岐阜数学教育研究
2014，Vol. 13，65–77

関数領域における小学校教材の開発と実践

諏訪紗也香[1]，山路健祐[2]，山田雅博[3]，河崎哲嗣[3]

児童・生徒が算数・数学に対する苦手意識を無くし，発展的な考えを持つためには，彼らのつまずきを無くし，問題に対する理解を深め，数学のよさや楽しさを彼らに実感させることが必要であろう．そこで，本論文では，小学校5・6年生を対象に反比例のグラフを描くという活動を通して，中学校での数学に対する苦手意識を軽減し，他の数値や他の場面ではどうなるかを確かめながら，発展的な考えを持てる子どもを育成することを目的とした教材開発と実践を行った．この実践では，比例や反比例のグラフを描く活動の中で，表・式・グラフを関連して考えさせ，関数領域に対する理解を深めていくことに重点を置いている．

〈キーワード〉比例，反比例，グラフ，曲線，連続量

1.はじめに

小学校5・6年生80人を対象にした企画「わくわく算数アドベンチャー」において，岐阜県大垣市スイトピアセンターで2時間の実践を行った．

この実践の目的は，子ども達の算数に対する興味・関心を一層高めることである． 2012年PISA調査の分析では，OECD 平均と比較して，日本の生徒は，数学についての楽しみや関心，問題解決への意欲は低く，数学に対する不安が高いという結果が出ている．生徒たちの「わかった.」，「できた.」を少しでも増やしていくことが数学への興味・関心を一層高めるには大切だと考える．

今までの学習で，折れ線グラフを学習してきている児童にとって，グラフが曲線になることは，想像がつかないことであり，不思議なことである．今まで出会ったことのない関数の考えに触れ，1つ1つのデータに対応する点を座標平面上にプロットしていく中で，反比例のグラフが曲線になることを学習する．そして小学校段階から変域や稠密性について意識できるような教材を開発し，実践することにした．

以下にその授業実践の結果を報告する．

2.授業の概要

2.1 題材について

今回の実践授業の主な題材は反比例のグラフである．

今回は，以下の2点についての活動を行う．

(1)　比例の学習を行い，比例のグラフを描く．

(2)　反比例の学習を行い，反比例のグラフを描く．

具体的には，問題から式を立て，式から作った対応表を用いて，長方形の面積と辺の長さの関係をグラフに表していく．今回の実践で扱われる長方形の面積の内容は小学校算数科でもよく取り扱われ，子どもにとってなじみ深いものである．

また，長方形の面積は変域や連続量についても子どもがイメージを持ちやすいと考えた．

(1)について

比例の学習は，小学校第5学年で学習しているため，既習事項である．しかし，比例のグラフは小学校6年生で取り扱われるため，全員が学校では学習していない．そのため，比例の関係の復習から行った．

本論文では，図1のように定義を行う．

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部附属小学校
[3]岐阜大学教育学部

原点 O：x，y の値が 0 の点
座標：(x，y)＝(○，□)，(x，y)＝(○，△)
座標軸：x 軸＝○の軸，y 軸＝□の軸（もしくは△の軸）

図 1　原点・座標・座標軸についての定義

座標平面を扱うのは，ほとんどの子ども達が初めてである．原点・格子点・座標軸などの意味はもちろん学習していない．そこで，原点 O を 0 の点と定義し，格子点は，例えば(1，2)であれば，○の値が 1 のところと□の値が 2 のところのぶつかったところといという説明をした.座標軸については，x 軸は○の軸，y 軸は□の軸もしくは△の軸と定義した．

素材は図 2 のようなたて 2cm，横○cm，面積□cm² として，長方形を用いて比例の学習を行う．

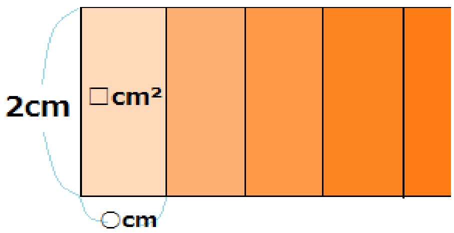


図 2　比例の学習の教材

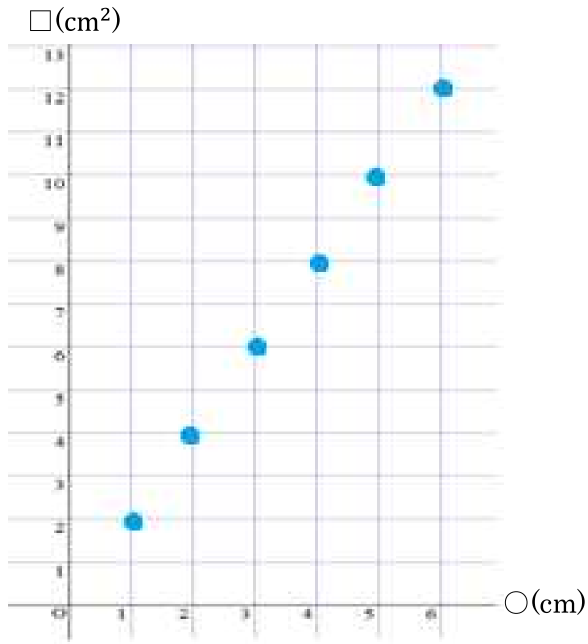
反比例での学習をスムーズに行うため，比例の学習時も用いる量が連続量であることについて学習していく．

特に，比例のグラフを学習するときに気を付けるのが，格子点と格子点を定規で結ぶ活動において，定規で直線を引いてよいのか吟味させることである．子ども達は小学校第 4 学年で折れ線グラフの学習をしている．そのため格子点に点をとると，そのまま定規で直線をかくことが予想される．そこで，グラフ 1 のように表から点をプロットさせた後，○の値が 0.5cm や 2.5cm などは存在するのかということを考えさせる．さらに○の値を細かく刻むことで，グラフに点を細かくプロットしていく．その結果，比例のグラフは 0 の点を通る直線になるということを気付かせたい．このように点を細かくプロットした結果，比例のグラフは直線になることを学習することによって，反比例のグラフが曲線になることを子どもが判断していくための布石にする．

また，(6≦○)を扱うことによって，グラフが途中で終わっていない場合についても考えさせる．この学習によって，反比例の学習でも○の値の変域について考える機会を設け，反比例のグラフが x 軸に交わることがないということの学習につなげていく．

横の長さ○(cm)	0	1	2	3	4	5	6	…
面積□(cm²)	0	2	4	6	8	10	12	…

表 1　比例の学習の対応表



グラフ 1　比例のグラフ

(2)について

反比例の学習は小学校第 6 学年で取り扱われる．しかし，「反比例のグラフが曲線になる．」「式から対応表を考える．」「変域を考える．」「○の値が連続量である．」ことは，中学校第 1 学年からの内容であり小学校算数科では学習しない．今回は，中学校第 1 学年の内容も含みながら学習を行う．

題材としては図 3 のような，たての長さ△cm，

横の長さ○cm で面積 $12cm^2$ となる，長方形を用いて，反比例の学習を行う．

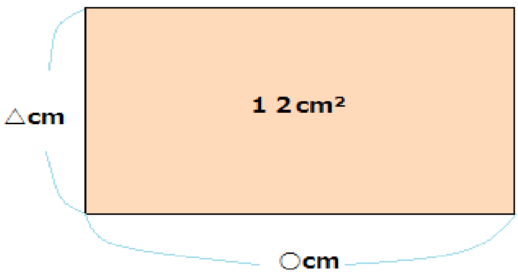


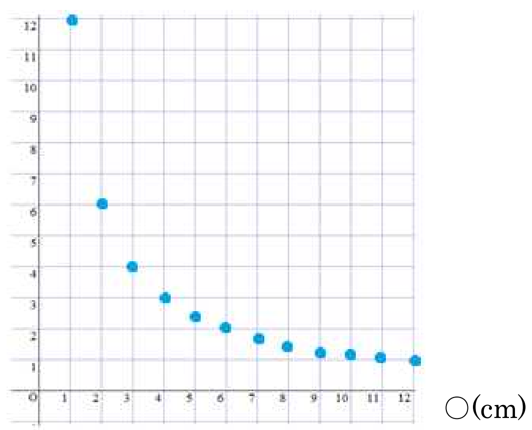
図３　反比例の学習の教材

反比例の学習では，△＝12÷○という式を使って，表に△の値を書き込んでいく．△＝12÷○という式を使うことによって，電卓を用いて簡単に△の値を求められるということを実感させ，数学のよさを感じさせたい．また，式を用いて，表を作成したり，作成した対応表から式の関係を確かめたりすることによって，反比例の理解をより一層深められると考える．

反比例のグラフも比例のグラフの学習を基に考えていく．以下の点をグラフにプロットすることによって，グラフ２のようになる．

横の長さ　○（cm）	1	2	3	4	5	6	…
たての長さ　△（cm）	12	6	4	3	2.4	2	…

表２　反比例の学習の対応表



グラフ２　反比例のグラフ

ここでは，連続量を考え，反比例のグラフが曲線になることに気付き，初めて出会う関数も対応表を基にして描けることを実感させたい．

ここでは，点と点を定規で結び折れ線の反比例のグラフを考える児童の姿が予想される．そこで，比例の学習のときと同様にして，○の値を 0.5cm 刻みにして考え，さらにもっと細かく刻んだ値にしてプロットしていく．

またこの活動を通して，グラフと式を相互に関連づけて考えながら連続量を考え，○軸や△軸が漸近線となっていることを発見させたい．

グラフを見ると，○の値が増加すると△の値は減少している．その為，反比例のグラフは○の軸や△の軸にぶつかっているように子ども達は考えるのではないかと考えた．

そのための手段として，○の値が 100cm のときや，○の値が 200cm のときを調べる活動を授業のまとめで取り入れていく．そこで実際に○の値が 100cm のときの長方形を用意する．このとき，非常に小さい△の値が存在しているということを視覚で理解させ，グラフは○の軸にぶつからないということを発見させる．また，実際に△＝12÷○の式に値の大きな数値を代入し，△の値が 0 にならないことを確認し，○＝0 や△＝0 は○×△＝12 の式を満たさないことから判断させる．

2.2 授業のねらい

「比例」の単元で学ぶ内容に関して，文部科学省学習指導要領[2008]には，図４のように掲載されている．

> 伴って変わる二つの数量の関係を考察することができるようにする．
>
> (ア)　比例の関係について理解すること．また，式，表，グラフを用いてその特徴を調べること．
>
> (イ)　比例の関係を用いて，問題を解決すること．
>
> (ウ)　反比例の関係について知ること．

図４　学習指導要領（算数編）

これらを踏まえ，ねらいを以下の通りに設定した．

(a) 比例や反比例の特徴を調べる活動を通して，関数を式で表すことの良さに気付くことができる．

(b) 反比例の関係にあるいくつかの値の組からグラフを描くことができ，反比例のグラフが曲線になることを理解する．

(c) 初めて出会う関数も対応表を基にしてグラフを描けることを理解する．

(a)について，通常小学校算数科では，対応表から式を考え，表からグラフを考える．1 つ 1 つのデータを問題場面にあてはめ，事象を考えていく．これによって理解が深まっていくだろう．

しかし今回の実践では，算数に興味を持っている児童が多いということと，中学校でのつまずきをなくし，学習したことを使いさらに見方を広げていけるような発展的な考えのできる子どもを育成したいという願いから，今回は問題場面からまず式を考え，式から対応表を考えることを学習の中で取り入れていくことにする．

式で表すことのよさは，一方の値が決まれば，問題場面に何度も戻らなくても他方の値を求めることができ，○の値が非常に大きい時や小さい時も式を用いて求めることできるのだということを考える.これらの良さを児童に実感させていくことにする．

(b)について，学習指導要領の「小学校第 4 学年（D 数量関係）　(1)伴って変わる二つの数量での折れ線グラフの学習」では点と点を結ぶことによって，伴って変わる二つの数量の変化の特徴を読み取る活動を行う．ここでは，一方の数量が増加するときの他方の数量の増減の様子を視覚的にとらえ，2 つ量の変化の様子を明確にしていくことにする．

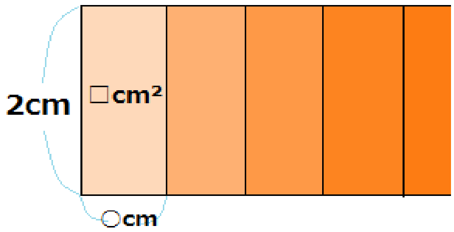
比例のグラフを描く活動では，比例のグラフを安易に折れ線グラフとしてとらえるのではなく，「格子点と格子点の間も○の値は存在するのか.」ということを吟味しながら，比例のグラフを学習する．この活動を通して，反比例のグラフの学習でも，点と点を安易に定規で結んでよいかを考え，点を細かくとる活動につなげていくことにする．そして，点を細かくとることによって反比例のグラフが曲線になることの理解につなげる．

(c)について，反比例という児童にとって初めて出会う関数も，対応表を基に細かく点をプロットすることによって，グラフを描くことができる．この方法は比例・反比例のグラフだけでなく，一次関数・二次関数・対数関数・指数関数・三角関数のグラフにつながる考え方である．点を細かくプロットすることから，グラフの形状を予想し，グラフへの理解を深めていくのである．

またこの 3 つのねらいに加え，根拠を大切にした考えを子どもに持たせることを目指す．

2.3 授業の展開

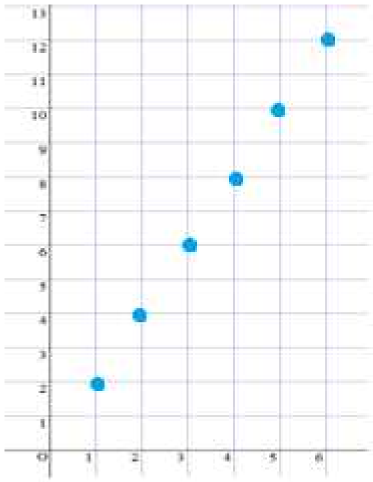
<table>
<tr><th>ねらい</th><th>授　業　の　流　れ</th><th>指導援助</th></tr>
<tr>
<td></td>
<td>問題1　たての長さが 2cm の長方形があります．横の長さ○cm を変えていったときの面積を□cm²として，○と□の関係を調べましょう．


</td>
<td>・たての長さが 2cm の長方形を用意し，場面把握をさせる．</td>
</tr>
<tr>
<td>●問題場面を把握し問題場面から式を立てることができる．</td>
<td>「○と□の関係を表せる人はいますか.」と問いかける．
・問題場面から□＝2×○となることを確認する．
・○＝0 のとき，□＝0 となることを定義する．

・表を提示する．
・問題1（1）に取り組む．
・○の値を一つずつ確認して，表を埋める．</td>
<td>・□＝　と板書しておく．</td>
</tr>
<tr>
<td>●問題場面や式を用いて表を埋めることができる．</td>
<td><table>
<tr><td>横の長さ　○（cm）</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>…</td></tr>
<tr><td>面積　□（cm²）</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>…</td></tr>
</table>
・表をどのように埋めたのか根拠を発表する．
具体物を用いて表を考えた児童と，式を用いて表を考えた児童を取り上げる．</td>
<td>・表を式で埋めることが難しい場合は，具体物を用いて表を埋める．</td>
</tr>
<tr>
<td>●表をたてに見たり，横に見たりしながら比例の特徴に気付くことができる．</td>
<td>「表をみて気付くことはありますか.」と発問する．
・○の値が 2 倍，3 倍，4 倍，…になると□の値が 2 倍，3 倍，4 倍，…となっている．
・○の値が 1 ふえると，□の値は 2 ずつ増えている．
問題場面から帰納的に式を立てた子どもには次のことを確認する．
・表を一つずつ，たてに見ると，○×2＝□となっている．
・(○の値が 0 のときを除き) □÷○＝2 となっている．
・実際に，式と表が対応しており，□＝2×○となっている．
・このような関係のとき□は○に比例する。ということを復習する．

まとめ①
2 つの数量○と□があって○の値が 2 倍，3 倍，4 倍，…になるとそれにともなって，□の値が 2 倍，3 倍，4 倍，…になるとき□は○に比例（ひれい）するといいます．</td>
<td>・表を横に見て気付くことは無いか考えさせる．
・表をたてに見て気付くことは無いか考えさせる．</td>
</tr>
</table>

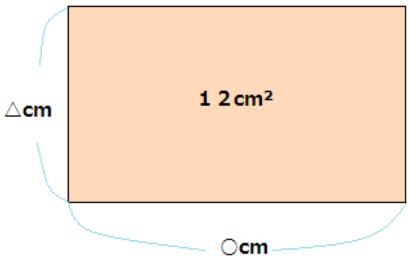
<table>
<tr><th>ねらい</th><th>授　業　の　流　れ</th><th>指導援助</th></tr>
<tr>
<td>●座標のとり方を理解できる.

●表をもとにグラフに点がとれる.</td>
<td>・表とグラフを用いて，座標のとり方を学習する.
・(1，2)，(2，4)，(3，6)の座標のとり方を前でやってみせる.
「○の値が 1 のところと□の値が 2 のところのぶつかったところに点をとります.」
・問題 1 （2）表に取り組む.
・(4，8)，(5，10)，(6，12)の座標を子ども達自身でとってみる.
</td>
<td>・座標のとり方を黒板でやって見せ，その後子ども達自身に座標をとらせ，理解できているかを確認する.</td>
</tr>
<tr>
<td>●式を用いて表を埋めることができる.</td>
<td>・問題 1 （3）に取り組む.
・○の値を 0.5 きざみにとり，□の値を求め下の表を完成させ，グラフに点をとる.
<table>
<tr><td>横の長さ　○（cm）</td><td>0　0.5　1　1.5　2　2.5　3　3.5　4　4.5　5　5.5　6</td></tr>
<tr><td>面積　（cm^2）</td><td>0　1　2　3　4　5　6　7　8　9　10　11　12</td></tr>
</table></td>
<td>・□の値は○×2 で求められることを，再度確認する.</td>
</tr>
<tr>
<td>●グラフに細かく点をとっていき，比例のグラフの形状を予想できる.

●比例のグラフが直線になることを理解する.</td>
<td>・「○の値をさらに細かくしていってもよいですか.」と発問する.
・「○の値をさらに細かくして点をとると，どんなことが言えそうですか。」と発問する.
・グラフはまっすぐな線になる.
「○の値が 0.3 や 0.8 のときも考えてよいですか.」と発問し連続量を問う.
・0 の点を通る.
・「○の値がさらに大きくなると面積はどうなりますか.」と発問し，定義域を確認する．その後，グラフに○の値が 6 以上のときを書き込む.

まとめ②　比例する 2 つの量の関係を表すグラフは 0 の点を通る直線になります.</td>
<td>・問題場面に戻り，連続量を考えさせる.
・表にもどり，0 の点を通ることを確認する.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>ねらい</th><th>授　業　の　流　れ</th><th>指導援助</th></tr>
<tr><td></td><td>問題2　面積が 12cm² の長方形があります．横の長さを○cm，たての長さを△cm として○と△の関係を調べましょう．


</td><td>・面積が 12cm² の長方形を用意し，場面把握させる．</td></tr>
<tr><td>●問題場面を把握し問題場面から式を立てることができる．</td><td>「○と△の関係を式で表せる人はいますか.」と問いかける。
・問題場面から△×○＝12　となる．
（△＝12÷○，○＝12÷△も取り上げる.）
・問題2（1）に取り組む.
<table><tr><td>横の長さ　○（cm）</td><td>1　2　3　4　5　6　…</td></tr><tr><td>たての長さ　△（cm）</td><td>12　6　4　3　2.4　2　…</td></tr></table></td><td>・○×△の値が一定であることに気付かせる．</td></tr>
<tr><td>●問題場面や式を用いて表を埋めることができる．</td><td>・表をどのように埋めたのか理由を発表する．（式を出すことにこだわっておく.）</td><td>・どの式を用いて表を埋めたのか問う．</td></tr>
<tr><td>●表をたてに見たり，横に見たりしながら反比例の特徴に気付くことができる．</td><td>「表をみて気付くことはありますか.」と発問する．
・○を 2 倍すると，△の値は半分になっている．→分数に直す．
・○を 3 倍すると，△の値は $\frac{1}{3}$になっている．
1×12　＝12
2×6　＝12
3×4　=12
4×3　＝12
⋮
○×△＝12</td><td></td></tr>
<tr><td>●逆算を用いて，△を求めるための式や○を求めるための式を導くことができる．</td><td>問題場面から帰納的に式を立てた子どもには次のことを確認する。
・○の値と△の値を掛け合わせると，いつでも 12 になる．
・かけ算はかけられる数とかける数を入れかえても答えは同じことから，△×○＝12 と○×△＝12 は同じ意味を表すことを確認する．</td><td></td></tr>
<tr><td>●反比例の定義を理解する．</td><td>・わり算の定義から△＝12÷○，○＝12÷△　となる．
まとめ③　2 つの数量○と△があって○の値が 2 倍，3 倍，4 倍，…になるとそれにともなって，△の値が$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$…になるとき△は○に反比例（はんぴれい）するといいます．</td><td>・かけ算とわり算は逆算の関係になっていることから△＝の式に変形する．</td></tr>
</table>

ねらい	授　業　の　流　れ	指導援助

●△＝12÷○を利用して表を埋めることができる．

●グラフに細かく点をとっていき，反比例のグラフの形状を予想できる．

●反比例のグラフが曲線になることを理解する．

横の長さ　○（cm）	1	2	3	4	5	6	…
たての長さ　△（cm）	12	6	4	3	2.4	2	…

・問題$\boxed{2}$（2）に取り組む．

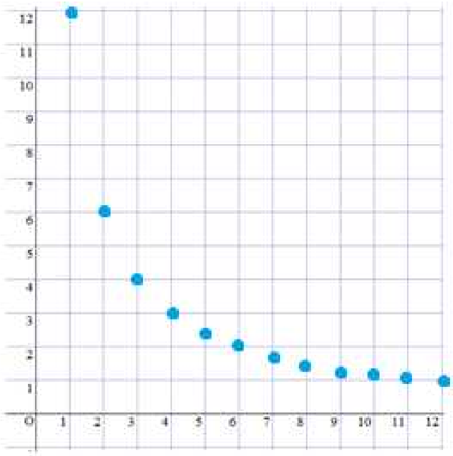
・「○の値が 12 のときまでの△の値を求め表に書き込みましょう．」

（小数第 3 位を四捨五入し，小数第 2 位まで求める．）

横の長さ　○（cm）	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
たての長さ　△（cm）	12	6	4	3	2.4	2	1.71	1.5	1.33	1.2	1.09	1

・表をもとにグラフに点をとる．

・予想をたて意見交流を行う．



・問題$\boxed{2}$（3）に取り組む．

・グループごとに調べる範囲を指定し○の値を 0.5 きざみにとり，△の値を求め，表に書き込み，グラフに点をとらせる．

横の長さ○(cm)	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
たての長さ△(cm)	24	12	8	6	5.2	4	3.43	3

4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5
2.67	2.4	2.18	2	1.85	1.71	1.6	1.5	1.41

9	9.5	10	10.5	11	11.5	12
1.33	1.26	1.2	1.14	1.09	1.04	1

「○の値をさらに細かくしていってもいいですか．」と発問する．
「1 と 1.5 の間に 1.2 や 1.3 は考えてもよいですか．」と発問する．
「○の値をさらに細かくして点をとると，どんなことが言えそうですか．」と発問する．

・各グループの指定した範囲の△の値を電卓を用いて求め，全員の値が正しいかどうかを確認する．

・問題場面に戻り連続量を考えさせる．

ねらい	授　　業　　の　　流　　れ	指導援助
●論理的に考える良さに気付く．	・反比例のグラフは曲線になる． 「○の値をどんどん大きくしていってもよいですか．」と発問し，問題場面に戻る． ・○の値が 100 のときや，○の値が 200 のときを調べ，△の値が 0 になることはならないことを確かめ，グラフは○の線にぶつかることはないということを確認する． （△の線にぶつかることがないことに関しては今回取り扱わない．）	・気付いたことをワークシートにまとめさせる．

3. 実践結果と考察

場　所：大垣市スイトピアセンター
日　程：平成 26 年 7 月 13 日(日)
対　象：大垣市内の小学校 5・6 年生
講座名：反比例のグラフをかこう

3.1 活動の様子と考察

〈第 1 時〉

問題提示後，子ども達と一緒になって問題から式を立て，次に個人追究で対応表を完成させた．式から表を完成させる子どもと，1 つずつ図を考えながら対応表を完成させた子どもの比率は同じ位だった．

既習ということもあり，□は○に比例していることをほとんどの子どもが自分の力で確認できていた．

その後，座標に点をとる活動も「○の値の 1 と□の値の 2 がぶつかったところに点をとりましょう.」という声掛けによって行った．子ども達にとって，座標平面を取り扱うのは初めてなのである．故に格子点という言葉は使わず,「○の値の 1 と□の値の 2 がぶつかったところ」といった約束で(1, 2)，(2，4)，(3，6)を子ども達全員の前で示し，残りの点を座標平面上にスムーズにプロットしていた．

ただし点をプロットすると，すぐに点と点を直線で結んでしまう子ども達の姿が多く見られた．点と点の間は存在しているのかということを子ども達に考えさせてから，○の値を 0.5cm 刻みにして，グラフ上に点をプロットする活動を行った．

ここでは，□の値が整数値であったこともあり，スムーズに点をプロットすることができていたようである．

「○の値が 0.3 や 0.8 のときも考えられますか.」という連続量であることを確認する意図的な発問をしたところ，考えられないと答える子どもも数名いた．しかし問題場面に戻ることによって子ども達全員が「○の値が連続量であること」がわかり，グラフが直線になることを理解できていた．実践の最後に子ども達全員にアンケートを行った．そのアンケートの中に，

「まっすぐになる訳は，点が細かく並んでできていることがよくわかった.」

「点がつながって，線になるということを考えたことがなかったので，おもしろかった.」

「細かい点をとっていくと直線になるのが驚きだった.」

「0 から点をつけていくとグラフの形が浮き上がってくる.」

といった意見があった.この比例のグラフを描くという活動を通して，子ども達は関数の値を連続量としてとらえ，グラフの稠密性を考えることができた．

しかし，グラフが原点を通ることに気付いている子どもは少なかった．点（0，0）をプロットすることや変域を考える習慣が子ども達になかったことが原因だと考えられる．また，○の値の変域を確認するために,「○の値がどんどん大きくなると面積はどうなりますか.」という発問をした．それに対して「面積はどんどん大きくなっていき，終わりはない.」と考えられている児童は全体の 4 割程度であった．

発問を「○の値が 100 や 200 は考えられますか.」とすると，極限の考えを理解する子どもが増えた．児童の意見の中に

「永遠に上がり続けることがわかった.」

のように○の値を大きくしたときのグラフの様子をとらえた意見がいくつかあった. 様子を見ると，変域を考える体験はほとんどの子どもが初めてのようであった．しかしこの変域を考える活動を通して，比例についての理解を深めることができたのである．普段から変域を児童に意識させることが大切であろう．

〈第 2 時〉

問題提示後，第 1 時と同様に式をたて，対応表を考えさせた．第 1 時よりも式を用いて表を完成

させる児童が多いのではないかと予想していたが，△＝12÷○の式を用いて対応表を完成させる子どもは全体の2割程度にとどまった．

この原因として，

ｉ） 問題からできる式△×○＝12 を使うのか，あるいは変形した式△＝12÷○を使うのかが明確でなかった．

ⅱ） 第1時で，式をもとにして考えることについて話し合わせ，良さを明らかにしていなかった．

の2点と考えられる．

ｉ)について，式を用いて対応表を考えるためには△＝12÷○の式を用いることによって，式を使う良さを実感しやすい.授業の中で取り上げた式は，△×○＝12，△＝12÷○，○＝12÷△の3種類である．今回は，ねらいの(a)で関数を式で表す良さに気付かせることを目的としていたことも踏まえ，「どの式を使うと，表を考えやすいでしょう.」,「どうして，その式を使うと表を考えやすいのですか.」などの発問を行い，△＝12÷○を利用して対応表を考えることを明確にするべきだった．

ⅱ)について，第1時で式を基にして表を考えたときのよさについて，発表などの機会を設けた．このことによって，反比例の表を考えるときに，式を用いて考えようとする子どもを増やすことはできたのではないかと考える．

結果，ほとんどの児童が式から表を考えるのではなく，問題から場面把握をして1つずつ対応表を考えていた．

連続量については，安易に点を直線で結ばず，○の値を細かくしていくことができており，比例での学習が生かされていた．その際も，自分たちで,「○の値が小数のときも考えてよいのか」ということを，自発的に考える子供の姿もみることができた．

また，反比例のグラフが曲線になることについてはほとんどの子ども達が理解できていた．アンケートでは,

「曲線になった.」

「反ったグラフで，定規ではかけない.」

「定規を使わずに手（フリーハンド）でグラフをかくことがわかった.」

「手（フリーハンド）でグラフをかくことが不思議だった.」

「曲線だけど，きれいな曲線になる.」

「折れ線グラフになると思っていたが，曲線になり，驚いた.」

といった意見があった．

変域については，○の値が 100cm や 200cm のときを考えさせた．子ども達は，はじめはグラフから△の値が減少し続けている特徴を見て，△の値ははいずれ0になるのではないかという考えを持っていた．しかし，○の値が 100cm の長方形を実際に見せた. その後, 実際に問題場面に戻って, 式を用いて○の値が 100cm やそれより大きな値のときを, 電卓を用いて調べさせた. そうすると, 一部の子どもだけではあったが,「△の値は減少しつづけるが，0になることはない.」という意見を持ち始めた．アンケートの中にも

「だんだん減っていくけれど0になることはないことがわかった.」

「グラフでは0になるかと思ったけれど，式にあてはめると 0 にならないところがあって不思議.」

のように, 作成した一部のグラフから式に戻って, グラフの概形を予想する姿を見ることができた．

またアンケート結果から，以下のように△の値の減少の仕方に着目して，グラフをとらえた子どもも多かった．

「○の値が1から 1.5 のときの減り方が一番大きい.」

「反比例は原点を通らない．はじめの（○の値が小さいとき）ほうが大きく減る.」

「ゆったりと減っていく.」

「同じ数ずつ減らない.」

これ以外の，アンケートの項目内容と，その回答をいくつか述べる．

Ⅰ）比例のグラフをかいて気付いたことを書いてください.

「グラフが右上がりの直線だった.」

「直線になった.」

「比例のグラフはかくのが面倒.」

「右に上がるきれいな線になった.」

「きれいにななめに下がっている.」

「点の位置がわかりやすい.」

「まっすぐなので，きちっとしている感じがする.」

「同じ数ずつ増えていっている.」

「直線だから簡単.」

「直線上に点が並んでいた.」

「比例のグラフは原点を通る直線になる.」

「0 から点をつけていくとグラフの形が浮き上がってくる.」

「永遠に上がり続けることがわかった.」

「2 ずつ増えていくことがわかった.」

Ⅱ）反比例のグラフをかいて気付いたことを書いてください.

「ぐねっとしている.」

「とても変な形をしていて，かきにくかった.」

「(線が) 曲がっていて，どうなるかわからない.」

「カーブしていて，細かく点をとらないとわからない.」

「１つずつ曲がっていて面倒.」

「はじめの方は，(点と点の）間がすごく広かったけれど，最後は（点と点の）間が細かくなっていく．アーチみたい.」

「ジェットコースター（のレール）のようになっていた.」

「グラフが永遠に続いていくことがわかった.」

「面白い形をしている.」

Ⅲ）今日の授業での感想を書いてください.（わかりやすかったところ，わかりにくかったところ…等）

「比例のグラフは簡単だった.」

「反比例がわかりにくかった.」

「比例のグラフは簡単だけど，反比例のグラフは難しかったので，家でやってみたい.」

「反比例のグラフはとても難しい.」

どうして直線になるか，曲線になるかがよくわかった.」

「数の関係について，よくわかった.」

「反比例の意味が分かった.」

「反比例という言葉を知れてうれしかった.」

「問題が簡単だった.」

「復習があったので，初めて習うところもわかりやすかった.」

「点を細かくとっていくのが大変だった.」

「習ったことを，学校で生かしたい.」

「表をつかうとわかりやすくなる.」

「たくさん問題をとけてためになった.」

「大学生の人がわかりやすく教えてくれた.」

「ハキハキ聞こえてわかりやすかった.」

「時間が長かった.」

「まとめなどの色がわかりやすかった.」

「楽しく，おもしろく学べた.」

「わからないところも，繰り返し説明してくれたのでよくわかった.」

「わからなかったことを，きちんと教えてくれた.」

アンケートⅢの結果からもわかるように，今回の実践では比例の復習を授業に入れることで，反比例の学習における子どものつまずきを減らすことができた．しかし，内容を多くしすぎために，予定時間内に終わることができず，子どもたちに授業時間が長かったと感じさせてしまった．限られた時間の中で子どもたちに一番つけさせたい力は何かを明確にし，どこに時間を割くべきなのかを考える必要があった．アンケートⅠからもわかるように，比例の学習は簡単だったと答えている子どもも多かった．故に，今回の実践であれば，比例の復習の時間は短く簡潔にまとめ，反比例のグラフを描く時間や，反比例のグラフを考察する時間を多くとり，そこに時間を割くべきだった．

3.2 ねらいの到達度

ねらい(a)について：関数を問題場面から式で表すことはできていたものの，式を基に対応表を考えることは難しかったようだった．ねらいが到達しなかった原因は以下の 3 つだと考える．

1. 問題からできる式△×〇＝12 を使うのか，あるいは変形した式△＝12÷〇を使うのかが明確でなかった．
2. 比例の表を完成させるとき，式を基にして考えることについて話し合わせ，良さを明らかにしておくべきだった．
3. 対応表・式を相互に関連づけて考えることが，子ども達に定着していない．

特に反比例では，3.1 活動の様子で述べたように，問題から立てた△×〇＝12 の式を用いればよいのか，△＝12÷〇を用いればよいのかを明確にしなかったため，△×〇＝12 の式を用いてしまい，複雑になり式を用いるよさを感じられなかったことが原因だと考える．また，普段の授業から表と式を相互に関連づけて，式から表を求めることができることを意識させることが大切であることを実感した．

ねらい(b)について：いくつかの値の組を座標平面上の点に表すことや点を細かくプロットすることによって反比例のグラフが曲線になることを理解できていた．よってねらい(b)は達成できたと考える．

ねらい(c)について：比例のグラフを学習した後，「何を使って反比例のグラフを考えますか.」という発問に対して，子ども達から「表を基にすればいいと思う.」という声が聞こえてきた．反比例という初めて出会った関数に対しても，対応表をもとにすることによってグラフを描くことができることを理解したと考える．よって，ねらい（c）は達成できたと考える．

4. 今後の課題

1 つ目は題材の選択についてである．今回，題材として取り上げた長方形は確かに小学生にとってなじみの深いものであった．しかし実生活で使われたり，生かされたりする算数・数学ではなかった.子ども達が必要性を感じて，自ら取り組めるような題材にするための教材開発へとつなげていくべきであろう．

2 つ目は，授業中の時間配分についてである．比例の復習に時間をかけすぎたために，反比例のグラフでの学習プリントに気付きや考えをかく時間が少し短くなってしまった．もう少し効率的な学習方法を開発すべきであろう．

今回の教材開発を基に，関数領域だけに限らず，他領域の教材開発もすることによって，算数・数学に苦手意識を持たず，算数・数学が楽しいと思える児童・生徒が増えるようになるだろう．

5. 終わりに

この教材を通して，大多数の子ども達が反比例のグラフが曲線になることに気付くことができた．また，初めて出会う関数も対応表をもとに細かく点を与え，グラフを描くことが大切だということが理解できた．このように，児童や生徒が初めて出会う関数でも，表・式・グラフを相互に関連づけて，自ら規則性を見つけながら発展的内容に取り組む力が付くことを願っている．また，どの式を使うことでより簡単に求めたい数値を求めることができるかなどを考えることは，子ども達の論理的思考力の向上につながるに違いない．

引用・参考文献

[1]橋本吉彦ほか 18 名.（2011），『たのしい算数』，大日本図書株式会社.

[2]相馬一彦ほか 17 名.（2012），『数学の世界』，大日本図書株式会社.

[3]日本数学教育学会出版部（2013），『算数教育指導用語辞典』，教育出版株式会社.

[4]風間喜美江ほか 11 名.（2012），『中学校数学科関数指導を極める』，明治図書出版.

[5]文部科学省（2008），『小学校学習指導要領解説算数編』，東洋館出版社.