

地震時緊急対応における 意思決定プロセスのモデル化とその最適化

能島 暢呂¹・杉戸 真太²

¹正会員 博士(工学) 岐阜大学助教授 工学部土木工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1)

²正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科 (〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1)

地震発生後の初期段階では不確実性の高い被害情報しか得ることができないが、時間の経過とともに正確な情報を入手できるようになり、その過程で被害状況を推定しながら緊急対応の意思決定が行われる。このことを踏まえて本研究は、地震時緊急対応における意思決定プロセスを統計的意思決定理論と情報理論に基づく数理モデルで記述し、ベイズ決定方式によって期待損失を最小化する行動戦略を提案するとともに、地震観測情報の意義と価値について考察するものである。ライフラインのサービス遮断に関する数値計算例を示し、時々刻々と入手される地震観測情報によって、被害推定の不確実性が低減されると同時に即時対応行動が逐次最適化されるプロセスについて議論する。

Key Words: Post-earthquake emergency response, Statistical decisions, Bayes decision procedure, Expected loss, Information theory, Entropy, Value of information

1. はじめに

地震発生後の即時対応は、二次災害防止と被害波及軽減を図るための有力な手段である。特に、供給系ライフライン施設ではブロック遮断・供給停止、道路交通施設では通行禁止措置、鉄道交通施設では列車停止措置、といった緊急措置を迅速に行うことが要求される¹⁾。ところが「止めることにより回避できる損失(二次災害)」と「止めることにより生じる損失(サービス停止)」の両者はトレードオフの関係にあり、いわゆる「空振り」と「見逃し」の損失を可能な限り回避することが緊急対応の適否を決定付ける鍵となる。一般に地震後の初期段階では、粗く不確実性の高い情報しか得られないが、時間の経過につれて細密で正確な情報が入手可能となる。従って、経過時間と情報の確実性がコンフリクトする中で難しい判断を強いられるのが現実である。こうした問題に関して本研究では、統計的意思決定理論²⁾と情報理論³⁾を用いてリアルタイム対応行動の意思決定プロセスを数理的にモデル化し、入手された情報に応じて逐次最適な行動をベイズ決定方式によって提示する方法を示すとともに、地震観測情報の意義、価値、およびその活用方法についての考察を行う。

2. 不確実性下における意思決定プロセス

図1は「情報(地震動強度)」、「真の状態(被害の程度)」、「状態推定(被害の推定)」、「行動(緊急対応)」、「行動の結果(損失)」などの要素間における入出力関係を表したものである(記号の意味は次節参照)。被害

状況が確定的に既知であれば、被害状況と行動の結果の組み合わせで規定される損失が最小となるように行動すればよいが、被害状況が不明または不確定的である場合には、地震動強度などの観測情報に基づいて被害状況を推定して、期待損失が最小となるような行動のルールに従うのが適切である。

ここで複数の情報源を利用できたり一つの情報源を繰り返し利用できる場合、情報の蓄積とともに被害推定をアップデートすることが可能となることから、(1)あいまいさ(不確実性)が徐々に減少するという情報理論的なプロセス記述、(2)プロセスの各段階での最善行動を定める意思決定方式の記述、(3)意思決定のタイミングに関する逐次決定過程の記述、という3つのアプローチを考えることができる。図2はこれらをまとめて図示したものであり、(1)観測情報による状態推定の事後確率の更新、(2)各段階で期待効用を最大化(期待損失を最小化)するベイズ決定方式の更新、(3)観測継続か行動かの選択、からなるプロセスの全体構成を示している。以下、この意思決定プロセスを数理的にモデル化して、情報収集と合理的な意思決定との関連について考察する。

3. ベイズ決定方式と情報の価値の定式化

いま、以下のように定義される決定問題 (A, Θ, p, ℓ, e) を考える²⁾。

- q : 自然の状態 ($\Theta = \{q_1, q_2, \dots\}$)
- x : 情報 ($X = \{x_1, x_2, \dots\}$)
- a : 行動 ($A = \{a_1, a_2, \dots\}$)

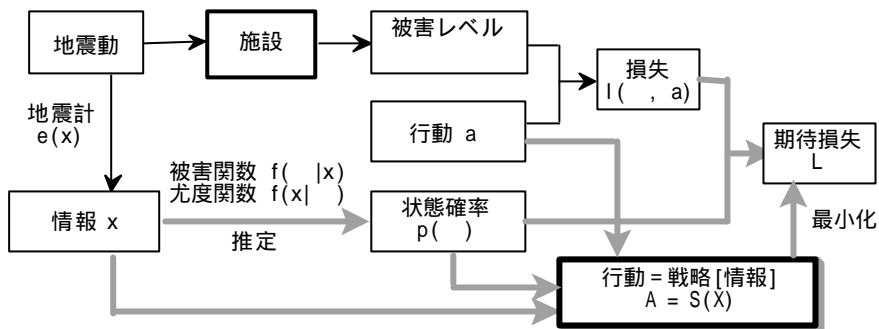


図1 地震動観測情報による被害レベルの推定と期待損失を最小化する行動戦略

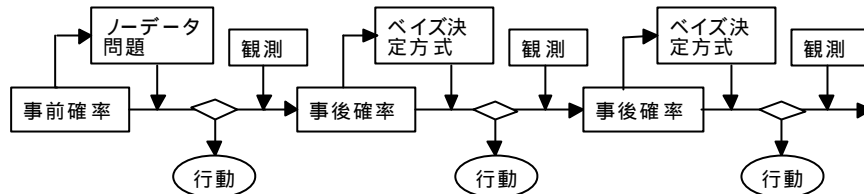


図2 観測情報による事後確率の更新とベイズ決定方式に基づく意思決定プロセス

$p(\mathbf{q})$: Θ 上の確率 ($p(\mathbf{q}) = \{p(\mathbf{q}_1), p(\mathbf{q}_2), \dots\}$)

$p(x)$: X 上の確率 ($p(x) = \{p(x_1), p(x_2), \dots\}$)

$A = S(X)$: 決定方式 (情報 x に対する行動戦略)

$\ell(\mathbf{q}, a)$: 損失関数 (\mathbf{q} と a により決まる損失)

$e(x)$: \mathbf{q} に関して情報 x を発する不完全情報源

$e_{\infty}(x)$: \mathbf{q} に関して完全情報 x を発する完全情報源

$f(x|\mathbf{q})$: 尤度関数 (\mathbf{q} のとき e が x を出す確率)

まず、データを利用できない場合 (これを「ノーデータ問題」という)、最も合理的と考えられる行動、すなわち期待損失 L を最小化する行動は、事前確率 $p(\mathbf{q}_j)$ に基づいて次式を満たす a^* として求められる。

$$L = \sum_j p(\mathbf{q}_j) \ell(\mathbf{q}_j, a^*) \rightarrow \min$$

次に、情報源 $e(x)$ を利用して状態 \mathbf{q} の推定を行って行動を決定できる場合、期待損失 L は次式で与えられる。

$$L = \sum_i \sum_j f(x_i | \mathbf{q}_j) p(\mathbf{q}_j) \ell(\mathbf{q}_j, S(x_i))$$

ここで情報 x_i を得た場合の事後確率は、ベイズの定理より、

$$p(\mathbf{q}_j | x_i) = \frac{f(x_i | \mathbf{q}_j) p(\mathbf{q}_j)}{\sum_j f(x_i | \mathbf{q}_j) p(\mathbf{q}_j)} = \frac{f(x_i | \mathbf{q}_j) p(\mathbf{q}_j)}{p(x_i)}$$

にアップデートされ、期待損失は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} L &= \sum_i \sum_j p(\mathbf{q}_j | x_i) p(x_i) \ell(\mathbf{q}_j, S(x_i)) \\ &= \sum_i p(x_i) \sum_j p(\mathbf{q}_j | x_i) \ell(\mathbf{q}_j, S(x_i)) \end{aligned}$$

従って、得られた情報 x_i ごとに項別に

$$L_i = \sum_j p(\mathbf{q}_j | x_i) \ell(\mathbf{q}_j, a_x) \rightarrow \min$$

を満たすような決定方式 $a_x = S^*(x_i)$ を定めると、それがベイズ決定方式となる^{2),3)}。

ここで、情報 x を得ると状態 \mathbf{q} に関するあいまいさ(エ

ントロピー)が減少することが期待される。情報理論によるとその減少量は、エントロピー関数 $H[p(\mathbf{q})]$ を用いた「相互情報量」として次式のように定量化される³⁾。
 $I[\Theta; X] = H[p(\mathbf{q})] - H[p(\mathbf{q}) | x]$

$$= -\sum_j p(\mathbf{q}_j) \log_2 p(\mathbf{q}_j) + \sum_i \sum_j p(x_i, \mathbf{q}_j) \log_2 p(\mathbf{q}_j | x_i)$$

さらに、情報源を利用することの価値について考える。完全情報源 $e_{\infty}(x)$ からの情報により状態 \mathbf{q} が既知となった場合に期待損失を最小化する行動を a_q で表すと、完全情報源 $e_{\infty}(x)$ および不完全情報源 $e(x)$ の事前価値は、

$$V(e_{\infty}(x)) = E[\ell(\mathbf{q}, a_q), p(\mathbf{q})] - E[\ell(\mathbf{q}, a^*), p(\mathbf{q})]$$

$$V(e(x)) = E[\ell(\mathbf{q}, a_x), p(x)] - E[\ell(\mathbf{q}, a^*), p(\mathbf{q})]$$

で与えられる²⁾。ただし $E[\ell, p]$ は、確率分布 p に関する変数 ℓ の期待値を表す。

4. 緊急遮断に関する数値計算例

震度階を情報源として被害の程度 \mathbf{q} を推定し、サービス遮断を行うか否かの対応行動 a に関する意思決定を行うことを想定した、簡単な数値計算例を示す。震度階は「V弱」「V強」「VI弱」「VI強」の4種、被害の程度は「被害大」「被害小」「被害なし」の3種に分類され、尤度関数 $f(x|\mathbf{q})$ が表1のように与えられている。また、対応行動 a は「完全遮断」「一部遮断」「供給継続」の3種からなり、被害の程度が \mathbf{q} の時に行動 a をとった場合の損失関数 $\ell(\mathbf{q}, a)$ が表2のように与えられているものとする。総損失 (表2(a)) は、行動の如何に関係しない初期損失 $\ell_0(\mathbf{q})$ (表2(b))、遮断が不必要な場合に遮断すること起因する $\ell_a(\mathbf{q}, a)$ (生産者危険⁴⁾) つまり「空振り」に相当、表2(c)、遮断が必要な場合に遮断しないことに起因する $\ell_b(\mathbf{q}, a)$ (消費者危険⁴⁾) つまり「見逃し」に相当、表2(d)、の3要素の総和で表現されている。このうち $\ell_b(\mathbf{q}, a)$ については、対応行動をとる

表1 被害と観測情報に関する尤度関数

	震度V弱	震度V強	震度VI弱	震度VI強
被害大	0.0	0.0	0.2	0.8
被害小	0.0	0.1	0.5	0.4
被害なし	0.4	0.3	0.2	0.1

表2 被害と行動に関する損失関数

(a) 総損失

	完全遮断	一部遮断	供給継続
被害大	40	60	100
被害小	30	10	30
被害なし	20	10	0

(b) 初期損失

	完全遮断	一部遮断	供給継続
被害大	40	40	40
被害小	10	10	10
被害なし	0	0	0

(c) 不必要な遮断を行うことによる損失

	完全遮断	一部遮断	供給継続
被害大	0	0	0
被害小	20	0	0
被害なし	20	10	0

(d) 必要な遮断を行わないことによる損失

	完全遮断	一部遮断	供給継続
被害大	0	20	60
被害小	0	0	20
被害なし	0	0	0

までの時間遅れに応じて損失が増大することを表現する時間関数(0から単調増加して1に漸近)

$$g(t) = \left(\frac{t}{t_0} \right)^{1 - \frac{t}{t_0} q}$$

に比例する項 $l_b(q, a_0) \cdot g(t)$ と、対応行動がとられた後になお残存する損失 $l_b(q, a) \cdot \{1 - g(t)\}$ に分離して考えることとし、総損失を、状態、行動、経過時間の関数として、次式のように定義しておく。

$$l(q, a, t) = l_0(q) + l_a(q, a) + l_b(q, a_0) \cdot g(t) + l_b(q, a) \cdot \{1 - g(t)\}$$

ただし a_0 は待機状態の行動を表わし、時間関数 $g(t)$ のパラメータ t_0 は被害波及の継続時間を表わす。パラメータ q は曲線形状を表わし、 $q = 0$ の場合は即時に被害波及する状況 ($g(t) \equiv 1$)、 $q = \infty$ の場合は対応行動の決定と同時に損失が決定する状況 ($g(t) \equiv 0$)、 $q = 2$ の場合は、損失がほぼ時間に比例する状況をそれぞれ表わしている。

想定するケースとしては以下の4ケースを考え、地震直後の状況として、真の状態についてまったく見当がつかない、すなわち「完全不知」のため事前確率 $p(q_j)$ が一様に $1/3$ である状態からスタートする。

ケース1 : $q = \infty$ 、情報を利用できない場合(ノーデータ問題)

ケース2 : $q = \infty$ 、震度階に関する不完全情報を連続して利用でき、「VI弱」を連続して観測。
 ケース3 : $q = 2$ 、震度階に関する不完全情報を連続して利用でき、「VI弱」を連続して観測。
 ケース4 : $q = 2$ 、震度階に関する不完全情報を連続して利用でき、「VI強」を連続して観測。

(1) ケース1

ノーデータ問題においては、「完全遮断」「一部遮断」「供給継続」に対する期待損失はそれぞれ、30.0, 26.7, 43.3 となり、最小値を与える「一部遮断」が選択される。

(2) ケース2

「VI弱」を連続して観測した場合、図3に示すように、情報が蓄積されるにつれて被害の状態 q の推定(ここでは被害小)に関する確信が高まり、それにつれて不確かさが低減されエントロピーが減少する(図4)。また情報が不足している段階では、相互情報量は大きな値をとり、情報は高い事前価値を有するが、両者はいずれも観測の継続とともに減少する(図4, 図5)。期待損失は図6に示すように「被害小」と「一部遮断」の組み合わせで規定される損失値10に収束する(表2(a)参照)。ベイズ決定方式(表3)は各段階で情報が新たに得られた場合にとるべき行動を示しており、この例では、震度階「VI弱」を続けて観測することによって、観測開始以前の行動戦略が変化して行く様子がわかる。

(3) ケース3

ケース2と類似の条件であるが、ここでは対応行動の時間遅れを考慮して、 $t_0 = 1$ とし、 $t = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ の各段階で「VI弱」を観測した場合を想定している。期待損失の変化を図7に示す。情報を入力すると期待損失は一旦減少するが、対応行動が遅れるとその後増大し「被害小」と「供給継続」の組み合わせで規定される損失値30に収束する。このレベルの災害では、情報が全くない段階で意思決定を行うよりも、様子を伺いながら意思決定のタイミングを模索する方が望ましいが、過度な対応遅れは損失の増大を招くことがわかる。

(4) ケース4

ケース3と類似の条件であるが、各段階での観測値が「VI強」であった場合であり、期待損失の変化を図8に示す。時間とともに期待損失は増大する一方で、「被害大」と「供給継続」の組み合わせで規定される損失値100に収束している。大規模災害では、意思決定の遅れが致命的な被害拡大に結びつくことから、即時的な意思決定が必要とされることが表現されている。

5. おわりに

本研究では、地震時緊急対応行動における意思決定プロセスの基礎的な数理モデルを提案し、期待被害を最小化するベイズ決定方式に基づいた行動戦略を示した。感震遮断装置のように緊急対応の一部が自動処理化されている場合も多いが、自動・手動を問わず、緊急時意思決定を合理化するための理論的枠組みとして、有効なモデルであると考えられる。ここでは単一の情報源(震度階)を利用できるケースを示したが、実際には最大加速度、

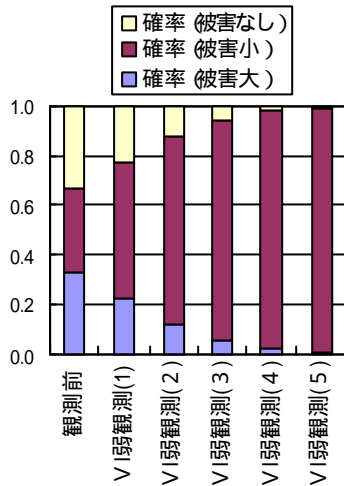


図3 事後確率の更新過程 (ケース2)

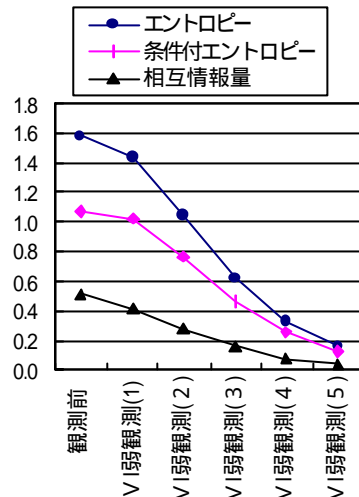


図4 エントロピーと相互情報量の変化 (ケース2)

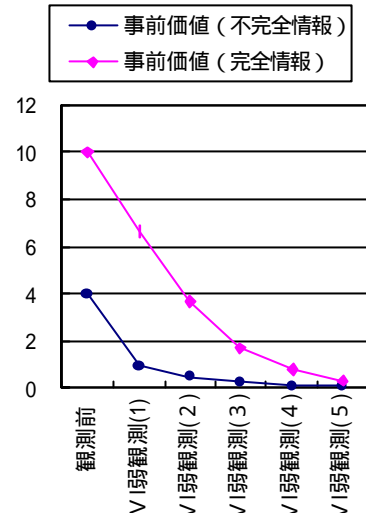


図5 情報の価値の変化 (ケース2)

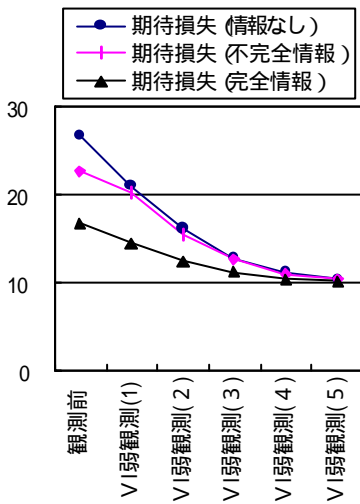


図6 期待損失の変化 (ケース2)

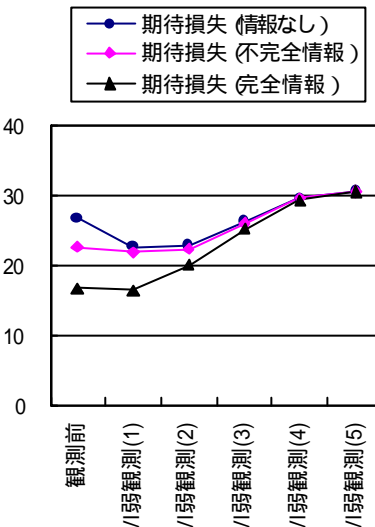


図7 期待損失の変化 (ケース3)

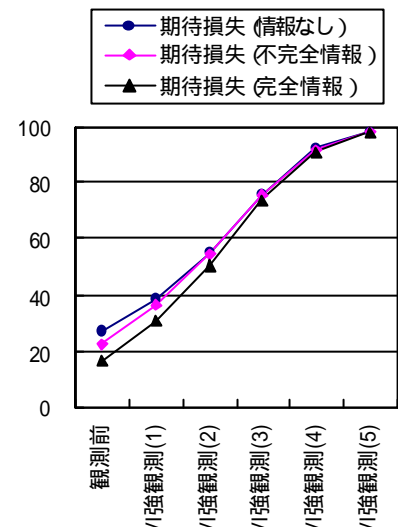


図8 期待損失の変化 (ケース4)

表3 ベイズ決定方式の変化 (ケース2)

	観測前	V弱観測(1)	V弱観測(2)	V弱観測(3)	V弱観測(4)	V弱観測(5)
V弱観測時行動	3	3	3	3	3	3
V強観測時行動	3	2	2	2	2	2
V弱観測時行動	2	2	2	2	2	2
V強観測時行動	1	2	2	2	2	2

(注)
1: 完全遮断
2: 一部遮断
3: 供給継続

SI 値, 波形情報, 実被害情報など, 多様な情報源に基づいて被害の空間的分布が次第に明らかにされてゆくのであるから, 異種情報源に基づいた時空間的意思決定モデルに拡張してゆく方針である。

近年, リアルタイム地震防災システムに関わる研究や技術開発が活発に進められつつある⁵⁾。今後, 被害関数やフラジリティー関数の高精度化, 観測情報源の高密度配置, 地震動強度の空間的補間, 即時情報伝達システムの整備, 組織間情報共有などに関する個別技術が発達すれば, 被害の即時推定の精度が一段と向上し, 本研究で提案した意思決定プロセスにおける対応行動をより迅速・正確に進めることが可能になるものと期待される。

参考文献

- 1) 能島暢呂・亀田弘行: 地震時リアルタイム制御のための大規模システムの最適分割, 土木学会論文集, No.598/I-44, pp.97-109, 1998.7.
- 2) 市川惇信: エンジニアリング・サイエンス講座 33「意思決定論」, 共立出版, pp.100-119, 1983.7.
- 3) 松原望: 現代人の統計 4「新版 意思決定の基礎」, 朝倉書店, pp.106-146, 1985.7.
- 4) 三根久・河合一: 信頼性・保全性の数理, 朝倉書店, 1982.4.
- 5) 土木学会地震工学委員会リアルタイム地震防災研究小委員会: 第1回リアルタイム地震防災シンポジウム論文集, 1999.1.