岐阜数学教育研究
2020，Vol. 19 No.2，74 - 103

グラフ理論を用いた教材開発と実践

名畑僚太[1], 田中利史[2]

小学校算数指導要領では，教科の目標の一部に「算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度を養う」また「基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的に考察する力を養う」とある。児童にとって，算数が実生活で活かされる場面を考えたとき，求積やグラフの調査など計算を使うイメージが強いと考えられる。図形領域では，図形の観察，定義の場面で辺の数，つながり方について触れられるが，それらが実生活で活用されていると感じる場面は少ない。したがって，本研究では児童が図形領域と実生活の関わりについて感じることができ，また，図形の学習を通して図形の性質に気づき，発展的に考察する力を養う教材について考察した。そこで，グラフ理論を用いた教材が有効であると考え，小学校 6 年生を対象とした一筆書きに関する教材の開発を行った。
＜キーワード＞　グラフ，オイラー周遊，一筆書き，中国人郵便配達問題

1. 序文

平成 30 年度に発行された小学校算数指導要領 ([2]) では，教科の目標の一部に「算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度を養う」また「基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的に考察する力を養う」とある。子どもにとって，算数が実生活で活かされる場面を考えたとき，求積やグラフの調査など計算を使うイメージが強いと考えられる。図形領域では，図形の観察，定義の場面で辺の数，つながり方について触れられるが，それらが実生活で活用されていると感じる場面は少ない。また，全国学力状況調査 ([1]) の結果によると「算数の授業で学習したことを，普段の生活の中で活用できないか考えますか」という質問には，過去数年 7 割前後の子どもが「当てはまる」「どちらかといえば，当てはまる」と回答していた。残り 3 割前後の子どもは，学んだことと実生活のつながりを実感できていないと考えられる。

本研究では，図形領域が実生活で活用されていることを実感でき，また図形の一筆書きについて学ぶことで，図形の性質に気づき発展的に考察する力を養うことができる教材開発を行った。

2. 研究の目的

本研究では，以下の条件を定めて図形領域に関連した教材開発を行った。
(1) 授業時間が 2 時間である。
(2) 小学校 6 年生を対象とした授業を行う。

(1) の条件から根拠の追求や見つけた法則が常に成り立つか子どもが試行錯誤する時間ができる。(2) の条件から必要な知識が小学校 5 年生までの内容となる。以上の条件を考え，

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部

グラフ理論に注目した。グラフ理論を用いた一筆書きの教材開発についての先行研究として [4] がある。その論文のなかで，一筆書きできるかどうかを調べることに重点を置いたため，一筆書きの始点と終点が一致するものと，そうでないものを区別することができていない子どもが多かった，という課題が挙げられている。

本研究では，このような課題を解決しつつ，より実生活に即した問題を教材化できないか考えた結果，一筆書きの性質を応用した中国人郵便配達問題 ([3], [5]) を題材とすることにした。そのなかで，この題材が図形領域の学びを生活と結び付けるのに有効か，始点と終点を固定することで子どもの学びに変化を得ることができるか実践，検証していくことにする。

3. 教材について

ここで，本研究の教材を説明するにあたり，いくつかの用語を定義する。

＜定義 1＞
有限個の点とそれらを結ぶ辺によってできる図形を**グラフ**という。そのような有限個の点を**頂点**という。（例については図 1, 2 を参照。）

＜定義 2＞
グラフの各頂点に対し，接続している辺の数を**次数**という。また，次数が奇数の頂点を**奇頂点**，偶数の頂点を**偶頂点**という。

＜定義 3＞
グラフ G において，ある頂点 v_0 から出発して，辺と頂点をたどり，頂点 v_k に至る経路を**歩道**という。このとき，v_0 を**始点**，v_k を**終点**という。また，頂点，辺が重複して現れない歩道を，**道**といい，頂点 v_0 から出発して，辺と頂点をたどり，頂点 v_k に至る道を **v_0-v_k 道**という。歩道にあらわれる辺の本数を歩道の**長さ**といい，2 頂点 v_0，v_k の最短の歩道の長さを v_0 と v_k の**距離**という。

＜定義 4＞
歩道において，すべて辺が異なるときを**小径**といい，$v_0 \neq v_k$ のとき**開小径**，$v_0 = v_k$ のときを**閉小径**という。

＜定義 5＞
グラフの全ての辺を含む開小径を**オイラー小径**，すべての辺を含む閉小径を**オイラー周遊**という。

＜定義 6＞
オイラー周遊をもつグラフを**オイラーグラフ**という。

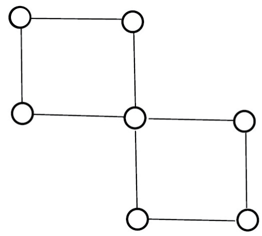


図 1（オイラーグラフ）

また，オイラー小径をもつグラフを**半オイラーグラフ**という。

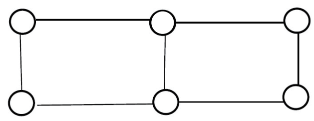


図 2（半オイラーグラフ）

＜定義 7＞
ある頂点から同じ辺を 2 度通ることなくすべての辺をたどることができるとき，そのグラフは，**一筆書き**できるという。

＜定義8＞

2頂点が2つ以上の辺で結ばれているとき，それらの辺を**多重辺**という。

注意．定義4，定義5，定義6よりオイラーグラフ，半オイラーグラフは，一筆書き可能なグラフである。

ここで，本教材で用いる定理を紹介する。定理1，2の証明については[3]を参照していただきたい。

＜定理1＞[5]

グラフGがオイラーグラフであることと，グラフGの頂点がすべて偶頂点であることが同値である。

＜定理2＞[5]

グラフGが半オイラーグラフであることとグラフGには，奇頂点がただ2つのみ存在することが同値である。

定理1より次の定理3が示せる。ここでのグラフは一般に多重辺を持つものを考える。

＜定理3＞

奇頂点をちょうど2つ持つグラフをGとし，V, EをそれぞれGの頂点，辺の集合とする。２つの奇頂点をa, bとするとき，Gの任意の頂点vからGの全ての辺を通過してvに戻る最短の歩道の長さは$d(a,b)+|E|$である。（ここで，$d(a,b)$はa-b道の最小の長さとし，$|E|$はEの要素の個数とする。）

（証明）

vからすべての辺を通過して，vに戻るGの最短の歩道を考える。このとき，図3のように定理1より2回以上通るGの辺が存在する。vからすべての辺を通過して，vに戻ってくるときに2回以上通る辺の集合をE^+とし，E^+をGの辺集合に加えてできるグラフG^*は，オイラーグラフである（図3）。

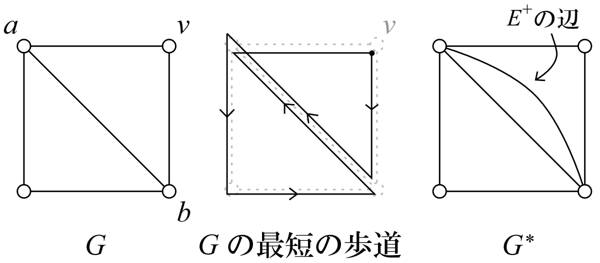


図3（グラフG^*）

また，定理１からG^*のすべての頂点の次数は偶数である。このときの$|E^+|$が$d(a,b)$以上であることを示せば，vから出発してvに戻る最短の歩道の長さは$d(a,b)+|E|$以上となる。実際，Gに辺を追加してすべての頂点を偶頂点にするには，aに少なくとも1つは辺を追加しなければならない。また，辺を追加された偶頂点は奇頂点になるため，さらに新たに辺を追加しなけらばならない。このように繰り返すと，aから辺を追加し始めて，bに到達するまで辺は追加され続ける。よって少なくともa-b道の長さだけ辺が必要である。したがって，$|E^+| \geq d(a,b)$が分かる。また，実際に$d(a,b)+|E|$個の辺を用いてvからすべての辺を通過してvに戻ることができるため，最短の長さは，$d(a,b)+|E|$であることが分かる。

中国人郵便配達問題は，グラフ上のある頂点より全ての辺を少なくとも１回は通って，最始の位置に戻ってくる場合の最短経路の長さを求める問題であり，最短経路問題の一つといえる。最短経路の求め方は，鉄道の経路案内アプリやカーナビ等に活用される実用的なものである。最短経路についての教材研究としては，中等教育向けの教材として[8]がある。本教材では，中国人郵便配達問題のグラフの辺を地図上の道，頂点を交差点，条件を郵便局（図4の●）から道沿いの家に郵便物を配り，戻ってくることに対応させ，経路

の長さをその経路上の道の数で定めて，小学校6年生向けの算数教材を考案した。

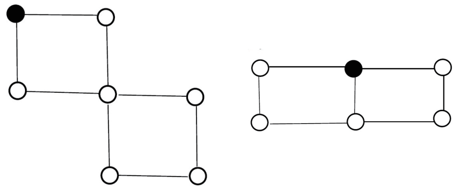


図4（教材におけるグラフ）

特に，最短経路の長さを考察する際に，交差点にある道の数に着目し，性質，規則性を調べていく。これは図形として考えると，辺の本数やつながり方に着目していることになる。そのため，本題材は小学校算数における「C図形」を発展させたものとして位置づけられる。

具体的には，オイラーグラフと半オイラーグラフで表わせる地図を扱い，その最短経路の長さを調べていく。実際の道では，それぞれ長さが異なるが各道の長さを考慮すると問題が複雑になる。そのため本教材では，経路の長さをグラフ上の対応する歩道に出てくる辺の数と定めて，その長さについて考える。

例えば，図1の状況を郵便配達に置き換えると,（任意の頂点から）すべての道を一回通るだけで戻ってくることができる。よって最短経路の長さは道の本数と等しくなる。一方で，図2の状況では，奇頂点を始点にすると，すべての道を1回通ることでもう一つの奇頂点に到達できる。つまり2つの奇頂点の距離を求めることで最短経路の長さが分かる。

本教材では，このような2種類のグラフを構成できる地図を複数用意し，以下の決まりを発見していく。

(1) すべての交差点にある道の数が偶数のときは，すべての道を一回通り配達し，もどってくることができる。

(2) 奇数の交差点が2つのときは，すべての道を一回通り配達し，配り終わったときは，必ず奇数の交差点に着く。つまり，奇数の交差点2つの最短経路の長さだけ考えればよい。

4. ねらい

今回の授業では，以下の2つをねらいとして設定した。

1．最短経路の長さを求める活動を通して，交差点から出る道の本数と最短経路との関係に気付き，道をたどらなくても長さを求めることができる。

2．点と線のつながりから,（最短経路についての）きまりができることに気付き，算数への興味関心を持つことができる。

5. 授業の構成

本授業の構成について説明する。授業で扱うワークシートについては資料を添付する。

(1) 導入

ポストや郵便局の写真を提示し，郵便物がどのように配達されているか，子どもに疑問をもたせる。また，効率よく配る必要性を確認する。次に，大垣郵便局付近の地図（添付資料のスライド4ページ）を提示し,「地図上の道にあるすべての家に配達して，郵便局にもどってくるのに何 km 走りますか。」と問い，選択肢の中から子どもに回答させる。この問いかけを通して本授業における設定とルールを確認する。

＜設定＞

・交差点の間の道には必ず家があり，すべての家に配達する。

＜ルール＞

・情報が多い地図を単純にするために点と線で表す。

・最短経路の長さは，道の距離ではなく道の本数で考える。

ここでは，地図上の交差点を頂点，交差点間の道を辺と置くことで地図をグラフとして

表現し，地図を抽象化する。このとき，郵便局のある交差点を表す頂点を●，他の交差点を表す頂点を◯とする。また，辺の長さは考慮せず，どの辺の長さも等しいとみなす。

児童に対し練習問題に取り組む前に，通常の地図のままでは，地名や建物の名前等，問題に必要のない情報があるため見づらいこと，地図の表し方を考える必要があることを伝え，全体で確認する。その後，地図を抽象化した例を紹介し，問題に必要な情報が含まれており，また抽象化した方が問題に取り組みやすいことを確認しする。このとき分かりやすくするために，頂点，辺は，それぞれ点，線と呼び，抽象化した図も同様に地図と呼ぶことにする。地図の抽象化の説明の際は，次の図（最初に提示した大垣郵便局付近の地図の一部）をスライドで提示しながら説明する。

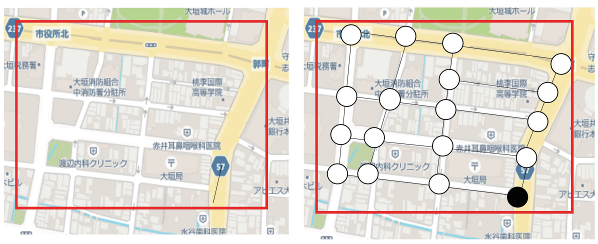


図 5（地図の抽象化）

そのあと，単純な地図を用いた練習問題（添付資料）を提示する。

練習

すべての道の家に配って，郵便局へもどってくるのに何本通りますか。

この練習を通して最短経路の長さの性質を確認する。

＜性質＞

・すべての道を 1 回しか通らないとき，通る道の本数が最も少なくなる。

練習問題を解く際，多くの子どもは地図をたどって答えを出すと考えられる。ここでもう一度，最初の大垣郵便局付近の地図をスライドで提示し，次の課題を提示する。

課題

「郵便局から出発して，すべての道の家に配って，郵便局へもどってくるときに通る最も少ない道の本数は，どのようにして求められるのか。」

この提示は，道をたどる以外の効率的な最短経路の求め方を考えるという目的のためである。実際の地図は複雑であり，道をたどって，交差点ごとに対応するのでは，あまりに場合分けが多く，答えをみつけることが難しい。ここでは，児童が具体的に地図の最短経路を見つけることまでは想定しない。

補足．本教材で発見するきまりでは求められない発展的な問題となるため，授業では直接扱わないが，図 5 の地図の最短経路について考える。定理 1 を考慮すると，10 個の奇頂点を遇頂点にするために，少なくとも 5 本の辺を追加する必要がある。実際，図 6 のように 5 本追加すれば十分であるため，最短経路の本数は 27+5=32 本であることがわかる。

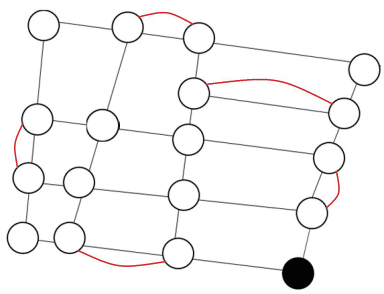


図 6（地図の最短経路）

(2) 展開

子どもに問題 1（参考資料）を提示する。

問題 1

「次の地図は，すべての道の家に配って，郵便局へもどってくることができますか。ただし，同じ道は 1 回しか通れません。」

問題 1 を通して 9 つの地図を，すべての道

の家に配って郵便局へもどってくることができる地図と，できない地図に分類する。そして２種類の地図を比較して，すべての道の家に配って，郵便局へもどってくることができる地図（オイラーグラフ）のきまりを見つける。

きまり

・すべての交差点にある道の本数が偶数のときは，すべての道を１回通るだけでもどってくることができる。

次に，問題１より条件を緩め，配った後に戻るという条件を無くした問題２（添付資料）を提示する。

問題 2

「次の地図のとき，すべての道の家に配ることができますか。ただし，同じ道は１回しか通れません。」

問題２を通して，９つの地図をすべての道の家に配ることができる地図と，できない地図に分ける。そして２種類の地図を比較して，すべての道の家に配ることができる地図（半オイラーグラフ）の以下のようなきまりを見つける。

きまり

・奇数の交差点が２つのときは，すべての道を１回通るだけで配ることができる。
・配り終わったときは，必ず奇数の交差点に着く。

２つのきまりから，配って戻ってくるのに通る道の本数は，道の本数と奇数の交差点から郵便局までに通る（最短の）道の本数だけ考えればいいことを確認し，問題２の地図で実際に求めてみる。

(3) **まとめ**

今回見つけたきまりによって，地図上の道をすべてたどり，試行錯誤しなくても答えを求められるようになったことを確認する。そのあと，中国人郵便配達問題について紹介し，今回の内容との関連，応用について説明する。最後は挑戦問題（添付資料）に取り組み，複雑な地図でもきまりを使えば簡単に問題を解決できることを子どもに実感させる。

6. 実践結果と考察

場所：岐阜大学教育学部 A426 教室
日時：令和２年 11 月 13 日（金）
対象：岐阜大学教育学部数学教育講座４年生（24 名）

この教材は小学校高学年を対象として開発したが，今回諸事情により大学４年生に対して実践を行い，小学生に対して教材の内容が有効であるか検証を行った。

6.1. 活動の様子

(1) **導入**

まず，大垣郵便局付近の地図で最短経路の長さを考える際，選択肢から学生が自由に選ぶようにした。このとき全員が，ヒントとして出した地図上の道の長さの合計より，その経路が長くなると回答していた。このことから，すべての道を１回は通らないといけないこと，同じ道を重複して通らなければいけない場合があることを全員が予想できていたと考えられる。地図をグラフで表すことの説明では，スライドを用いた説明のみだったが，抽象化する利点を感じやすくするため，地図を図形としてとらえる感覚を得るためにも，実際の地図でグラフを作らせる時間があっても良かったのではないかと考える。練習問題で

は，地図をなぞったり，矢印を書き込んだりして答えを求めていた。また，答えの根拠となる記述では，ほとんどの学生が道の本数に着目して書くことができていた。この練習問題を通して，今のままでは手を動かさないと答えが出せないこと，そして最初の地図のような複雑な地図について，答えを求めることは困難であることを，学生に実感させられたと考えられる。

(2) 展開

問題1，2ともに，ほとんどの学生が正しく解答していた。よって，地図の分類ができていたといえる。特に2つの地図の違いについて，地図全体を見るのではなく，郵便局から出ている道の本数が奇数であること，道が1本しか出ていない交差点があることなど，図形を部分的にとらえて考えることができていた。実際に道をたどって考えたことによって，どこで通る道が重複するのかが分かり，そこに原因があると予想できたため，自然と地図の部分に注目できたと考えられる。これらの考えから授業者の個別の問いかけや個人の追求によって考えを深めることで，きまりを見つけることができた。多くの学生は，問題の『できる地図』,『できない地図』で比較していたが，中には『できない地図』を『できる地図』にするにはどうしたらよいか，考えている学生がいた。また，地図の中に三角形を見つけ，その個数にも関係があるのではないかと考えていた学生がいた。このように予想していなかった学生の試みがあった。

問題1と問題2のきまりの理由については，道が1本しか出ていない交差点を行き止まりととらえ，そこに着いたら戻らないといけないからできない，という考えをもっていた記述は多かった。さらに，交差点を出て，入って，出るを繰り返す必要があるといった定理1，定理2の証明に関わる記述は，5人が解答していた。

問題の解き方に関して，地図に矢印や本数，通った順に番号を書き込むなど，さまざまなものがあった。学生によっては，書き込みすぎて見づらくなっていた子もいたため，見やすい方法，間違えない方法を問題1の答え合わせの時点で紹介しておくと，考える時間を多く確保できたのではないかと考える。きまりを見つけたあと，問題2において，戻ってくるのに通る道の最短距離を学生に求めさせた。きまりから求め方までの説明はこちらで行ったが，多くの学生が問題ごとに（道の本数）＋（道の本数が奇数の交差点から郵便局までに通る道の本数）の式を書いて，最短距離求めることができていた。この式が本当に最短距離か疑問を持つ学生が出てくることも予想していたが見回った際には，出なかった。

(3) まとめ

最後に取り組んだ挑戦問題は，道をたどって解くには（大学生にとっても）かなりの時間を要する問題であろうと予想していた。ところが学生は，3分程度で解くことができていた。したがって，きまりを用いて問題に取り組めたと考えられる。

6.2 アンケート結果

本実践では大学生に対して，授業前後にアンケート（参考資料）を実施した。ここで，その項目内容と回答例をいくつか述べる。選択式の質問については，1　思う，2　少し思う，3　あまり思わない，4　思わない，の4つの選択肢を用意した。

授業前アンケートの結果
質問1. 算数，数学の領域の記号を実生活で活用されていると思う順番に並べてください。
回答　図形領域の順位

1 番目 … 0 名　2 番目 … 1 名
3 番目 … 6 名　4 番目 … 17 名
質問 2．小学校算数の図形領域の各単元は実生活で活用されていると思いますか。
B 図形の各単元を [5] による 4 つの観点
(1) 図形領域の概念について理解し，その構成について考察すること，
(2) 図形の構成の仕方について考察すること，
(3) 図形の計量の仕方について考察すること，
(4) 図形の性質を日常生活に生かすこと，
に分け，選択肢の数値の平均をとった。
回答　(1) 2.21　(2) 2.18　(3) 2.09　(4) 2.07

授業後アンケートの結果

質問 1．今回の活動は，子どもが図形領域と実生活のつながりを実感する教材として有効だと思いますか。
回答
1 … 11 名 2 … 10 名 3 … 2 名 4 … 0 名
質問 2．本活動の良かったところ
回答例
＜見方，考え方に関して＞
・図形の特徴を探すのが楽しかった。
・実際に手を動かして問題を考えるのが楽しかった。
・ルールを自分で見つけるのが楽しかった。
・ただの一筆書きよりも楽しく感じられた。
・最初は問題に苦労したが決まりに気づくことで楽になり，算数の有用性を感じられた。
・一筆書きを郵便と絡めることで日常とのつながりを感じられた。
・今日の問題から，次はどの道を通ればいいのかなど新たな疑問が生まれ，関心が深まった。
・グラフに置き換えても点，線と言わないことで抽象化されすぎず分かりやすかった。
・学習した知識で考えられるような内容がよかった。
・図形と聞くと多角形が思い浮かぶが辺の本数の性質を知ることで見方が広がった。
・最初はできないと思ったけど，最後にできるようになったのがよかった。
・迷路感覚で追究したくなる題材だった。
＜授業構成に関して＞
・問題提起が分かりやすかった。
・単純な図形から複雑な図形へと段階を踏んで発展していくのが分かりやすかった。
・地図をグラフとして表すとき，本時での長さを定義するとき図があったため分かりやすかった。
・導入の問が活動を通すことで分かる点がよかった。
・考察の途中で一度問題の答え合わせを挟むことで，できてない人もスムーズに次へ進めた。
質問 3．本活動の課題，改善点
回答例
＜見方，考え方に関して＞
・図形の中に三角形の数にも関係があるのではないかと思ったが，考える時間が足りなかった。
・子どもがいきなり道の本数に着目するのは難しい，ヒントがもっと欲しかった。
・実生活とのつながりを実感するには，道の複雑さや距離の設定が抽象的過ぎる。
・図形と呼んでいたが子どもにとっては円や三角形や四角形なので違和感があった。
＜授業構成について＞
・早く終わった人用に問題がたくさん欲しかった。
・なぜその決まりになるのか知りたかった。
・実際になぞって正解，不正解を確認する時間があるとよかった。
・最後に身近なものでも考える機会があるとより実生活とのつながりを感じられる。
・答えができるかできないか決まっていたので挙手しにくかった。

・プリントにルール，設定をまとめておく

と確認しやすかった。

6.3 アンケートの分析と考察

本研究では，小学生ではなく大学生を対象とし授業実践をおこなった。その目的は教育学部の４年生に，本教材に取り組んでもらうことで，児童への教材の有効性について考察してもらい意見を得ることである。大学生を対象としているため，小学生と大学生の知識の違いに注意する必要があるが，授業前，授業後アンケートを実施し，教材の児童への有効性について考察した。

(1) 授業前アンケートについて

図形領域と実生活のつながりに対する学生の認識について，調査を行った。

質問１より，図形領域が実生活で活用されていると学生が感じる場面は，他の領域と比べると少ないことが分かった。

質問２より，図形の計量に比べ，図形の概念や構成についての学習は，実生活で活用されていると実感できていないことが分かった。

これらから図形領域が実生活で活用されていることを実感させることが算数の学びを実生活に活かそうとする場面を増やすことにつながるといえる。特に，図形の構成要素の学習に関して，実生活での活用を実感することに課題があることが分かった。

(2) 授業後アンケートと分析

本教材の有効性と活動の成果及び課題と改善点について調査を行った。質問の回答より，多くの学生が本教材により図形領域と実生活のつながりを子どもに実感させられると考えていることが分かった。理由としては２点あげられる。一つは，図形領域への見方が広がったからである。図形の構成要素に着目したことや，パズルゲームとしても扱われている一筆書きを実生活と結び付けたことが，学習者にとって今までにない図形領域の学びにつながったからだと考えられる。もう一つは，図形の性質の有用性を実感できたからである。始めの単純な図形から調べていくことできまりに気付き，複雑な地図も簡単に長さを求められるようになったことが有用性の実感につながったと考えられる。質問 1 で 3 と答えた学生が 2 名いたがその内の 1 名は，いい意味で図形領域という感覚がなかったとコメントしていた。この学生は授業前アンケートの質問 2 の回答から，図形領域の活用といった場合，計量であるとの認識が強いと考えられる。そのため，構成要素に着目した本教材は，図形領域の内容と離れていると感じてしまったのだと考えられる。

ここで，活動について考察する。導入における，郵便物を限られた時間でできるだけ多く配らないといけないという問題提起が，活動全体の動機づけとなっている。地図をグラフに抽象化する場面では，実際の地図からグラフを作り出すスライドが分かりやすかったという意見が多かった。一方，抽象化する際の道の長さの定義や問題で扱った道の複雑さでは，実際の道と関連させにくいという意見もあった。この点が本教材の改良可能な点の一つといえる。

次に，展開において，問題と活動の流れについて分析する。問題では，解答が選択式である問題が解きやすかったという意見がある一方で，正誤がはっきりして発表しにくかったという意見もあった。全体発表の前にグループで交流すると，発表者の不安を解消できるのではないかと考えられる。問題数は，9 つ用意したが足りないという意見があった。全体で扱う問題とは別に，追加問題があれば全員が時間いっぱい活動に取り組むことができると考えられる。

活動では，答え合わせを間に挟むことで，正解が分かった状態で地図の考察に取り組むことができたという意見があった。一方で，正解

を確かめるために，実際に地図をたどって確かめる時間が必要だったという意見もあった。

まとめについては，実際の地図からグラフを書いて，答えを求める活動を導入してはどうかという意見があった。このようにすると，より実生活と関連させられる活動になると考えられる。

以上よりグラフ理論を用いた本教材は，これまでの考察をもとに改善をすることで，子どもに図形領域に対する有用性を実感させることや，子どもの図形領域への興味，関心を高めることができる教材となるであろうと考えられる。

7. 今後の課題

6.2，6.3 から今後の課題として以下の点を挙げる。

1. 図形の観察，考察の時間を増やし，きまりの理由を考えたり，きまりの新たな発見をする場を作る。
2. 学んだきまりを用いて自分で問題を考え，解決する活動を行う。

本実践のなかで，挑戦問題はグラフの形で与えられていた。結果として，きまりの有用性を学生が気づくことはできたが，実生活で活かす問題になっていなかった。自分の地域の地図を使って考える活動や，郵便配達以外にも町のごみ拾いのような，同じきまりが使える問題を考えて解決する活動があれば，実生活とのつながりをより深められるのではないかと考えられる。

本実践では，活動中に学んだ知識のみを用いて図形領域を実生活で活用する教材を作ることができた。また，今回扱ったきまりがなぜ成り立つか疑問をもたせること，図形についてこちらの予想以外にも調べる視点があることが分かった。観察，考察の時間を増やして地図の図形的な特徴に子どもが触れられると，地図を図形としてみることができ，図形領域と実生活のつながりを深められるのではないかと考えられる。

本研究では諸事情により，算数，数学を専攻している大学生に対して授業実践を行ったが，今後，実際に小学校高学年に対して，実践を行い活動の効果を確かめたい。

8. 添付資料

本論文に，授業で使用したワークシートおよびアンケートを添付する。

9. 謝辞

実践及びその準備でお世話になった関係者の方々，実践に参加していただいた岐阜大学教育学部学部生及び大学院生の方々に感謝する。

10. 参考文献

[1] 国立教育学政策研究所，全国学力・学習状況調査　報告書・調査結果資料，国立教育学政策研究所，2019 年

[2] 文部科学省,「小学校学習指導要領（平成 29 年度告示）解説　算数編」，文部科学省，2017 年

[3] アーサー・ベンジャミン，ゲアリー・チャートランド，ピン・チャン 著，松浦俊輔 訳,「グラフ理論の魅惑の世界」，青土社，2015 年

[4] 中村航洋，山路健祐,「一筆書きを題材にした教材開発と実践」，岐阜数学教育研究 (2013)，Vol. 12，1-10

[5] 鈴木晋一,「数学教材としてのグラフ理論」，学文社，2012 年

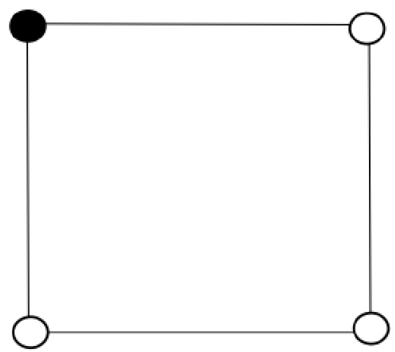
[6] 花木良，「最短経路問題に関する教材研究～中学・高等学校向け離散グラフ教材～」，第 40 回数学教育論文発表会論文集，853 - 858，2007 年

	学習活動	指導○・援助●
導入	1.　郵便地図の提示と地図の定義 「すべての道に配ってもどってくるのに何㎞走りますか。」 ヒント：道を全部合わせると８㎞です。 ・地図には情報が多い　➔　交差点は点，道は線で表す。 ・道それぞれで長さが違う　➔　道は本数で数える。 2．簡単な図形での練習，ルールの提示 「すべての道の家に配って，郵便局へもどってくるのに何本通りますか。」 「本当にこれより少なくならないですか。」 ・地図上の道の数よりは少なくならない。 ・すべての道を一回しか通っていないときは，最も少ないといえる。 課題：郵便局から出発して，すべての道の家に配って郵便局にもどってくるのに通る最も少ない本数は，どのようにして求められるか。	○今回の内容が最短距離の求め方を考えることを意識させる。 ○地図を図形で表すこと，距離を道の本数とすることを確認する。 ○ルールを把握できているか，より少なくならないか確認しながら進める。
展開	3．問題１に取り組む。 「すべての道を１回だけ通ってもどってくることはできますか。」 「もどれる時とそうでないときの違いは何だろう。」 ・通る道が無くなって行き止まりになる。 ・交差点に入ったら出ないといけないから偶数本必要である。 ・すべての交差点にある道の数が偶数のときは，すべての道を１回通るだけでもどってくることができる。 ４．問題２に取り組む。 「すべての道を１回だけ通って配ることはできますか。」 ・奇数の交差点が２つなら配ることができる。 ・配り終わるときは，必ず奇数の交差点である。 奇数の交差点が２つのときは，すべての道を一回通るだけで配達できる。 配り終わったときは，必ず奇数の交差点に着く。 奇数の交差点から郵便局までの道の本数だけ考えればよい。 ５．実際に配って，もどってくるのに通る最も少ない道の本数を求める。	●わかるところから道を限定させ，考えやすくさせる。 ○すべての道をたどって考えるのは，困難であることを確認する。 ●違いを考える前に地図上にどんな数があるか確認させる。 ○交差点は何回でも通れること，途中で郵便局を通ることもできることを確認する。 ●行き止まりのときと一周できるときの交差点を提示し，交差点から出るための条件を考えさせる。 ○交差点から出る道の本数に着目すれば，道を辿らなくても最少の本数が分かることを理解させる。 ●先ほどと同様に交差点の道の本数に着目させる。
まとめ	６．まとめ 交差点から出ている道の本数をみれば，すべての道をたどらなくても最も少ない道の本数は，求められる。 ７．問題の解説 中国人郵便配達問題 「地図上の全ての道を一回は通り，戻ってくる最小の長さを求める問題」 交差点から出る道の数に注目することで解くことができる。 ８．問題３に取り組む。	○配るために通る本数，戻るために通る本数をそれぞれ求めればよいことを確かめる。 ○実際には，道の長さや一方通行，奇数の点が複数ある問題も考えることを説明する。

練習　すべての道の家に配って，郵便局へもどってくるのに何本通りますか

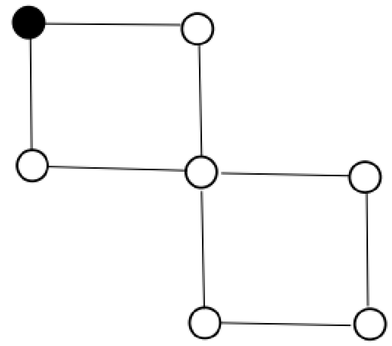
注意：通る道の本数はできるだけ少なくする。

1．



＿＿＿＿＿ 本

2．



＿＿＿＿＿ 本

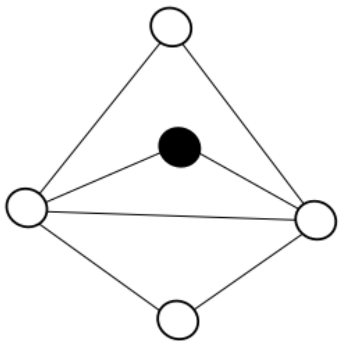
本当にこれよりも少なくならないですか

理由：

問題 1

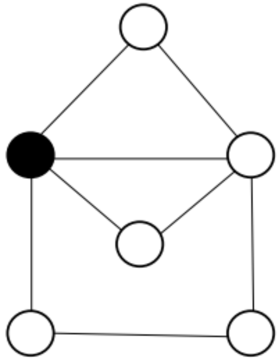
次の地図は，全ての道の家に配って，郵便局へもどってくることができますか。ただし，同じ道は 1 回しか通れません。

1



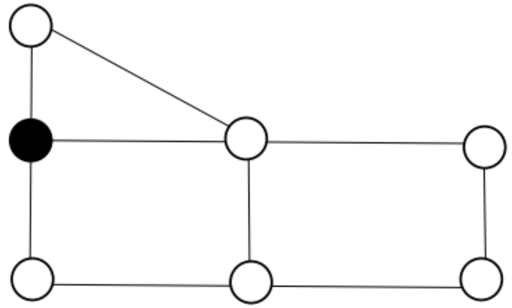
できる・できない

2



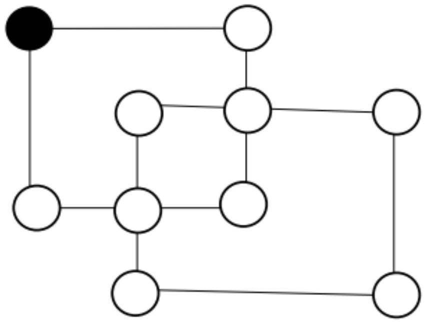
できる・できない

3



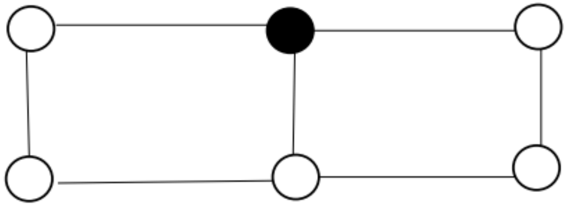
できる・できない

4



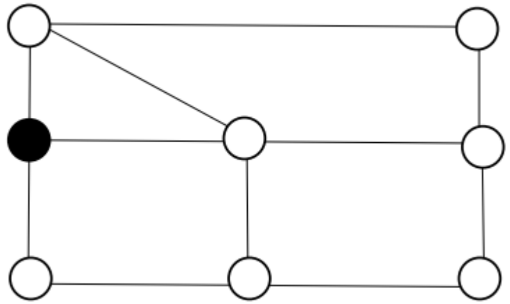
できる・できない

5



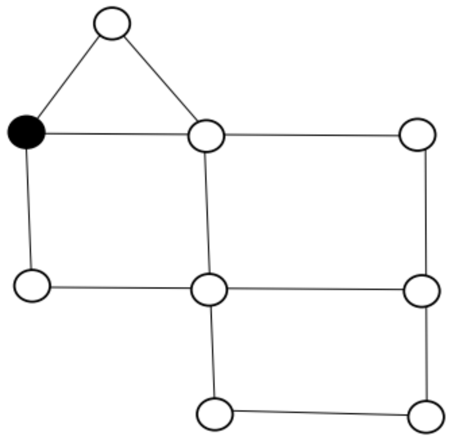
できる・できない

6



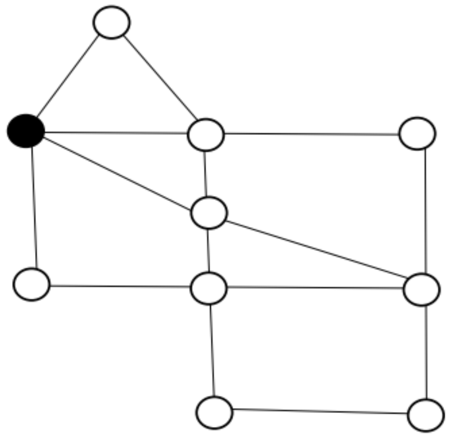
できる・できない

7



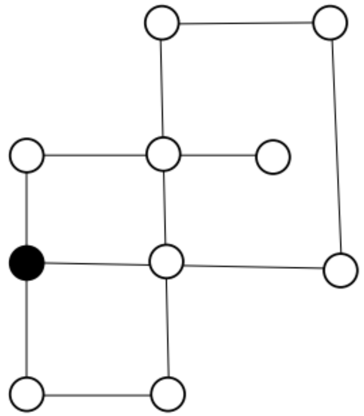
できる・できない

8



できる・できない

9



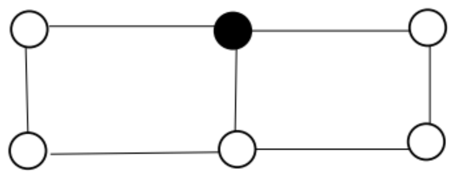
できる・できない

配達できる地図とできない地図の違い，気づいたことを書こう。

問題２　次の地図のとき，全ての道の家に配ることができますか。ただし，同じ道は１回しか通れません。

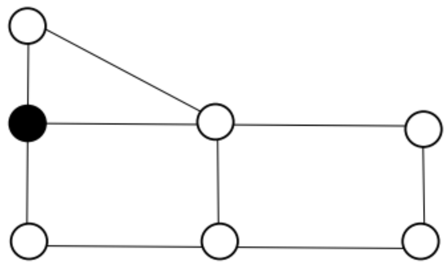
注意：郵便局にはもどらなくてもよい

1



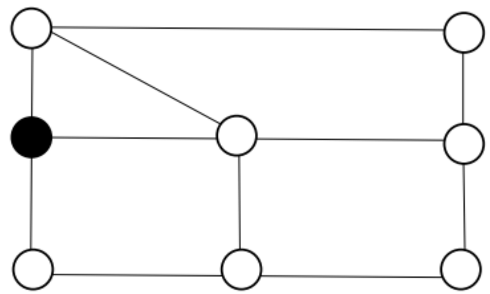
できる・できない

2



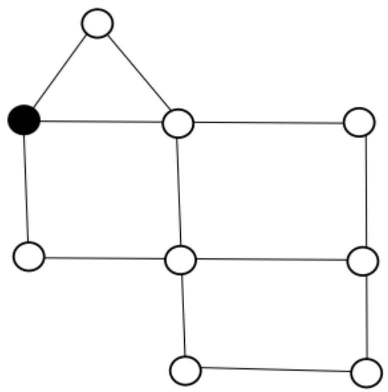
できる・できない

3



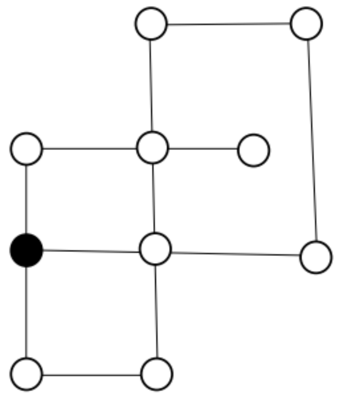
できる・できない

4



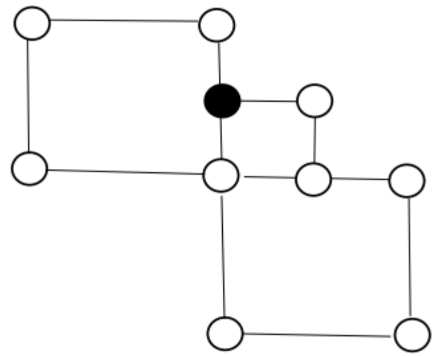
できる・できない

5



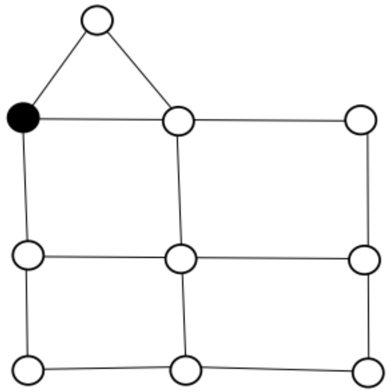
できる・できない

6



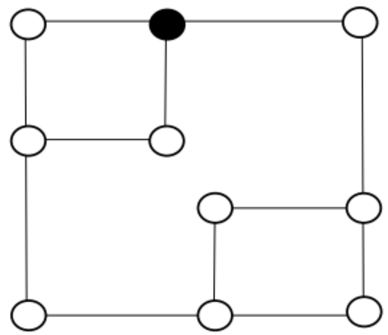
できる・できない

7



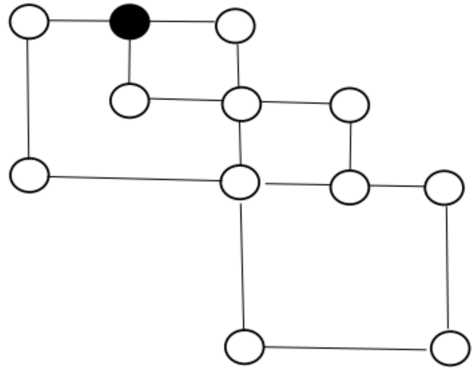
できる・できない

8



できる・できない

9



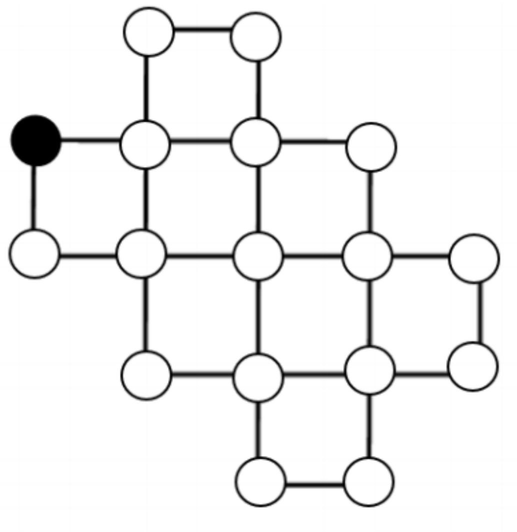
できる・できない

気付いたことを書きましょう。

問題 3

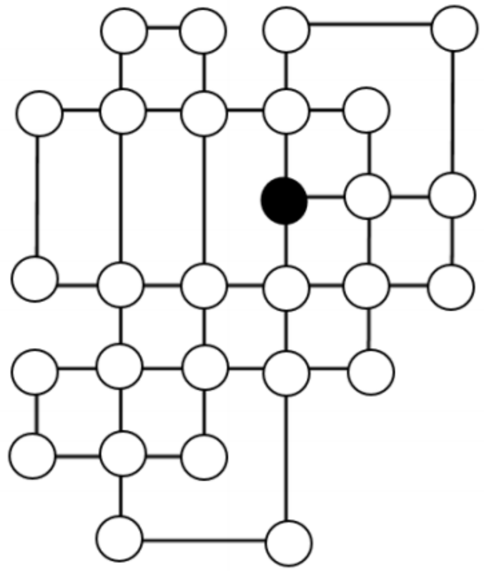
全ての道の家に配って，郵便局へもどってくるのに何本通りますか

1



________本

2



________本

アンケート1

アンケートにご協力お願いします。質問は全部で２つあります。

＜質問１＞　算数, 数学の領域の記号を実生活で活用されていると思う順番に並べてください

小学校　Ａ数と計算　Ｂ図形　Ｃ測定，変化と関係　Ｄデータの活用

中学校　Ａ数と式　Ｂ図形　Ｃ関数　Ｄデータと活用

→　→　→

＜質問２＞　小学校算数の図形領域の各単元は実生活で活用されていると思いますか。裏面の系統表　小学校　Ｂ図形内の●の横に当てはまる数字を書いてください。

１　思う，２　少し思う　３　あまり思わない　４　思わない

ご協力ありがとうございました。

配達のひみつ

1

2

ルール１
交差点の間の道には，必ず家があり，すべての家に配達する

3

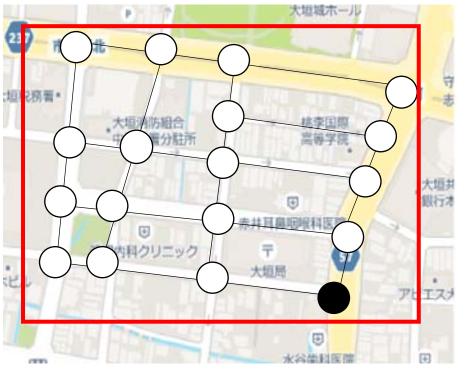
郵便局から地図上の道にあるすべての家に配達して，郵便局にもどってくるのに何km走りますか

1　５km
2　８km
3　１０km
4　２０km

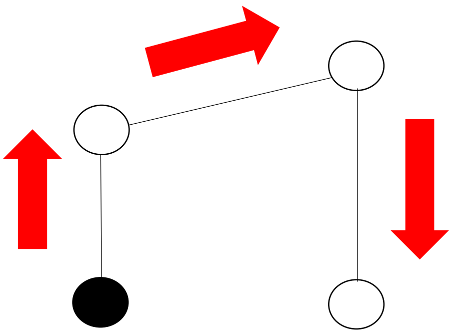
ヒント：地図上の道の長さをすべて足すと約８kmです

4

ルール２
・地図には情報が多い
　例　川，建物の名前
交差点は○，郵便局は●，道は線で表すことにする



5



ルール３
• 道の長さはそれぞれ違う
⇒道の長さは全部同じと考えて
　道の本数で長さを表す

３本

6

地図上の道にあるすべての家に配って，郵便局にもどってくるのに何km走りますか

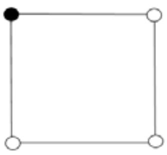
郵便局●から地図上の道にあるすべての家に配って，郵便局●にもどってくるのに道を何本通りますか

7

練習　すべての道の家に配達して，もどってくるのに何本通りますか

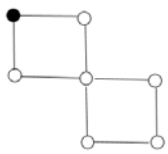
注意：通る道の本数はできるだけ少なくする。

1．



＿＿＿＿＿ 本

2．



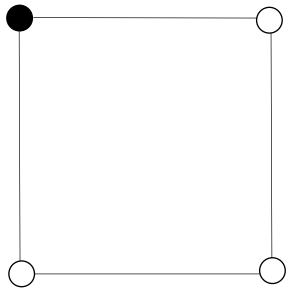
＿＿＿＿＿ 本

本当にこれよりも少なくならないですか

理由：

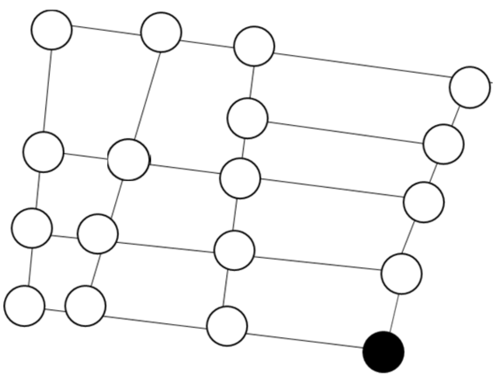
8

すべての道を１回しか通らないとき
通る道の本数が最も少なくなる



４本

9



課題

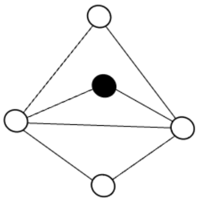
郵便局●から出発して，
すべての道の家に配って，
郵便局●へもどってくる
のに通る最も少ない道の
本数は，どのようにして
求められるのか。

10

問題 1

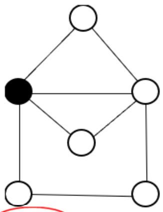
次の地図は，全ての道の家に配って，郵便局へもどってくることができますか。ただし，同じ道は 1 回しか通れません。

1



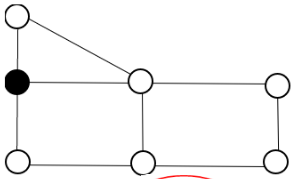
できる・できない

2



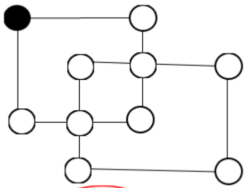
できる・できない

3



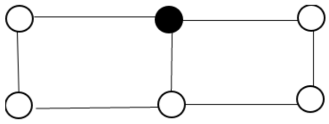
できる・できない

4



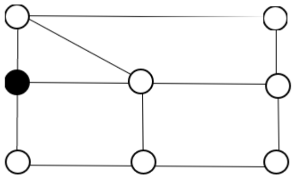
できる・できない

5



できる・できない

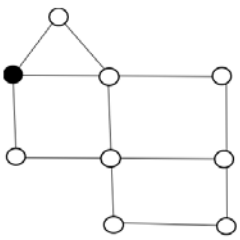
6



できる・できない

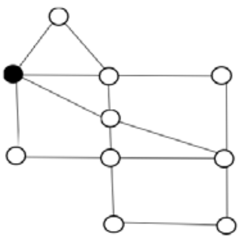
11

7



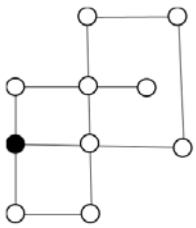
できる・できない

8



できる・できない

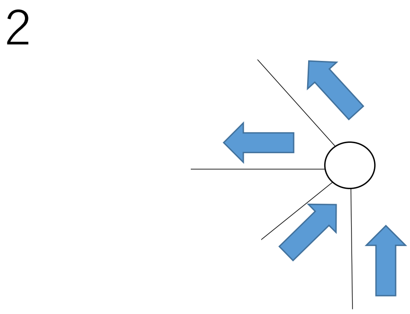
9

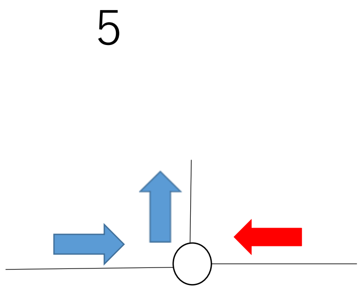


できる・できない

12

同じ道を二回通るのはどんな時？



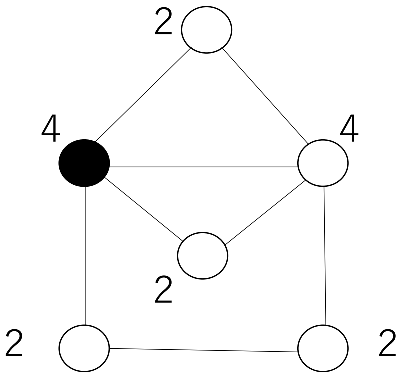


13

すべての交差点にある道の数が偶数のときは，

すべての道を１回通るだけで

すべての道の家に配って，郵便局にもどってくることができる



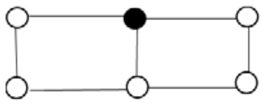
８本

14

問題２　次の地図のとき，全ての道の家に配ることができますか。ただし，同じ道は１回しか通れません。

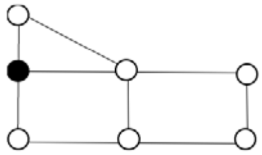
注意：郵便局にはもどらなくてもよい

1



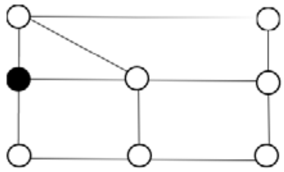
できる・できない

2



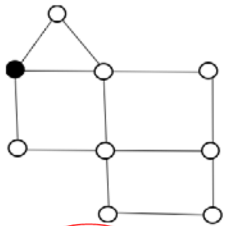
できる・できない

3



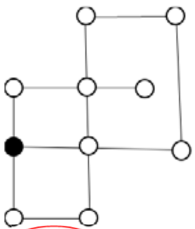
できる・できない

4



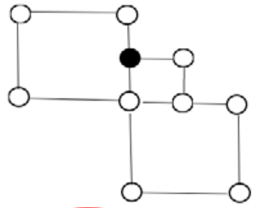
できる・できない

5



できる・できない

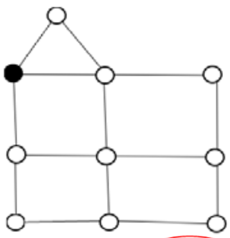
6



できる・できない

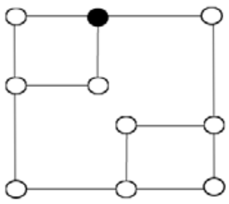
15

7



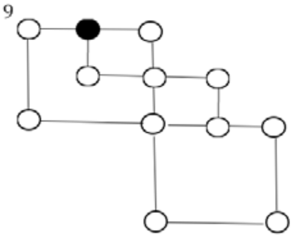
できる・できない

8



できる・できない

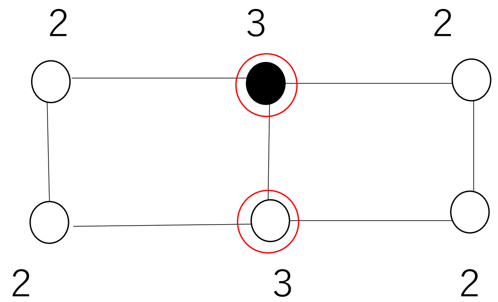
9



できる・できない

16

1．奇数の交差点の数が２つなら，すべての道を一回通るだけで配ることができる
2．配り始めと配り終わりは必ず奇数の交差点になる



７本

奇数の交差点から郵便局までもどる道の本数だけ考えればいい

17

交差点から出ている道の本数が

＜すべて偶数のとき＞

すべての道を１回通るだけで，すべての道の家に配って，郵便局にもどってくることができる。

＜奇数が２つあるとき＞

すべての道を１回通るだけで，すべての道の家に配ることができる。

配り終えたときは，必ず奇数の交差点にいる。

18

問題：地図上の道にあるすべての家に配って，郵便
局にもどってくるのに道を何本通りますか

まとめ
交差点から出ている道の本数をみれば,
＜すべて偶数のとき＞
道の本数
＜奇数が２つあるとき＞
道の本数＋奇数の交差点から郵便局までの本数
すべての道をたどらなくても求められる。

19

中国人郵便配達問題

地図上のすべての道を一回は通り，始めの位置に戻ってくる最小の距離を求める問題

交差点から出る道の数に注目することで解くことができる

20

アンケート2

　アンケートにご協力お願いします。

＜質問１＞　今回の活動は，児童が図形領域と実生活のつながりを実感する活動として有効だと思いますか

１　思う　２　少し思う　３　あまり思わない　４　思わない

＜質問２＞　本活動の良かったところ

＜質問３＞本活動の課題，改善点

ご協力ありがとうございました。

新学習指導要領における算数・数学内容系統一覧表

小学校算数・中学校数学

啓林館

領域	小学校低学年	小学校中学年	小学校高学年
A 数と計算	【1年】 ●100 までの数 ●100 をこえる数（120 程度） ●1 位数の加法・減法 ●簡単な 2 位数の加法・減法 ●加減の場面を式に表す 【2年】 ●10000 までの数 ●簡単な分数（1/2，1/3 など） ●2 位数の加法・減法 ●簡単な 3 位数の加法・減法 ●乗法の意味 ●九九，簡単な 2 位数の乗法 ●加法と減法の相互関係 ●加法の交換法則，結合法則 ●乗法の場面を式に表す ●乗法の交換法則	【3年】 ●1 億までの数 ●分数の意味・表し方 ●小数の意味・表し方 ●整数の加法・減法 ●整数の乗法 ●除法の意味 ●除数が 1 位数の簡単な除法 ●簡単な分数の加法・減法 ●小数の加法・減法（1/10 の位） ●乗法の結合法則，分配法則 ●除法の場面を式に表す ●式と図の関連，□を使った式 【4年】 ●1 億をこえる数（億，兆） ●概数，四捨五入，概算 ●1 をこえる分数，等しい分数 ●整数の除法 ●小数の加減 ●小数の乗除（小数×÷整数） ●小数倍 ●同分母分数の加減 ●四則混合の式，計算法則のまとめ ●□，△などを用いた式	【5年】 ●偶数・奇数，倍数・約数 ●分数の通分・約分 ●分数と小数，整数の関係 ●小数の乗除 ●異分母分数の加減 ●数量の関係を表す式(□,○など) 【6年】 ●分数の乗除 ●分数・小数・整数の混合計算 ●文字を用いた式
B 図形	【1年】 ●平面図形，立体図形の観察や構成 ●方向やものの位置 【2年】 ●三角形，四角形，長方形， 正方形，直角三角形 ●箱の形	【3年】 ●円，球 ●正三角形，二等辺三角形 ●角 【4年】 ●角度の単位（度(°)） ●垂直，平行 ●台形，平行四辺形，ひし形 ●直方体，立方体 ●見取図，展開図 ●面積の単位 （cm^2，m^2，km^2，a，ha） ●長方形，正方形の面積 ●ものの位置の表し方	【5年】 ●多角形，正多角形 ●三角形，四角形の合同 ●円周，円周率 ●角柱，円柱 ●三角形，四角形，平行四辺形， 台形，ひし形の面積 ●体積の単位（cm^3，m^3） ●直方体，立方体の体積 【6年】 ●拡大，縮小 ●線対称，点対称 ●概形の面積 ●円の面積 ●角柱・円柱の体積
C 測定	【1年】 ●長さ，広さ，かさの大きさの比較 ●時刻の読み方 【2年】 ●長さの単位（cm，mm，m） ●かさの単位（L，dL，mL） ●時間の単位（日，時，分） ●時刻の表し方（午前，午後）	【3年】 ●長さの単位（km） ●重さの単位（g，kg，t） ●適切な単位と計器の選択 ●時間の単位（秒） ●時刻・時間の計算	
C 変化と関係		【4年】 ●伴って変わる 2 つの数量の関係 ●簡単な場合についての割合	【5年】 ●簡単な比例の関係 ●単位量あたりの大きさ ●速さ ●割合 【6年】 ●比例と反比例 ●比
D データの活用	【1年】 ●絵や図を用いた数量の表現 【2年】 ●簡単な表やグラフ	【3年】 ●表や棒グラフ 【4年】 ●二次元の表，折れ線グラフ	【5年】 ●円グラフ，帯グラフ ●統計的な問題解決の方法 ●測定値の平均 【6年】 ●代表値，度数分布，ヒストグラム ●統計的な問題解決の方法 ●起こりうる場合

領域	中学校第 1 学年	中学校第 2 学年	中学校第 3 学年
A 数と式	**正の数・負の数** ・正負の数の必要性と意味 （数の集合と四則，素数） ・正負の数の四則計算 ・正負の数を用いて表すこと **文字を用いた式** ・文字を用いることの必要性と意味 ・乗法と除法の表し方 ・一次式の加法と減法の計算 ・文字を用いた式に表すこと （不等式を用いた表現） **一元一次方程式** ・方程式及びその解の意味 ・等式の性質と一次方程式の解き方 ・一次方程式を活用すること(比例式)	**文字を用いた式** ・整式の加減，単項式の乗除 ・文字を用いた式で表したり読み取ったりすること ・文字を用いた式で数量関係をとらえ説明すること ・目的に応じた式変形 **連立二元一次方程式** ・二元一次方程式とその解の意味 ・連立方程式とその解の意味 ・連立方程式を解くことと活用すること	**平方根** ・平方根の必要性と意味 （有理数・無理数） ・平方根を含む式の計算 ・平方根を用いること ・誤差や近似値，$a\times10^n$の形の表現 **多項式** ・単項式と多項式の乗法と除法 ・簡単な式の展開や因数分解 ・文字を用いた式で数量関係をとらえ説明すること **二次方程式** ・二次方程式とその解の意味 ・二次方程式を解くこと（因数分解，平方完成，解の公式） ・二次方程式を活用すること
B 図形	**平面図形** ・基本的な作図の方法とその活用 ・図形の移動とその活用 （平行移動，対称移動，回転移動） **空間図形** ・直線や平面の位置関係 ・扇形の弧の長さと面積，柱体や錐体及び球の表面積・体積 ・空間図形の構成と平面上の表現 （見取図，展開図，投影図）	**平面図形と平行線の性質** ・平行線と角の性質 ・多角形の角の性質 **図形の合同** ・平面図形の合同と三角形の合同条件 ・証明の必要性と意味及びその方法 ・三角形や平行四辺形の基本的な性質とその活用	**図形の相似** ・平面図形の相似と三角形の相似条件 ・図形の基本的な性質 ・平行線と線分の比 ・相似な図形の相似比と面積比，体積比 ・相似な図形の性質を活用すること **円周角と中心角** ・円周角と中心角の関係とその証明 ・円周角と中心角の関係を活用すること **三平方の定理** ・三平方の定理とその証明 ・三平方の定理を活用すること
C 関数	**比例，反比例** ・関数関係の意味 ・比例，反比例の意味 ・座標の意味 ・比例，反比例の特徴 ・比例，反比例を用いること	**一次関数** ・事象と一次関数 ・一次関数の特徴 ・二元一次方程式と関数 ・一次関数を用いること	**関数 $y=ax^2$** ・事象と関数 $y=ax^2$ ・いろいろな事象と関数 ・関数 $y=ax^2$ の特徴 ・関数 $y=ax^2$ を用いること
D データの活用	**データの分布** ・ヒストグラムや相対度数の必要性や意味 ・表やグラフに整理すること **確率** ・多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の必要性と意味	**データの分布の比較** ・四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味 ・箱ひげ図で表すこと **確率** ・場合の数を基にして得られる確率の必要性と意味 ・確率を求めること	**標本調査** ・標本調査の必要性と意味 ・無作為に標本を取り出し整理すること ・標本調査で母集団の傾向を推定し判断すること

2018年1月　教授用資料

啓林館ウェブサイトより引用 https://www.shinko-keirin.co.jp/keirinkan//tea/sho/pdf/content_line.pdf