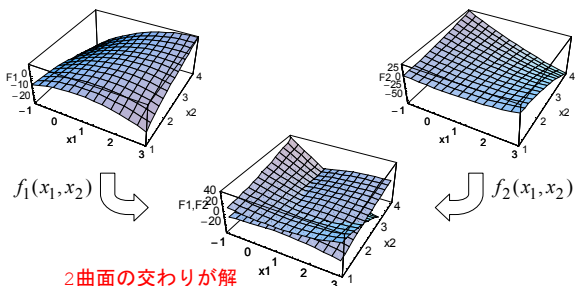
x = fsolve("fex1", 0) ← 初期値をx0=0とした場合



非線型連立方程式 (例題2)

次の非線型連立方程式の解を求めなさい。

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = -2x_1^2 + 3x_1x_2 + 4\sin x_2 - 6 = 0 \\ f_2(x_1, x_2) = 3x_1^2 - 2x_1x_2^2 + 3\cos x_1 + 4 = 0 \end{cases}$$



非線型連立方程式 (例題2)

記述例

```
function y = fex2(x)
    y(1) = -2*x(1)^2 + 3*x(1)*x(2) + 4*sin(x(2)) - 6;
    y(2) = 3*x(1)^2 - 2*x(1)*x(2)^2 + 3*cos(x(1)) + 4;
endfunction
```

```
x = fsolve("fex2", [1;2])
```

初期値をx0=[1;2]とした場合

計算結果

```
x = 0.57983
    2.54621
```

積分 (基本原理)

問題 次の定積分を求めなさい

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

数式処理では、原始関数 $F(x)$ を求め、次の式により導出する。

$$I = F(b) - F(a)$$

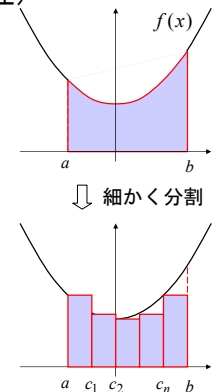
一般には原始関数は求まらない。

例えば

$$\int_0^{\pi/2} \cos(\sin(x)) dx$$

数値近似解を求めるアルゴリズム

区間 $[a, b]$ を k 個に分割した多角形の
 近似面積 I_k が $\lim_{k \rightarrow \infty} I_k = I$ となる。



積分 (quad)

10

```
[v,ier,nfun,err] = quad(fcn,a,b,tol,sing)
```

戻り値	意味
v	積分値 (スカラー)
ier	エラーコード (0: 積分成功)
nfun	関数の評価回数
err	解の推定誤差

引数	意味
fcn	被積分関数
a	積分範囲の上限 (スカラー)
b	積分範囲の下限 (スカラー)
tol	許容誤差
sing	特異な場合

quadrature
求積。
方形にすること
(細かく分割した
正方形により
等価的に面積を
求める)

積分 (例題3)

11

次の定積分を求めなさい。

$$\int_0^{\pi/2} \cos(\sin(x)) dx$$

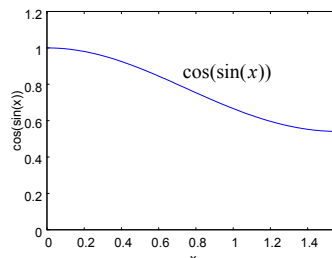
計算結果

```
v = 1.2020
```

記述例

```
function y = fex3(x)
    y = cos(sin(x));
endfunction
```

```
v = quad("fex3",0,pi/2)
```



常微分方程式 (求解の基本原則)

12

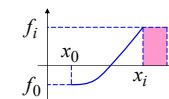
問題 次の常微分方程式を満たす解 $y(x)$ を求めなさい。

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

次の式により、解 $y(x)$ を求める。

$$y(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(\xi, y(\xi)) d\xi$$

一般には、解析解は求まらない。



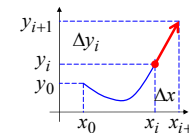
数値近似解を求めるアルゴリズム

区間 $[x_0, x]$ を k 個に分割し次式を計算する。

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i \quad (i = 0, \dots, k-1)$$

区間積分 Δy_i が次の関係となる。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta y_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(\xi, y) d\xi$$



常微分方程式 (lsode)

13

```
[x,istate,msg] = lsode(fcn,x0,t,t_crit)
```

戻り値	意味
x	積分値 (行列)
istate	積分成功の場合は 2
msg	関数からのメッセージ

	$x(1); \dots; x(n)$
t(1)	行列 x
t(2)	
:	
t(m)	

行列 x の行番号が
時間変化を表わす

引数	意味
fcn	常微分方程式
x0	初期値 (ベクトル)
t	時間 (ベクトル)
t_crit	不連続な場合の時刻リスト

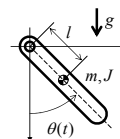
lsode: ? solver ode
と思われる。

常微分方程式 (例題4)

14

棒の一端が固定された単振り子を考える。

- (1) 運動方程式を求めなさい。
- (2) 1 階の連立微分方程式で表わしなさい。
- (3) 運動を数値シミュレーションし、グラフ表示しなさい。



機械特性	質量 $m = l[\text{kg}]$
	慣性モーメント $J = l[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$
	長さ $l = l[\text{m}]$
	重力加速度 $g = 9.8[\text{m/s}^2]$

運動方程式

$$(J + ml^2)\ddot{\theta} = -mgl \sin \theta \longrightarrow \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ -\frac{mgl}{J + ml^2} \sin \theta \end{pmatrix}$$

1 階連立微分方程式

常微分方程式 (例題4)

15

記述例

```
function xdot=fex4(x)
    xdot(1)=x(2);
    xdot(2)=-4.9*sin(x(1));
endfunction
```

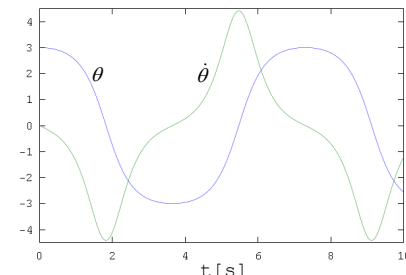
```
x0=[3;0];
t=0:0.01:10;
x=lsode("fex4",x0,t);
plot(t,x');
```

状態変数

$$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = \dot{\theta} \end{cases}$$

初期値

$$\begin{cases} \theta(0) = 3[\text{rad}] \\ \dot{\theta}(0) = 0[\text{rad/s}] \end{cases}$$



付録

グラフに関するコマンド

17

書式	意味
clg	プロットウィンドウ、タイトル、軸ラベルのクリア
grid "arg"	グリッド線 grid "on": 描画 grid "off": 消去
hold arg	直後のプロットコマンドで描画を保持する hold on: 保持 hold off: 解除

1 階連立微分方程式の計算原理

18

問題 次の常微分方程式を満たす解 $x(t)$ を求めなさい。

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad x(t_0) = x_0$$

未知の解 $x(t)$ を Taylor 級数展開し、1 次近似する。

$$x(t+h) = x(t) + h\dot{x}(t) + \frac{1}{2}h^2\ddot{x}(t) + \dots \approx x(t) + hf(x(t))$$

右の置き換えを利用すると、次のアルゴリズムを得る。

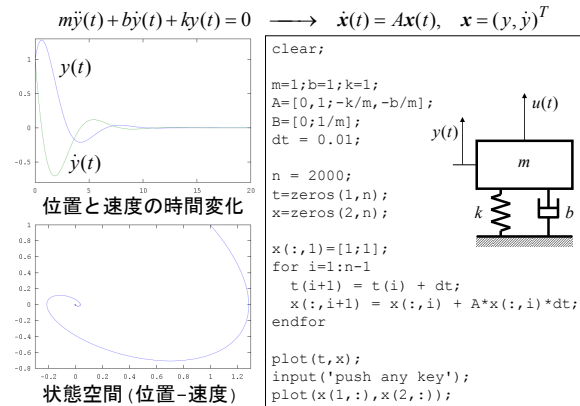
$$x_{k+1} = x_k + f(x_k)\Delta t$$

$x(t)$	$\longrightarrow$	x_k
$x(t+h)$	$\longrightarrow$	x_{k+1}
h	$\longrightarrow$	Δt

x_0 を初期値として反復計算すれば、1 次までの正確さを持つ解を得る。
 Δt を小さくすれば真値に近づく。

数値例（反復構造）

19



数値データのファイル出力

20

ファイル出力の書式はC言語に従う。ベクトルデータを扱えるところがC言語と大きく違う。（反復構造を用いなくても出力できる。）

(例) 単振り子の数値データ出力

```
fid = fopen("fex4.csv","w")
fprintf(fid,"%6.2f,%6.2f,%6.2f\n",[t;x'])
fclose(fid)
```

出力された内容 (ファイル名:fex4.csv)

```
0.00, 3.00, 0.00,
0.01, 3.00, -0.01,
0.02, 3.00, -0.01,
0.03, 3.00, -0.02,
0.04, 3.00, -0.03,
(以下, 省略)
```

	[t;x']
%6.2f	t
%6.2f	x'(1,:)
%6.2f	x'(2,:)