

## 理科との関連を通して、数学を用いて考えることの 良さを実感できる教材の開発

中牧卓也<sup>1</sup>，愛木豊彦<sup>2</sup>

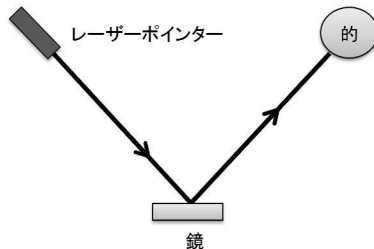
本稿では、光の反射に関連する問題について、作図を用いて解決する活動を取り入れた授業を提案する。具体的には、レーザーポインターから光を発射し、鏡に反射させ、的に当てるという問題について考察するという授業である。このように理科で扱うことを数学の題材とすることで、数学を用いて考えることの良さを実感してほしいと考えた。授業内容を示した後、実践の結果を報告する。

キーワード 光の反射，入射角反射角，最短経路，作図

### 1. はじめに

理科の学習内容の1つに「光が反射したとき、入射角と反射角は必ず等しい」という性質がある。そこでこの性質に着目し、次のような問題を考えた。

問題「レーザーポインターから光を発射し、鏡に反射させて的に当てるためには、レーザーポインターをどのような向きに置けばよいか」



この光の反射という理科の内容を数学の授業として扱うことを通して、数学を用いて考えることの良さを実感してほしいと願う。

この授業によって伝えたい数学を用いて考えることの良さを、次のようにとらえている。理科では疑問に思ったことに対して、実験や観察を行い、そこから考察することでその疑

問を解決していく。数学では前提となる法則がはっきりしていれば、計算や証明によって疑問を解決していく。今回の授業では光が的に当たるような向きを見つけるために、レーザーポインターを何回も動かすのではなく、既習の内容である「光の入射角と反射角は等しい」という性質をもとに、作図を用いてレーザーポインターの向きを求め、実際に光を的に当てるという流れになっている。したがって、この授業を通して、数学を用いれば、試行錯誤しなくても問題を解決することができるという良さを生徒に伝えられると考えた。

また、中学校の理科では、入射角と反射角が等しいことは学習するが、その性質の活用は扱わない([1])。この授業では理科で学んだことを活用し、さらに三角形の合同条件、対頂角、平行線の性質など、中学校の図形領域で学ぶ内容も活用する。

以上のように、本授業によって、数学を用いて考えることの良さを実感でき、また既習の内容を用いて新たな発見をすることが体験できると考えた。2節で題材の詳しい解説、3節で授業計画、4節で活動の様子を述べ、5節

<sup>1</sup>岐阜大学大学院教育学研究科

<sup>2</sup>日本女子大学理学部

で授業実践に対する考察を行い、最後に今後の課題を述べる。

2. 授業の概要

2.1 題材について

光を鏡に反射させて的に当てるとき、レーザーポインターの正しい向きを見つけるために、レーザーポインターの向きを何回も調整していけばいつかは的に光を当てることができる。しかし、レーザーの光は目に入ると失明の恐れがあるなど危険なものなので、レーザーの使用回数を極力減らすことが大切である。もし、的に当たる光の軌道が分かっていたら、その軌道に合わせて光を放てば的に光を当てることができる。ここでの的に光を当てられる軌道の作図の方法を紹介する。

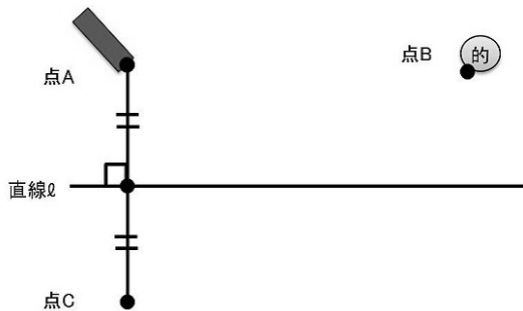
条件として鏡は直線  $l$  に沿って置いたら、どこに置いてもよいものとする。以下、この直線  $l$  を「鏡を置く直線」と呼ぶ。

方法 1

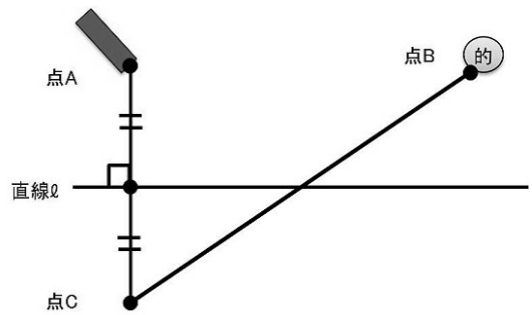
1. レーザーの出る位置と的に位置をそれぞれ点 A, 点 B とする。



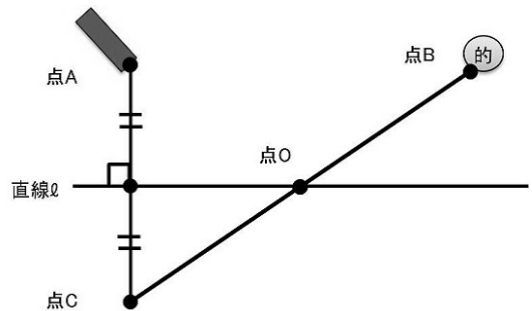
2. 直線  $l$  に関して点 A と対称な点 C をとる。



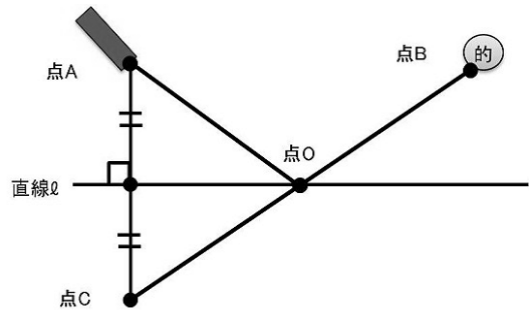
3. 点 C と点 B を直線で結ぶ。



4. 線分 BC と直線  $l$  の交点を点 O とする。



5. 点 A と点 O を直線で結ぶ。



そして、鏡を直線  $l$  に沿って点 O に置き、A から O に向かって、光を放てば鏡に反射して的に光が当たる。

この方法は、鏡の反射における見かけの位置を応用した方法である。鏡で自分の姿を見るとき、実際は鏡に反射した光を視覚が感じ取ることで、自分自身の姿を見ている。しかし、それがまるで鏡の向こうにいるかのように見えるのが見かけの位置である（図 1）。

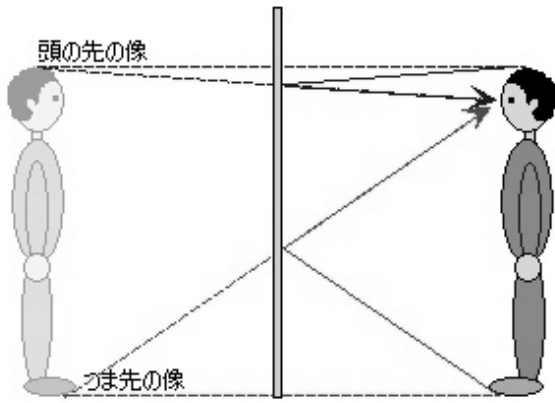


図 1

次に、この方法で作図した光の軌道が、的に当たることを証明する。

証明には、先ほどの方法を使って作図した図(図2)を用いる。図2において、光の出る位置が点A、的に位置が点B、そして鏡を直線 $l$ に沿って置くものとする。

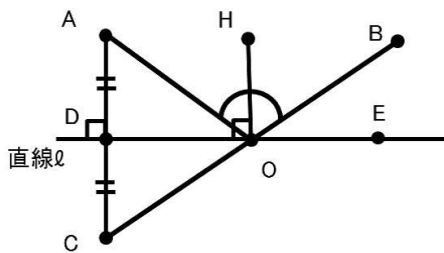


図 2

もしレーザーの光が鏡に反射して的に当たったのなら、光の性質より入射角と反射角が等しくなる。したがって図2において点Oを通る直線 $l$ の垂線を直線OHとしたとき、入射角と反射角に対応している $\angle AOH$ と $\angle BOH$ が等しいことを示すことで、この方法の正しさを証明することができる。

性質 1

方法1で作図されたAO,OBが的に当たるレーザーの光の軌道である。

(証明)

$\angle AOH = \angle BOH$ を示す。

直線 $l$ と線分ACとの交点を点D、線分DOより右の直線 $l$ 上に点Eをとる。ここで $\triangle ADO$ と $\triangle CDO$ において、AとCは直線 $l$ に関して対称なので、

$$AD=CD, \angle ADO = \angle CDO = 90^\circ$$

共通な辺より  $DO=DO$

よって2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADO \cong \triangle CDO$

よって対応する角が等しいので、 $\angle AOD = \angle COD$ である。

対頂角より  $\angle COD = \angle BOE$

よって  $\angle AOD = \angle BOE$  (\*)

OHは垂線より、 $\angle AOH = 90^\circ - \angle AOD$ ,

$\angle BOH = 90^\circ - \angle BOE$

(\*)より  $\angle AOH = \angle BOH$

よって、入射角と反射角が等しくなるので、レーザーの光はこの軌道を通って、的に当たる。(証明終)

次に鏡が2枚のときについて考える。鏡を置く2本の直線を $l, m$ とする。さらに、 $l$ と $m$ の交点をOとし、 $l$ と $m$ の上に2点LとMをそれぞれとる。そして、 $\angle LOM$ の内部に光の出る位置Aと的に置く位置Bをとる。

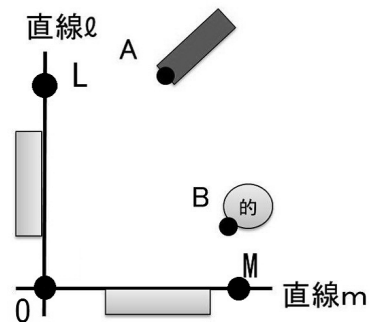


図 3

鏡が2枚のときは、図4のように2枚の鏡に光を反射させて的に当てることのできない場合がある。

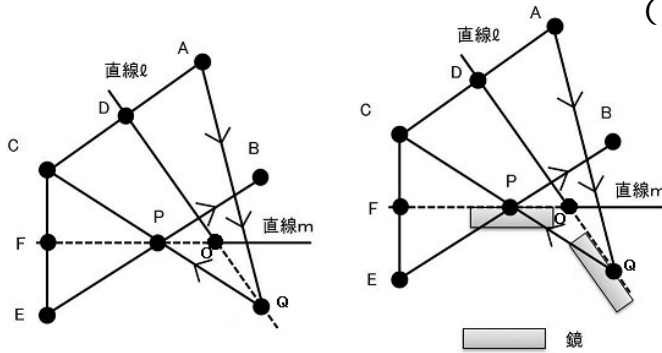
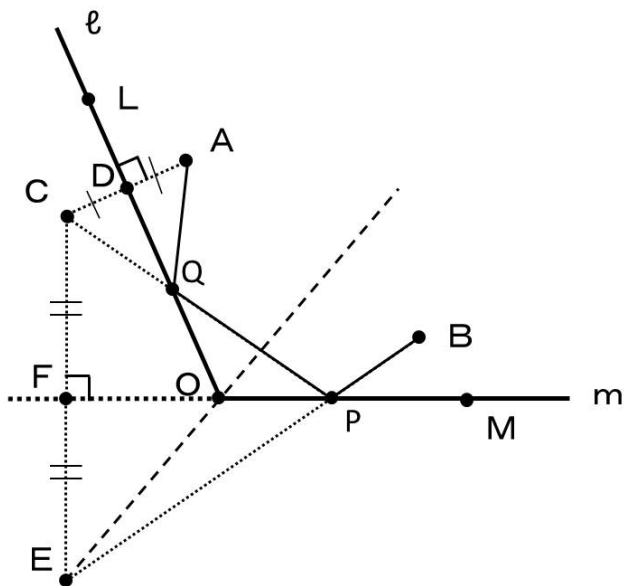


図 4

レーザーの光を 2 枚の鏡に反射させた後、的に当てることのできるような A と B の位置についてまとめたものが次の性質 2 である。

性質 2

∠LOM の内部にある 2 点 A, B に対して、A と  $l$  に関して対称な点を C, C と  $m$  に関して対称な点を E とする。ここで、C が  $m$  に関して A と同じ側にあり、かつ、B が直線 OE に関して、M と同じ側にあるとする。このとき、A から出た光を半直線 OL 上に置いた鏡に当て、その反射した光を半直線 OM 上に置いた鏡に当て、その反射した光を的に当てることのできる。



(証明) まず、作図の手順を示す。

方法 2

1. 直線  $l$  に関して、点 A と対称な点を C とする。線分 AC と直線  $l$  の交点を D とする。
2. 直線  $m$  に関して点 C と対称な点を E とする。線分 CE と直線  $m$  との交点を F とする。
3. 点 E と点 B を直線で結ぶ。線分 BE と直線  $m$  の交点を P とする。
4. 点 P と点 C を直線で結ぶ。線分 CP と直線  $l$  との交点を点 Q とする。
5. 点 A と点 Q を直線で結ぶ。

このとき、線分 AQ, QP, PB が的に当たるレーザーの光の軌道である。ここで、点 P が半直線 OM 上、点 Q が半直線 OL 上にあることを示せば、性質 1 の証明と同様に入射角と反射角が等しいことを示すことができる。よって、以下、座標平面上において、点 O を原点 (0,0) とし、M, L, A, B の座標をそれぞれ  $(m_x, 0)$   $(l_x, l_y)$   $(a_x, a_y)$   $(b_x, b_y)$  とする。ただし、 $l_x^2 + l_y^2 = 1$ , とする。また仮定より、 $m_x > 0, l_y > 0, a_y > 0, b_y > 0$  である。そしてこのとき、点 P, 点 Q の座標を、それぞれ  $(p_x, 0)$   $(q_x, q_y)$  としたとき  $p_x > 0, q_y > 0$  を示せばよい。

点 A, B, C, L の位置ベクトルをそれぞれ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{l}$  とすると、 $\vec{AC}$  と  $\vec{OL}$  は直交しており、 $\vec{OD}$  と  $\vec{OL}$  は平行なので、

$$\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} = k\vec{l} \quad (k \text{ は実数}) \quad (1)$$

とおける。よって、 $\vec{AC} \cdot \vec{OL} = 0$  より

$$(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{l} = 0 \quad (2)$$

(1) より  $\vec{c} = 2k\vec{\ell} - \vec{a}$  なので、これを (2) に代入すると、

$$\begin{aligned} \vec{\ell} \cdot (\vec{a} - 2k\vec{\ell} + \vec{a}) &= 0, \\ 2\vec{a} \cdot \vec{\ell} - 2k|\vec{\ell}|^2 &= 0, \\ k &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{\ell}}{|\vec{\ell}|^2}, \\ k &= \vec{a} \cdot \vec{\ell} \end{aligned}$$

となる。ここで、簡単のため、 $\alpha = \vec{a} \cdot \vec{\ell}$  とおくと、 $\vec{c} = 2\alpha\vec{\ell} - \vec{a}$  なので、C の座標は、

$$(2\alpha l_x - a_x, 2\alpha l_y - a_y)$$

となる。従って、E の座標は、

$$(2\alpha l_x - a_x, -2\alpha l_y + a_y)$$

である。また仮定より、

$$-2\alpha l_y + a_y < 0, b_y > 0$$

よって、

$$-2\alpha l_y + a_y - b_y < 0 \quad (3)$$

これより、直線 BE の方程式を求めると、

$$x - b_x = \frac{2\alpha l_x - a_x - b_x}{-2\alpha l_y + a_y - b_y} (y - b_y)$$

点 P は、直線  $m$  上にあるので、座標を  $(p_x, 0)$  とおける。よって、

$$\begin{aligned} p_x - b_x &= -\frac{2\alpha l_x - a_x - b_x}{-2\alpha l_y + a_y - b_y} b_y, \\ p_x &= b_x - \frac{2\alpha l_x - a_x - b_x}{-2\alpha l_y + a_y - b_y} b_y, \\ p_x &= \frac{-2\alpha l_y b_x - 2\alpha l_x b_y + a_x b_y + a_y b_x}{-2\alpha l_y + a_y - b_y} \end{aligned}$$

また、E の座標から、直線 OE の方程式を求めると、 $x = \frac{2\alpha l_x - a_x}{-2\alpha l_y + a_y} y$  となる。ここで

$$m_x > \frac{2\alpha l_x - a_x}{-2\alpha l_y + a_y} \times 0$$

である。仮定より、M と B は直線 OE に関して同じ側にあるので、

$$\begin{aligned} b_x &> \frac{2\alpha l_x - a_x}{-2\alpha l_y + a_y} b_y, \\ b_x(-2\alpha l_y + a_y) &< (2\alpha l_x - a_x) b_y, \\ -2\alpha l_y b_x + a_y b_x &< 2\alpha l_x b_y - a_x b_y, \\ -2\alpha l_y b_x + a_y b_x - 2\alpha l_x b_y + a_x b_y &< 0, \\ -2\alpha l_y b_x - 2\alpha l_x b_y + a_x b_y + a_y b_x &< 0 \end{aligned}$$

ゆえに (3) と合わせて  $p_x > 0$  である。よって、P が半直線 OM 上にあることを示せた。

次に、点 Q の座標  $(q_x, q_y)$  を求める。直線 PC の方程式は、

$$x - p_x = \frac{2\alpha l_x - a_x - p_x}{2\alpha l_y - a_y} y \quad (4)$$

と書ける。Q は直線  $l$  上にあるので、

$$q_x : l_x = q_y : l_y \text{ より } l_x q_y = l_y q_x$$

$l_y > 0$  より、

$$q_x = \frac{l_x}{l_y} q_y,$$

これを (4) に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{l_x}{l_y} q_y - p_x &= \frac{2\alpha l_x - a_x - p_x}{2\alpha l_y - a_y} q_y, \\ \left( \frac{l_x}{l_y} - \frac{2\alpha l_x - a_x - p_x}{2\alpha l_y - a_y} \right) q_y &= p_x, \\ \frac{a_x l_y - a_y l_x + l_y p_x}{l_y(2\alpha l_y - a_y)} q_y &= p_x \end{aligned}$$

ここで A は  $\angle MOL$  の内部にあるので、A と M は直線  $l$  に関して同じ側にある。直線 OL の方程式は、 $l_y x = l_x y$  であり、 $l_y > 0, m_x > 0$  より  $(m_x, 0)$  は  $l_y \times m_x > l_x \times 0$  を満たす。よって、 $l_x a_y < a_x l_y$  が成り立つので、

$$a_x l_y - a_y l_x > 0$$

$l_y > 0, 2a_l y - a_y > 0, p_x > 0$  より,  $q_y > 0$  が成り立つ。ゆえに,  $Q$  は半直線  $OL$  上にある。  
(証明終)

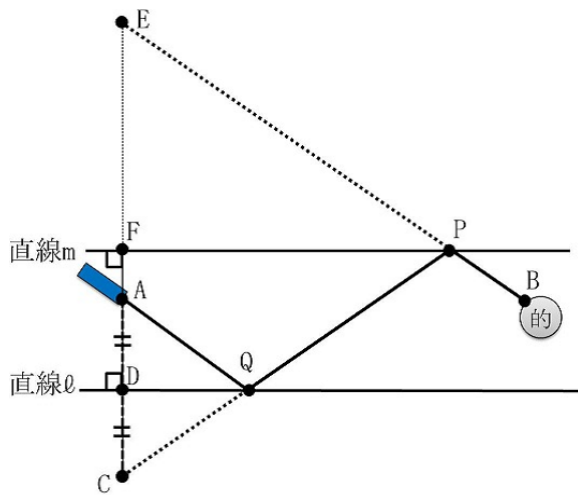
次に, 直線  $l$  と直線  $m$  が互いに平行な場合について考える。

性質 3

直線  $l$  と直線  $m$  が平行であるとする。このとき, 2点  $A, B$  がともに  $l$  と  $m$  の間にあれば, 方法 2 の作図によって, 2 枚の鏡に反射させた光を的に当てる軌道を求めることができる。

(証明)

この場合でも, 方法 2 によって, 2 点  $P, Q$  を定めることができる。



平行な場合

この 2 点  $P, Q$  はそれぞれ必ず 2 直線  $l, m$  上にある。また, 入射角と反射角が等しいことは, 性質 1 の方法と同様の方法で証明することができる。(証明終)

これらのことを踏まえて, 授業を計画した。

3. 授業計画

3.1 授業のねらい

本教材のねらいを以下の (a), (b) とした。

(a) 鏡が 1 枚のとき, 的にレーザーの光を当てる活動を通して, 折り返しを利用した方法が正しいことを理解できる。

(b) 鏡が 1 枚のときの方法を活用して, 鏡が 2 枚, 3 枚のときでも的に光を当てる方法を見つけることができる。

(a) について 前節で説明した折り返しを利用した方法は生徒が導くのではなく, 授業者が生徒に提示する。そして, 生徒はこの方法が正しいことを, 入射角と反射角の関係をもとに証明する。さらに, これが正しいことを実験でも確かめる。この活動を通して, 「疑問に思ったことを実験ではなく, 根拠に従って考えることで解決する」という数学と理科の学習との違いを理解することを意図している。

(b) について 鏡が 2 枚以上になっても, 鏡が 1 枚のときの方法を応用すれば問題を解決することができることは 2 節で述べた。このことを鏡が 2 枚, 3 枚のときで考察し, 実験をして確認する。この一連の活動を通して, 既習の内容を活用し, 新たな問題を解決していくという数学の考え方の良さを実感することを意図している。

3.2 展開

この授業は 3 時間構成である。授業の詳しい計画は指導案(資料 1)で示したので, ここでは簡単に説明する。

1 時間目

(1) 問題提示・課題設定

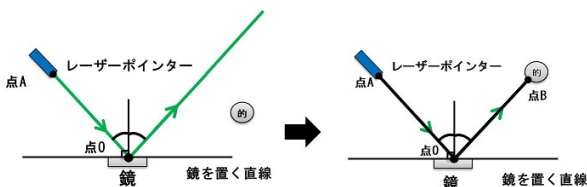
まず全体に対し, この時間ではレーザーの光を鏡に反射させて的に当てることを考えていくことを説明する。1 時間目では「入射角と反射角が等しい」という性質が正しいことを実験して確かめることを問題として提示す

る。この時間の実験では、レーザーを鏡に反射させ、反射した光に的を動かし光を当て、入射角と反射角を測定する。そして、これまでに理科で学習した「入射角と反射角が等しい」という性質を、正しいことを再度確かめる。またレーザーポインターの位置や、入射角などを変えることで、いつでも正しいことを確認することも指示する。

## (2) 実験

班ごとに分かれて、実際に入射角と反射角を測定する。測定は以下の手順で行う。また、すべての手順はA1サイズの工作用紙上での作業である。

1. 工作用紙の上に鏡を置く基準となる直線をひく。
2. 直線の上に点Oをとり、鏡の真ん中をその点Oの上になるように直線に水平に置く。
3. 光の出る位置を点Aとし、光を鏡の中心に向けて放つ。
4. 的を動かしレーザーの光を当て、光が当たっている場所を点Bとする。
5. 点Aと点O、点Bと点Oを直線で結ぶ。
6. 入射角と反射角の大きさを分度器で測定する。



実験は各班に補助として大学生をつけ、安全のことを考えレーザーポインターは大学生だけが扱うこととした。それぞれの班が入射角と反射角の関係が正しいかどうかを、レ

ザーポインターや鏡の配置など条件を変え、最低3回は実験を行い、どんな条件でも正しいことを実感させる。この活動には実験を安全に行えるよう操作に慣れてもらうという意図もある。実験の結果を学習プリント1(資料3)に書く。

## 2時間目と3時間目

### (1) 問題提示・課題設定

この2時間で扱う問題は、的に光が当たるようなレーザーポインターの向きを考えることである。前時と違い本時の問題は、的に動かさずに光を反射させて的に当てることである。そこで、今回はレーザーの光をどの向きに放てばよいかを考えることを説明する。そして、レーザーの光の向きを求められる作図の方法を紹介する。ここでは、2つのことについて考えるよう指示をする。

問題1 紹介した方法が本当に正しいのか。

問題2 鏡が2枚や3枚のときについてはどうすればよいか。

この2つをこの2時間の問題として提示する。この2時間を通しての課題は「的に当たる光の軌道を考えよう」である。

### (2) 個人追究

問題1について、学習プリント2(資料4)を使って考える。学習プリント2には作図の方法(2節図2)を載せている。紹介した方法が正しいことを示すためには、作図された図における入射角と反射角に対応している角度が等しいことを示せばよい。

問題1が終わったら、問題2にとりかかる。問題2は学習プリント3(資料5)を使って考える。学習プリントには問題が4つある。それぞれの問題は鏡を置く直線の位置関係に違いがある。

- (a) 2本の直線が垂直に交わる時
- (b) 2本の直線のなす角が鋭角の時
- (c) 2本の直線のなす角が鈍角の時
- (d) 3本の直線が全て垂直に交わっている時

まず、(a)について、作図の方法とその方法が正しいことを証明する。その後、(b)から(d)のうちの1つを選択し、作図の方法だけを求め、それが正しいことを実験で確かめればよいこととした。

(3) 班交流・実験・まとめ

問題1が終わったら各班で証明について意見交流する。交流が終わった班は、問題1の作図を実際に行って、的にレーザーの光を当てる実験を行う。そして実験が成功したら問題2を考える。問題2も同様に班で交流し、実験する。最後に全体で授業者が問題2の(a)について、どのように作図すればよいかを説明する。最後に今回の授業を例として、理科と数学の学び方の違いについて話す。

4 活動の様子

3節で示した授業案を以下のように実践した。

題材名 「目指せ！百発百中！！」

実践日 平成23年9月15日(木)第5校時

平成23年9月16日(金)第5,6校時

場所 白川町立白川中学校

対象 中学3年生

時間数 全3時間

1 時間目

(1) 実験

レーザーの光が目に入ることなどの事故を心配していたが、どの班も安全に実験を終えた。また、入射角と反射角の測定もすべての班が等しいという結果になった。

2 時間目と3 時間目

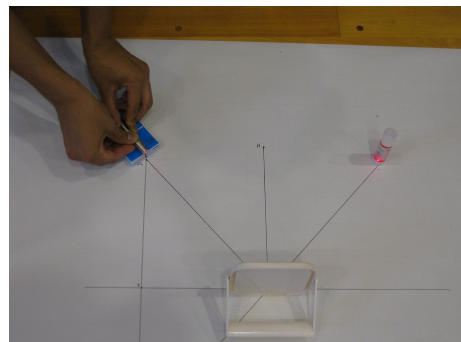
(1) 個人追究

問題1の個人追究では、証明に対する苦手意識からか、多くの生徒がなかなか考察を進められなかった。そこで、入射角と反射角に等しい角を教えるなどの支援をしたところ、考えを進められる生徒も増えた。また、班の仲間とともに考える生徒もいた。その結果、多くの生徒が証明を書くことができた。

しかし問題1の証明に時間がかかってしまったので、問題2を考える時間が少なくなってしまったので、問題2では、証明を書かなくてもよいこととした。鏡が1枚のときの方法を活用することをねらったが、見かけの位置の説明をしなかったことで、手がかりが少なく作図にも苦しむ生徒が多かった。何人かの生徒が問題2の(b)から(d)の問題にとりかかったが、多くの生徒は問題2の(a)の作図を考えている途中で考察の時間が終わってしまった。

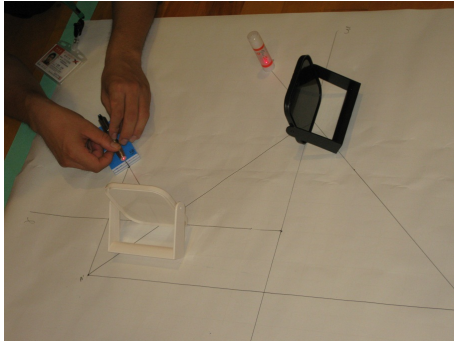
(2) 実験

鏡が1枚のときの実験は、鏡の位置が少しずれていたり、鏡を傾けて置いていて、光が的に当たらないときもあったが、大学生が鏡の置き方を補助することで、すべての班が的に光を当てることができた。





鏡が2枚のとき、作図の考察に時間がかかってしまい、問題2の(a)の実験を行ったところは少なく、問題2(b)~(d)の実験をしたところはなかった。



### 5. 授業に対する考察

授業後にアンケートを実施した。その回答の一部を紹介する。

(1) 光を的に当てる方法が正しいことが分かりましたか？

- ・はい (63人)
- ・いいえ (4人)

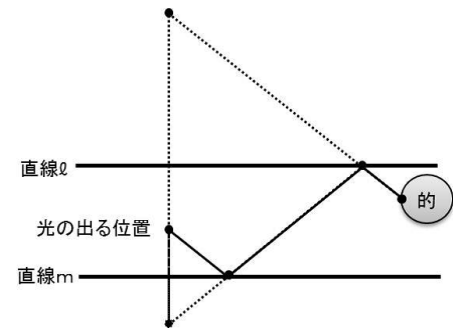
それはどの方法からわかりましたか？

- ・実験から (21人)
- ・証明から (7人)
- ・両方から (35人)

(2) 次の問題において、光を2枚の鏡に反射させて的に当てる光の軌道はどのような軌道ですか？(鏡は直線 $l$ 、直線 $m$ に沿って置きます。)



問題



解答 (実線が正しい軌道)

正答者 67人中8人

(3) 今回の授業は理科の内容である光の反射がテーマでしたが、数学の授業であると思えたところはどこですか？

- ・合同を使って証明したところ。
- ・光の反射について、入射角と反射角が等しいかを調べたところ。
- ・証明をしてその理由を求めるところ。
- ・証明をして、光を的に当てる方法が正しいとわかったとき。
- ・実験前に証明をしたところ。

(4) 2日間を通して、授業の感想を書いてください。

- ・実験など楽しくできたが、難しかった。
- ・問題が解けた時の達成感がすごかった。
- ・証明をしてそれを確かめるために実験をして、できたときがうれしかった。
- ・班で協力できたところが楽しかった。
- ・実際に習ったことを証明できて楽しかった。
- ・証明をすることが難しかったけど、1問わかるとどんどんわかったのでよかった。

- ・最初は理科であると思ったが，証明を使ったりして考えることができてよかった。
- ・数学の授業かと思ったら，理科の授業だったと思った。
- ・実験をして少しは理解できた。

本授業のねらいの達成度について考察する。

- (a) 的にレーザーの光を当てる活動を通して，鏡が1枚のとき、折り返しを利用した方法が正しいことを理解できる。

アンケートから，94%の生徒が紹介した方法が正しいことを理解できていたことがわかる。また問題1の証明を，89.5%の生徒がプリントに正しく記述していた。実験だけで方法が正しいことを理解した生徒もいたが，証明からもこの方法が正しいと理解できた，と解答する生徒が63.5%であった。このことからこのねらいは達成できたと考える。

- (b) 鏡が1枚のときの方法を活用して，鏡が2枚，3枚のときでも的に光を当てる方法を見つけることができる。

今回は問題1の個人追究に多くの時間を使ってしまったことにより，鏡の枚数が2枚，3枚のときを考える時間が少なくなってしまった。鏡が2枚の方法を見つけることができた生徒が少なかったこともあり，アンケートの問題(2)もほとんどの生徒が答えることができなかった。また，考察の時間の不足だけでなく，鏡の見かけの位置の説明がなかったこと

により，鏡が1枚の方法を応用して鏡が2枚のときの方法を見つけることができなかった。このことからこのねらいは達成できなかったと考える。

#### 6. 今後の課題

今後の課題は，以下の2点に関する本教材の見直しである。

1つ目は見かけの位置についての説明が不足していたことである。鏡が1枚のときの方法は証明をして正しいことを示すことが目的であったが，そもそもこの方法は鏡の反射による見かけの位置を活用したものであることを伝えるべきであった。この見かけの位置は3年生では既習の事項であるが，内容として難しいことなので，全体で確認するべきであった。

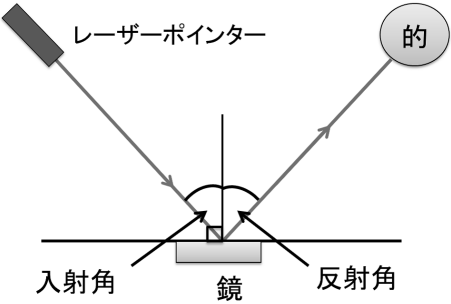
2つ目は教材研究である。2節で述べたように，鏡を直線上に沿って置く，という条件では光の軌道を作図しても，鏡を置くことができない場合があった。レーザーポインターの位置や的に位置がどのような場合に，的に光を当てることができるのかを生徒に考えさせられるような教材にすれば，生徒たち自身でレーザーポインターや的に位置を決め，実験をすることができるようになる。

また，本授業の改善以外にも，他の理科の内容や他の科目とつながった教材開発という課題もある。他教科とのつながりを実感することで，生徒たちが数学とは何かをより深く理解できるものと考えている。

#### 引用文献

- [1] 三浦 登ほか44名，2003，新しい科学1分野上，東京書籍株式会社。

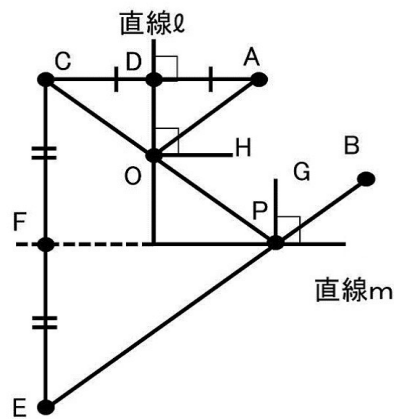
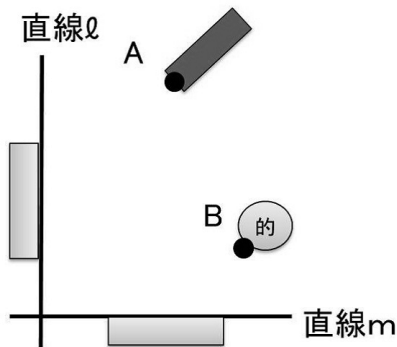
(資料1)

	学習活動	指導と援助
導入	<p>授業についての説明</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>問題提示 本時と次時の内容を説明する。 光を鏡に反射させている画像を提示する。</li> <li>本時の活動の説明 レーザーポインターと鏡を動かさず，光を当てる的(スティックのり)を動かす。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>内容についてはプレゼンテーションソフトを使って説明する。</li> </ul>
展開	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>課題 レーザーポインターをいろいろな位置に置いて光の反射の性質を確かめよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>マス目の付いた工作用紙を使い実験する。</li> <li>レーザーポインターと鏡は向きも位置も固定させ，的のみを動かす。</li> </ul> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>的に当たったら，その的の位置にペンで点をうち，手順に従い直線を描き，角度を測定する。</li> <li>各班三回いろいろな位置関係で実験を行う。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>実験の手順を見るよう指示する。</li> <li>実験の手順を学習プリント1に載せる。</li> <li>レーザーポインターの向きや，鏡の向きは各班自由でよい。</li> <li>班に一人ずつ大学生をつけて，活動の援助とレーザーの光を出す。</li> <li>レーザーの光が散らないように，鏡をあまり動かさないこと。</li> <li>実験道具を班ごとに用意しておく。</li> </ul>
まとめ	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>まとめ どのような位置関係でも入射角と反射角は同じである。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>次時の授業内容の説明。 本時は的を動かしたが，次は的を固定して，レーザーポインターの向きを考える。</li> </ul>	

(資料2)

	学習活動	指導と援助
導入	<p>授業の説明</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・前時との違いの説明</li> <li>・課題提示</li> </ul> <p>紹介した方法がなぜ正しいのかを示すことが大切である。 鏡の枚数や鏡の向きなどの条件を変えた場合も考える。</p>	<p>指導と援助</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・プレゼンテーションソフトを使って説明する。</li> </ul>
展開	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>課題 的に当たる光の軌道を考えよう。</p> </div> <p>(証明) 紹介した方法</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. レーザーの出る位置と的の位置を点 A, 点 B とする。線分 AC と直線 <math>l</math> の交点を点 D とする。</li> <li>2. 直線 <math>l</math> に対して点 A と対称な点を点 C とする。</li> <li>3. 点 B と点 C を直線で結ぶ。</li> <li>4. 辺 BC と直線 <math>l</math> の交点を点 O とする。</li> <li>5. 点 A と点 O を直線で結ぶ。</li> <li>6. 線分 AO に重なるようにレーザーを出すと, 的に当たる。</li> </ol> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> </div> <p>(問題 1) 紹介した方法が正しいかどうか (証明)  <math>\angle AOH = \angle BOH</math> を示す。                  直線 <math>l</math> と線分 AC との交点を点 D, 直線 <math>l</math> 上で線分 DO より右側に点 E とする。                  ここで <math>\triangle ADO</math> と <math>\triangle CDO</math> において                  対称な図形より <math>AD = CD</math>  <math>\angle ADO = \angle CDO = 90^\circ</math>                  共通な辺より <math>DO = DO</math>                  よって 2 組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいので, <math>\triangle ADO \equiv \triangle CDO</math>                  よって対応する角が等しいので, <math>\angle AOD = \angle COD \cdots (1)</math>                  対頂角より <math>\angle COD = \angle BOE \cdots (2)</math>                  OH は垂線より, <math>\angle AOH = 90^\circ - \angle AOD</math>  <math>\angle BOH = 90^\circ - \angle BOE</math>                  (1)(2) より <math>\angle AOH = \angle BOH</math>                  よって入射角と反射角が等しくなるので, 紹介した方法は正しい。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・班の中で大学生が中心となって, 交流する。</li> <li>・レーザーポインターは中学生に触らせない。</li> <li>・大学生はレーザーポインターの取り扱いに注意する。</li> </ul>

展開 (問題2) 鏡が2枚のときについて



レーザーの出る位置を点  $A$ ，的の位置を点  $B$  とする。  
作図の方法

1. 直線  $\ell$  に対して，点  $A$  と対称な点を点  $C$  とする。線分  $AC$  と直線  $\ell$  の交点を点  $D$  とする。
2. 直線  $m$  に対して点  $C$  と対称な点を点  $E$  とする。線分  $CE$  と直線  $m$  の交点を点  $F$  とする。
3. 点  $E$  と点  $B$  を直線で結ぶ。その交点を点  $P$  とする。
4. 点  $P$  と点  $C$  を直線で結ぶ。その交点を点  $O$  とする。
5. 点  $A$  と点  $O$  を直線で結ぶ。

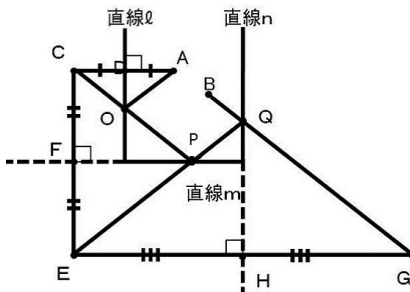
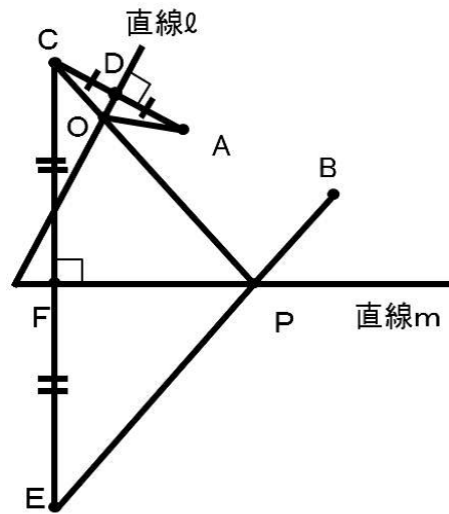
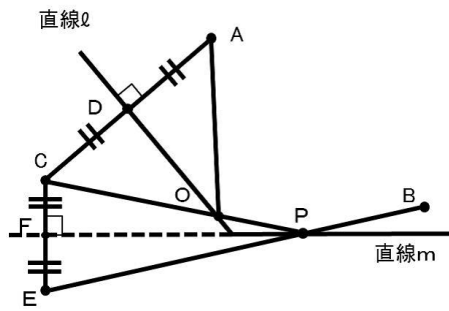
$AO, OP, PB$  が正しいレーザーの光の軌道である。

次に入射角，反射角に対応する角  $\angle AOH = \angle POH$   $\angle OPG = \angle BPG$  が正しいことを示す。

(証明)

点  $A, C, D, O, H, P$  について，この配置は問題1のときと同じ配置であるので，問題1と同様に行うと， $\angle AOH = \angle POH$   
同様に，点  $B, C, E, F, G, P$  についても，問題1と同じ配置なので， $\angle OPG = \angle BPG$   
よってこの作図方法は正しい。

展開 (問題 3) 発展問題 3 題について



これらのレーザーポインターの向きも，問題 2 と同様に問題 1 の方法を組み合わせることで作図できる。  
証明についても問題 2 と同様である。

・発展問題は作図のみで，証明はしなくてもよい。

まとめ

まとめ 鏡の枚数が増えても，紹介した方法を順番に使えばレーザーの光を的に当てることができる。

- ・最後の話（答え合わせ，まとめ）
- ・アンケートに回答する。

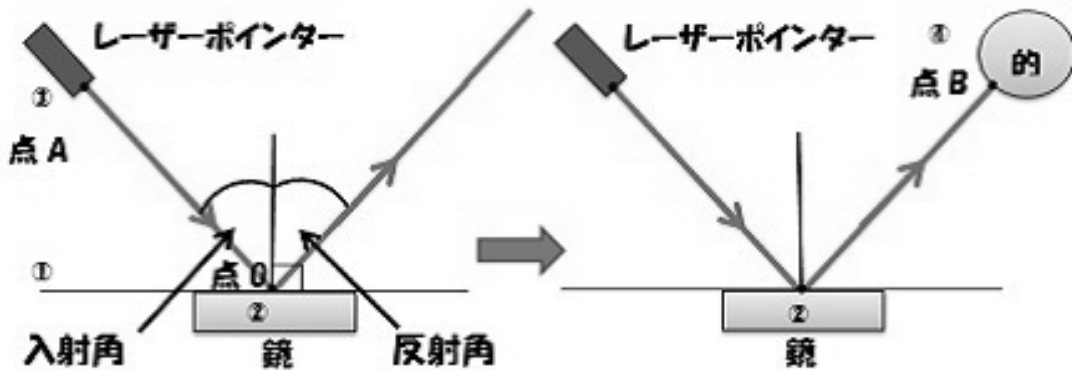
(資料3)



# 目指せ！百発百中！！

3年 組 氏名 \_\_\_\_\_

課題 レーザーポインターをいろいろな位置に置いて、光の反射の性質を確かめよう。



## 実験の手順

- ① 工作用紙の上に鏡を置く基準となる直線を決める。
- ② 直線の上に点 O を打ち、鏡の真ん中をその点 O の上になるように直線に水平に置く。
- ③ 光の出る位置に点 A を打ち、光を鏡の中心に向けて放つ。
- ④ 的を動かしてレーザーの光を当て、光が当たっている場所に点 B を打つ。
- ⑤ 点 A と点 O、点 B と点 O を直線で結び、
- ⑥ 入射角と反射角を測定する。

### 実験における注意！！

- ① レーザーの光を自に入れないこと
- ② 光を当てているときには鏡をあまり動かさないこと
- ③ レーザーポインターは必ず大学生が扱うこと
- ④ 壁に向かって反射させること

1回目		2回目		3回目	
入射角	反射角	入射角	反射角	入射角	反射角
( )	( )	( )	( )	( )	( )



# 目指せ！百発百中！！

～学習ポイント～

狙いを動かしずに光を当てたところ、いつでも入射角と反射角が等しいことがわかる！！

## 今回特別に当たるようレーザーポインターの向きを考えた！！ レーザーポインターの正しい向きがわかる方法

- ①レーザーの出る位置を対称的位置に点 A、点 B を打つ。線分 AC と直線  $\ell$  の交点を点 D とする。
- ②直線  $\ell$  に対して点 A と対称な点 C を打つ。
- ③点 C と点 B を直線で結ぶ。
- ④辺 BC と直線  $\ell$  の交点を点 O とする。
- ⑤点 A と点 O を直線で結ぶ。
- ⑥線分 AO に重なるようレーザーを出すように当たる。

考えたいこと

- ①紹介した方法でなぜ正しいレーザーポインターの向きが分かるのか？
- ②反射させる鏡を増やしたらどうなるのか？(学習ポイント 2)



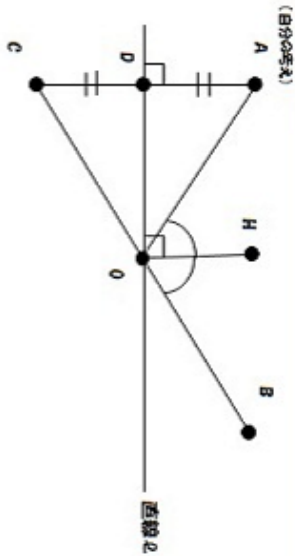
## 正しい理由を明らかにしてから 実験して確かめよう！！

実験における注意！！

- ①レーザーの光を目に入れないこと
- ②光を当てているときには鏡を動かさないこと
- ③レーザーポインターは必ず大学生が扱うこと

3年 組 氏名 \_\_\_\_\_

課題  
光的に当たるようレーザーポインターの向きを考えよう。





(資料5)



# 目指せ！百発百中！！

～得意になって～

球を2枚にして反射させてみよう！！

問題 垂直な2直線、直線と直線mの上に球を置くこと

- (1) 的に光が当たる軌道を作図しよう
- (2) 作図した軌道の正しい運動を考えよう
- (3) 的に当たるか実験して確かめよう



発展問題 的に光が当たる軌道を求めて、実験して確かめよう。

3年 組 氏名 \_\_\_\_\_

