

比例を題材にした教材の開発と実践

清水沙恵¹, 山田雅博², 河崎哲嗣²

小学校5・6年生を対象に, 表, グラフを用いた比例の教材を提案し, 実践を行った。花だんという普段から身近にある面積を問題にし, 2つの値の変わり方を調べるという教材を扱った。表やグラフを用いて考えることで, その有用性を児童が感じることができると目指した。本論文は, その教材の内容及び, 授業実践の報告である。

<キーワード> 比例, 表, グラフ

1. はじめに

文部科学省によると, 平成24年度全国学力・学習状況調査において, 数学A(数量や図形などについての基礎的・基本的な知識・技能が身に付いているかどうかをみる問題)では「数と式」・「図形」・「数量関係」の中で, 数量関係の平均正当率が最も低く53.7%であった。数と式は69.0%, 図形は68.1%であった。これは, 平成19年度から平成22年度までも同様の結果であった。ただし, 平成23年度は実施していない。また, 平成25年度では新たに「資料の活用」が加わり, この領域の平均正答率が最も低く, その次に「関数」の平均正答率が低いという結果であった。これらのことを踏まえ, 小学校5・6年生を対象に, 表, グラフを用いた比例の教材を提案し, 実践を行った。内容は, 中学校1年生程度の発展的な内容を含むものである。本論文では, この実践が数量関係領域に関する興味・関心を高め, 児童の今後の学習に有効であるかについて検証する。

2. 教材について

今回の授業実践の題材は比例である。具体

的には, 表, 式を用いて表した二つの長方形の花だんの面積の変わり方をグラフでも表し, 表やグラフを見比べる活動を行う。小学校における「数量関係」領域の授業で児童は, 表を見ながら2つの数値の関係を式に表したり, グラフ上の点と点を結んで直線のグラフをかく。長方形の花だんは, 児童が家庭や学校, 地域ですぐすときに, よく目にする題材である。したがって, その面積を考える時に, イメージが湧き, 実感しやすいと考える。辺の長さの変域を考えたり, 大きさの異なる花だんの面積の様子をグラフを描いて共通点や違いを見つけるとは, 小学校算数科では扱われていない。既習内容を基に, 発展的な学習を通じた新たな教育内容によって, 児童は興味・関心を持ち積極的に授業に臨めると考えられる。以上のような考えに基づき作成した授業展開案を, 本論文の末尾に与える。

また, 本授業のねらいを以下のようにした。

- (a) 変域を考えながら, グラフ上の点を結んで直線を描くことができる。
- (b) 比例を表すグラフがどうして直線になるか気付くことができる。

¹岐阜大学大学院教育学研究科

²岐阜大学教育学部

- (c) 大きさの異なる花だんの面積の変化を考える教材について、その数量を扱った表やグラフの共通点や違いに関心をもち、特徴を発見することができる。

(a) について、本授業では、問題を通して児童が表を作成するときに、値の最大値を確認しているが、グラフ上の点を結ぶときに、表の変域を考えながら描くことができているかを確認する。

(b) について、小学校で児童はグラフ上にたくさんの点を取り、直線に表す活動をする。本授業においては、グラフをつくる時、グラフの成り立ちを児童が意識できるようにする。

(c) に関しては本授業を通して、表やグラフの多くの違いや共通点を見つけ出し、それらの有用性に気付いてほしいと考える。

3. 授業の概要

3.1 授業の流れ

実践授業は、大垣市わくわく算数アドベンチャーにおいて、

講座名：「ちあきさんとりなさんの花だん」

場所：スイトピアセンター

実施日：平成 25 年 7 月 13 日（土）

12:40 から 14:40 の二時間

対象：大垣市の小学 5 年生、6 年生の 35 名とした。

[第 1 時]

(1) 問題提示

「花だんがあります。ちあきさんは、アにひもを結び、花だんのイからウまで歩きます。イから、ちあきさんまでの長さが m のときの三角形の面積を m^2 として、 m との関係について調べましょう。」を提示する。

(2) 個人追究

- i) ワークシートの図から表を作成し、式に表す。

- ii) 表から、 m は m^2 に比例しているかどうかを確認する。

- iii) m と m^2 の値の組を表す点をグラフに表す。

- iv) さらに、 m^2 の値をたくさんとった場合のグラフも表す。

- v) グラフの点を結んで直線にしてよいか考える。

(3) 全体交流

- i) 式と表、表とグラフの関係について意見交流や議論をし、その理解を深める。

- ii) m と m^2 の変域を確認する。

[第 2 時]

(1) 問題提示

前時に引き続き、花だんの面積について考えることを確認し、問題を提示する。

「花だんがあります。りなさんは、アにひもを結び、花だんのイからウまで歩きます。イから、りなさんまでの長さが m のときの三角形の面積を m^2 として、 m との関係について調べましょう。」

(2) 個人追究

- i) これまでの学習によって作成した表やグラフをもとに、気付いたことを考察する。

- ii) 気づいた共通点と違いは、表から見つけたのか、あるいはグラフから見つけたのかを明確にする。

- iii) その共通点と違いは、表やグラフのどの部分を見て、根拠にしたのかを考え、理解を深める。

(3) 全体交流ここでは、随時個人追求も取り入れた全体交流を行った。全体交流では拳手を求めて、特に表やグラフの共通点と違いをまとめた。

3.2 活動の様子

[第1時]

問題提示後、表を作成し変わり方を調べた。変域を超えて求めてしまう児童もいたが、多くの児童が変域も気にしながら求めることができていた。その後、全体で問題文に戻り表の範囲を確認したので、児童全員が納得できたようであった。そのため、グラフをかく際に変域を超えて書いてしまう児童はいないように感じた。また、は に比例しているといえるかも、それぞれの値が2倍、3倍、... になっているかを調べて考えることができていた。

の値がより細かい値をとるときはどうなるのかや、グラフの点を結んで直線にして良いかは図に戻ってもう一度確認した。

[第2時]

「ちあきさんとりなさんのグラフや表をみて、気づいたことをかいてみよう。」という問題を設定した。児童は時間いっぱい気づいたことを考え、発表の際はグラフからみつけたのか、表からみつけたのかを示しながら発表することができていた。

3.3 ねらいの達成度

本授業のねらいの達成度について授業後にアンケートを実施した。回答数は小学校5、6年生の35名である。

(1) 比例のグラフはどうして直線になると思いますか？

- i) 長さが2倍、3倍、4倍となるとき、面積も2倍、3倍、4倍となるから ...8名
- ii) 比例しているから ...8名

(急に上ったり下がったりするのはおかしい。)

- iii) 同じ数ずつふえるから ...3名
- iv) 点が集まっているから ...2名
- v) 点をたくさん書いてつなげたから ...2名
- vi) まっすぐ歩いていくから ...2名
- vii) 細かく点をとっていくと直線になるから ...1名
- viii) 同じ角度で同じ幅だけのぼっていくから ...1名

(2) ちあきさんとりなさんのグラフを比べて、どんなことがわかりましたか？

- i) 比例のグラフは0を通る ...11名
 - ii) グラフの長さがりなさんのほうがちあきさんの方の長さより2倍長い ...11名
 - iii) グラフの角度がちあきさんより、りなさんのほうが急 ...9名
 - iv) 比例のグラフは直線である ...6名
 - v) 縦の長さが長くなるとグラフの傾きが急になる ...6名
 - vi) どちらも8でとまっている ...3名
- (a) 変域を考えながら、グラフ上の点を結んで直線をかくことができる。

変域を考えてグラフをかく活動を、児童は初めて行った。表に数値を代入する時に、全体指導で変域の確認を行ったこともあり、グラフで点を結ぶ際に変域を超えて線を引いてしまう児童を見受けることはなかった。また、

全体交流のとき授業者が「直線を の値を8以上となっても良いか」と聞いたときには、児童全体から反対の反応があった。したがって、このねらいは達成できたと考えられる。

- (b) 比例を表すグラフがどうして直線になるか気付くことができる。

アンケート(1)から、グラフをかくことはできても、上手く言葉で表現することができていない児童がいた。「まっすぐ歩いていくから。」という回答はグラフ上の直線の意味を理解していない。こちらの意図する質問として言葉がよくなかったとも感じる。よって、ねらいは達成できなかつたと感じる。

- (c) 大きさの異なる花だんの面積の変化を考える教材について、その数量を扱った表やグラフの共通点や違いに関心をもち、特徴を発見することができる。

アンケート(2)の結果と、「ちあきさんとりなさんのグラフや表をみて、気づいたことをかいてみよう。」という問いに対して、全員が回答を書くことができていた。また、発表する際もグラフか表のどちらで気づいたのかを付け加えることによって、それぞれ見やすい方を選んで考えることができていた。よって、このねらいは達成できたと考えられる。

4. 今後の課題

おおむね指導案通り順調に授業を行えた。しかし、実践を終え、授業展開の見直しが必要だと感じた。それはグラフと表を見て、気付いたことを発表する時間が短くなってしまっ

たり、グラフが直線になるという内容をしっかり児童と確認しきれなかったからである。今後、授業をする際には一番大切にしたい内容において、しっかり時間をとることができるように考えるべきであろう。

引用文献

- [1] 国立教育政策研究所 平成24年度 全国学力・学習状況調査【中学校】報告書 教科に関する調査の結果
- [2] 文部科学省, (2008), 小学校学習指導要領解説 算数編.
- [3] 橋本吉彦 他 18名, (2011), たのしい算数, 第5学年上, 大日本図書株式会社.
- [4] 橋本吉彦 他 18名, (2011), たのしい算数, 第5学年下, 大日本図書株式会社.
- [5] 橋本吉彦 他 18名, (2011), たのしい算数, 第6学年下, 大日本図書株式会社.
- [6] 文部科学省, (2008), 中学校学習指導要領解説 数学編.
- [7] 吉田 稔 他 18名, (2011), 数学の世界, 第1学年, 大日本図書株式会社.
- [8] 吉田 稔 他 18名, (2011), 数学の世界, 第2学年, 大日本図書株式会社.
- [9] 吉田 稔 他 18名, (2011), 数学の世界, 第3学年, 大日本図書株式会社.
- [10] 文部科学省, (2008), 中学校学習指導要領解説 数学編.

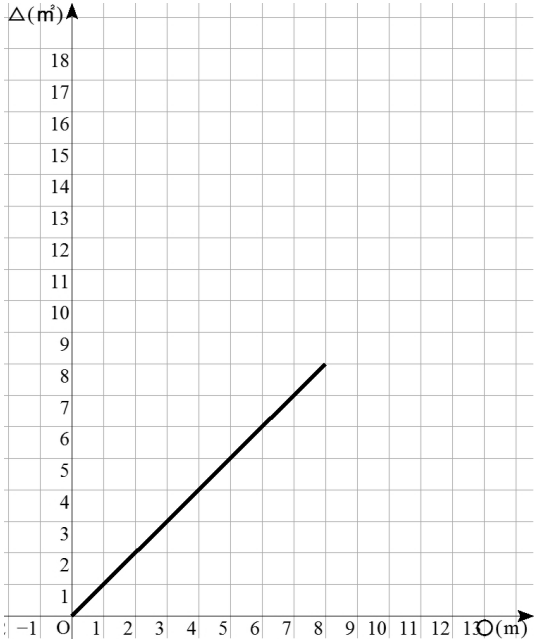
資料

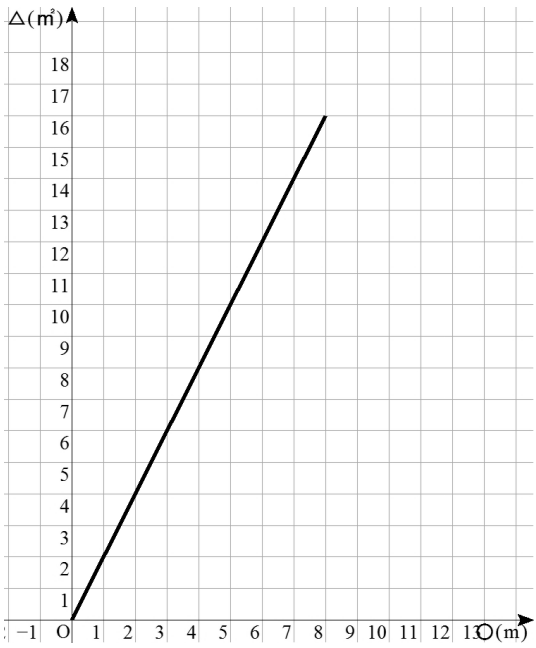
わくわく算数アドベンチャー 展開案

日時： 7月13日(土)
 場所： わくわく算数アドベンチャー
 授業者： 清水沙恵

1. 単元名『ちあきさんとりなさんの花だん』
2. ねらい 表やグラフを用いて、2つの関係を比べることができ、変わり方や違い、同じところを実感することができる。
3. 授業展開

過程	ねらい	学習活動	指導・援助																				
導入	表を用いてグラフをかくことができるようにする。	<p>問題1図のような花だんがあります。ちあきさんは、アにひもを結び、花だんのイからウまで歩きます。イから、ちあきさんまでの長さが m のときの三角形の面積を m^2 として、と の関係について調べましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・実際に図を見せ、ちあきさんを動かしながら、と の場所を理解する。 <table border="1"> <tr> <td>(m)</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>(m^2)</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> </tr> </table> <p>三角形の面積 = 底辺 \times 高さ $\div 2$ より、 $= \times 2 \div 2 =$ よって、式は $=$ である。 の値が2倍、3倍、...になると、の値も2倍、3倍、...になるので、は に比例する。 の値と の値の組を表す点を、グラフに表しましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表を用いてグラフに点をとる。 	(m)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	(m^2)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	<ul style="list-style-type: none"> ・長さが1のとき、2のときの面積を一緒に考える。 ・長さが0のときは三角形ができないので、面積は0とすることにする。 ・5年生、6年生の児童共にグラフに座標をとる作業は初めてである。 の値と の値の組を表す点、例えば $= 1$、$= 1$ のぶつかった場所が表す点であることを確認し、表と対応させながらグラフに点をとっていく。
(m)	0	1	2	3	4	5	6	7	8														
(m^2)	0	1	2	3	4	5	6	7	8														

過程	ねらい	学習活動	指導・援助
導入	表を用いてグラフをかくことができるようにする。	<p>の値が 0.5, 3.5 のときの の値を求めましょう。</p> <p>式より, = より, 0.5 と 3.5 のときの の値を考えて, グラフに点をとる。</p>  <p>・ と の変域を確認する。 ちあきさんはイからの距離が 0m のときからスタートしていて, の値が 0.5 のときにも, 三角形が作れたので, もっと細かい値でも三角形は作れるから, 0 から引いて良い。 花だんの横の長さは 8m なので, の長さは 8 より長くはならない。 だから, の値が 8m のところまで引く。 よって, のはんいは 0 以上 8 以下となる。 三角形の面積は, 最大で 8 m² である。最初の面積は 0 とするので, のはんいは 0 以上 8 以下となる。</p> <p>まとめ 比例する 2 つの量の関係を表すグラフは, 0 の点を通る直線になります。</p>	<p>・はじめに, ちあきさんが 1.5(m) のときや, 2.5(m) のときの場所を図で確認し, の値が 1.5, 2.5 というときがあることを確かめ, 一緒に の値を考える。</p> <p>・ちあきさんはイからウまで歩いているので, 他の少数の値も三角形ができることを確認する。</p> <p>・ の値が少数のときも, の値を考え, グラフに表すことができることを確認する。</p> <p>・グラフの点を結んで直線にして良いか, 図とあわせて考える。</p> <p>・表と問題文とグラフの関係を理解する。</p> <p>・変域は今までの学習を通して, 授業者と一緒に考える。グラフを用いて, 変域を確認する。</p>

過程	ねらい	学習活動	指導・援助																				
展開	表やグラフをそれぞれ見比べることで、二つの表とグラフの特徴に気付くことができる。	<p>問題2図のような花だんがあります。りなさんは、アにひもを結び、花だんのイからウまで歩きます。イから、りなさんまでの長さが m の時の三角形の面積を m^2 として、と の関係について調べましょう。</p> <table border="1" data-bbox="459 360 1082 432"> <tr> <td>(m)</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>(m^2)</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>14</td> <td>16</td> </tr> </table> <p>三角形の面積 = 底辺 × 高さ ÷ 2 より、 $= m \times 4 \div 2 = 2m$ よって、式は $m^2 = 2m$ である。 の値が2倍、3倍、...になると、の値も2倍、3倍、...になるので、は に比例する。 と の関係をグラフ に表しましょう。</p>  <p>表から</p> <ul style="list-style-type: none"> ・どちらの表も の値が2倍、3倍、...になると、の値も2倍、3倍、...になるので、は に比例している。 ・ の値で、それに対応する の値を割ると、一定の数になる。 <p>グラフから</p> <ul style="list-style-type: none"> ・原点を必ず通る。 ・ちあきさんのグラフのほうが傾きが急。 ・直線が途中で切れる。 	(m)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	(m^2)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	<p>と の関係をグラフに表したあと、児童が範囲を考慮することができているか確認する。また、範囲を考慮の際、何を元にして考えたのかを聞く。</p> <p>グラフや表をみて、比べて気付いたことを考えるように促す。</p> <p>また、気付いたことがグラフか表のどちらを根拠にしたことなのかを明確にさせる。</p>
(m)	0	1	2	3	4	5	6	7	8														
(m^2)	0	2	4	6	8	10	12	14	16														
まとめ		2つの量の変わり方は表やグラフを用いるとわかりやすい。 アンケートの記入を行う																					

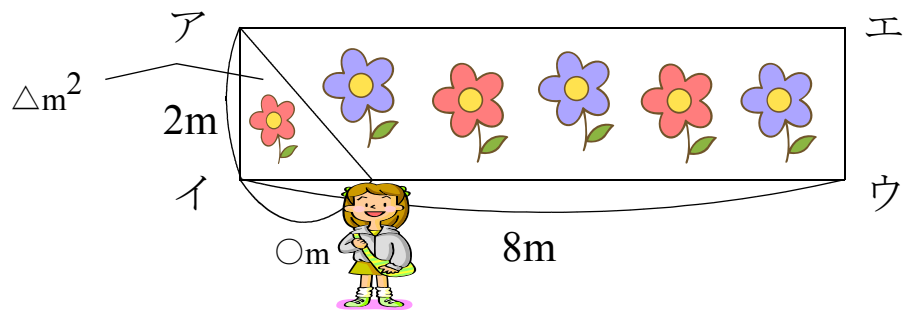
ちあきさんといなさんの花だん No.1

△は○に比例しているといえますか？

問題

名前 _____

図のような花だんがあります。ちあきさんは、アにひもを結び、花だんのイからウまで歩きます。イから、ちあきさんまでの長さが○mのときの三角形の面積を△m²として、○と△の関係について調べましょう。



答え： _____

理由： _____

○の値と△の値の組を表す点を、グラフに表してみよう！

→表をもとにして、グラフ①にかいてみよう！

○の値が少数のときの△の値を求めてみよう！

○=1.5のとき

△= _____

○=2.5のとき

△= _____

○=0.5のとき

△= _____

○=3.5のとき

△= _____

○と△の関係を表にしてみよう！

○(m)	
△(m ²)	

○と△の関係を式に表しましょう。

グラフ①に、○の値と△の値の組を表す点をグラフに表してみよう！

○のはんいは _____ 以上, _____ 以下です。

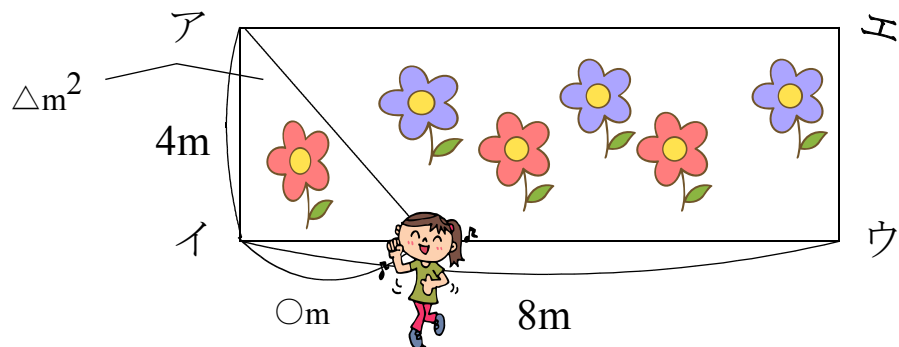
△のはんいは _____ 以上, _____ 以下です。

ちあきさんとりなさんの花だん No.2

問題

名前 _____

図のような花だんがあります。りなさんは、アにひもを結び、花だんのイからウまで歩きます。イから、りなさんまでの長さが \bigcirc mのときの三角形の面積を Δ m²として、 \bigcirc と Δ の関係について調べましょう。



\bigcirc と Δ の関係を式に表しましょう。

Δ は \bigcirc に比例しているといえますか？

答え：

理由：

\bigcirc と Δ の関係をグラフ②に表してみよう！

→グラフ②にかいてみよう！

ちあきさんとりなさんのグラフや表をみて、気づいたことをかいてみよう！

\bigcirc と Δ の関係を表にしてみよう！

\bigcirc (m)	
Δ (m ²)	

グラフページ

名前 _____

グラフ①

グラフ②

