

図形の重心に対する感覚を豊かにする教材の提案

～正方形, 長方形, L字型図形の重心を見つける活動を通して～

納土 恵美香¹, 山路 健祐²

小学校5・6年生を対象に, 正方形, 長方形, および2種類のL字型図形の重心を見つけるという教材を提案し, 実践を行った。画用紙に正方形, 長方形, L字型図形を作図して切り取り, その画用紙にセロハンテープを使ってたこ糸を固定し, つり下げた画用紙が地面と水平になるか否かということから, 重心のおおよその位置を予想し, 作図によって重心を見つけるという算数的活動を通して, 図形の重心に対する感覚を豊かにすることを目指した。本論文では, その授業実践の結果を報告する。

<キーワード>重心, 正方形, 長方形, L字型図形, 算数的活動

1. はじめに

小学校5・6年生を対象にした企画「わくわく算数アドベンチャー」において, 岐阜県大垣市スイートピアセンターで実践を行う機会を頂いた。1日2時間の企画である。この企画の目的には, 子どもの算数に対する興味・関心を一層高めることがある。そこで, 小学校における算数の授業, また中学校, 高等学校における授業においても苦手意識を持つ子が多いと思われる「図形」の領域で教材を考えることとした。

今回の教材に取り入れたのは図形の「重心」に関する内容である。小学校から高等学校までの算数・数学においては, 高等学校数学において重心を取り扱うが, 小学校, 中学校では取り扱わない内容である。「重心」は, 高等学校数学「数学A」の「(3)図形の性質」における「(ア)三角形の性質」において三角形の重心で学習する内容である。

だからこそ, 小学校, 中学校段階で体験的に図形の重心について学ぶことは, 図形の性質の理解をうながす素地になると考えた。

また, どんな平面図形においても重心は存在するが, 重心は必ずしも図形の内部に存在するわけではないという点は, 自分自身もそうであったように算数に対する興味を高めるであろうと考えた。

以下にその授業実践の結果を報告する。

2. 研究の目的

図形の感覚を豊かにするためには, 数学的な視点を明確にした上で, 算数的な活動を通して, 体験的に学ぶことである。特に, 図形の領域では, 性質を言葉として覚えることは意味がない。ここでいう, 数学的視点を明確にしてとは, 何の目的や意識もなく, 図形にふれさせても, 育てたい図形の感覚は, 育くまれにくいということである。視点をもって, 図形にふれたり, 考察したりする体験的な活動を通して, 子どもの中に, イメージをともなった感覚が育くまれ, 後に性質として学んでいく中で, 言葉とむすびつき, 理解を深めていくのだと考える。

そこで, 小学校, 中学校では扱われない図形の重心に着目し, 高等学校で図形の性質を学んでいくための素地として, 重心に対する図形の感覚を豊かにする教材の開発を研修目的として究明していくこととした。

¹岐阜大学教育学部

²岐阜大学教育学部附属中学校

3. 教材について

まず、「重心」について述べる。

「重心」…物体あるいは質量系において、各部分・各頂点にはたらく重力の合力の作用点。質量の中心と一致する。重力の中心。

高等学校数学「数学A」の「(3)図形の性質」における「(ア)三角形の性質」において、「重心」は、

三角形の各頂点と対辺の中点を結ぶ線分の交点

と定義されている。

本時の授業対象者は、小学校第5学年と第6学年であるため、「重心」という用語を取り扱わず、「つり下げられる点」として表現する。

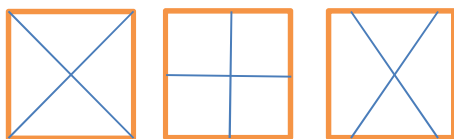
今回の授業で取り扱う図形は、正方形、長方形、L字型図形①(重心が図形の内部にあるもの)、L字型図形②(重心が図形の内部にないもの)の4種類である。それぞれの重心の求め方は以下の通りである。

(1)正方形

正方形の重心は、

- ・対角線の交点
- ・正方形の面積を2等分する2直線の交点

として求められる。



(2)長方形

長方形の重心についても前述の「(1)正方形」の重心と同様にして、

- ・対角線の交点
- ・長方形の面積を2等分する2直線の交点

として求められる。

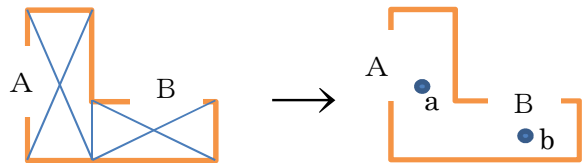
(3)L字型図形①(重心が図形の内部にあるもの)

L字型図形の重心は以下の手順に従って求めることができる。

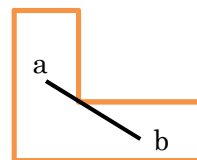
(i)L字型図形を2つの長方形A、Bに分ける。



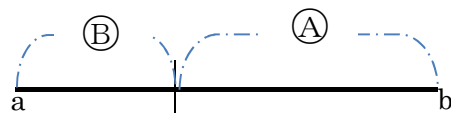
(ii)(i)で分けた長方形AとBそれぞれにおいて重心a,bを求める。



(iii)2つの長方形の重心a,bを結び、線分abを引く。



(iv)線分abを長方形A、Bの面積比で内分する



上記の(i)~(iv)の手順で求めた内分点がL字型図形の重心である。しかしながら、平面図形の面積比を学習するのは、中学校第3学年の「B図形」領域における「図形の相似」分野であるため小学校5・6年生を対象にした本時、これを取り扱うのが困難である。

そこで、今回の授業で取り扱うL字型図形は、面積比が1:1である2つの長方形を組み合わせたものとする。(より分かりやすくするために、面積比が1:1である2つの長方形は合同なものを取り扱うことにする。)



よって、本授業内においてはL字型図形を形と大きさが等しい(合同な)2つの長方形に分け、2つの長方形のそれぞれについて求めた重心同士を結んだ線分の中点がL字型図形の重心になる。

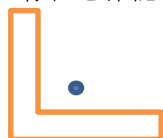
(4)L字型図形②(重心が図形の内部にないもの)

L字型図形②の重心についても(3)L字型図形①と同様な手順で求めることができる。

授業内で取り扱うL字型図形②に関しては、面積比が1:1の2つの長方形で構成されるL字型図形で、重心がL字型図形②の内部に存在しないものを準備する。





よって、子どもたちは、L字型図形を形と大きさが等しい(合同な)2つの長方形に分け、分けた2つの長方形それぞれにおいて重心を求め、求めた重心同士を結んだ線分の中点を求めることで重心を求める。

以上のようにして、求めた重心が図形の内部にないことを確認することで、図形の内部に重心がない図形の存在を確認することができる。



4. 指導の展開

(ねらい)長方形の重心を見つける活動を通して、重心の求め方を理解し、それを応用してL字型図形の重心を求めることができる。※授業内では「重心」を「つり下げられる点」と表現する。

過程	ねらい	学習活動	指導援助
導入	<p>○「つり下げられる点」を理解することができる</p> <p>○糸を使って見つけた「つり下げられる点」を作図によって見つけることができる</p> <p>○「つり下げられる点」がどのような点にあるかということを言葉で説明することができる</p>	<p>1. 「つり下げられる点」の定義を知る 「つり下げられる点」 ⇔図形が水平に(傾かずに)1点でつり下げられる点</p> <p>2. 糸を使って正方形と長方形の「つり下げられる点」を見つける</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p><正方形></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><長方形></p> </div> </div> <p>(予想される子どもの反応)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・図形のだ真ん中にある ・対角線の交点にある ・面積を縦半分にする線と横半分にする線の交点にある 	<ul style="list-style-type: none"> ・図形を糸でつり下げているところを実際に見せることで、傾かずにつり下げられている状態をイメージさせる ・実際に糸で図形をつり下げられる活動を通して、「つり下げられる点」を見つけさせる ・「つり下げられる点」が図形のだ真ん中にあるというイメージを持つ児童に対して「作図して求められるかな？」などの声をかけることによって、「つり下げられる点」の求め方を考えさせる
展開	<p>○L字型図形①の「つり下げられる点」を見つめることができる</p> <p>○作図によってL字型図形①の「つり下げられる点」を見つめることができる</p> <p>○「つり下げられる点」はどのような場所に存在するのか、またどのような作図によって見つけられるかということを考えることができる</p>	<p>3.他の図形についても成り立っているか否かを調べる</p> <div style="text-align: center;">  <p><L字型図形①></p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>(性質)</p> <p>図形の「つり下げられる点」はその図形を構成する2つの図形にあるそれぞれの「つり下げられる点」同士を結んだ線分の真ん中の点にある。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・まずは実際に糸でつり下げられることによって「つり下げられる点」が存在することを確認させるとともに、「つり下げられる点」の位置のイメージを持たせる
まとめ	<p>○図形内に「つり下げられる点」がない図形が存在することを理解することができる</p>	<p>4. 図形内に「つり下げられる点」がないL字型図形の存在を知る</p> <div style="text-align: center;">  <p><L字型図形②></p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・作図によってL字型図形「つり下げられる点」を求められることができた児童に対しては、L字型図形②を提示して、「つり下げられる点」を求めさせる

5. 子どもたちの活動の様子

下記は授業内で使用した学習プリントである

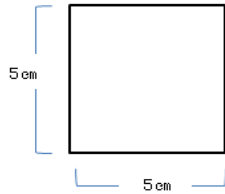
つり下げられる点を見つけよう!

No.1

年 氏名 _____

1. 正方形

(1)正方形をつくろう



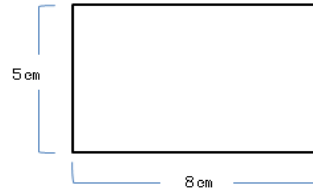
(2)つり下げられる点を見つけよう

(3)どんな場所につり下げられる点があったかな?



2. 長方形

(1)長方形をつくろう



(2)つり下げられる点を見つけよう

(3)どんな場所につり下げられる点があったかな?



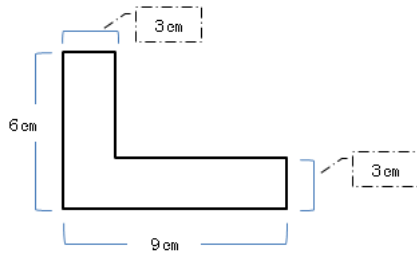
つり下げられる点を見つけよう!

No.2

年 氏名 _____

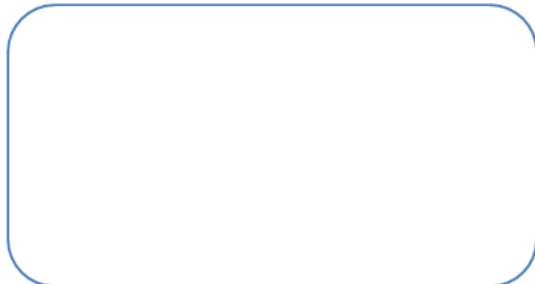
3. L字型図形①

(1)L字型図形①をつくろう



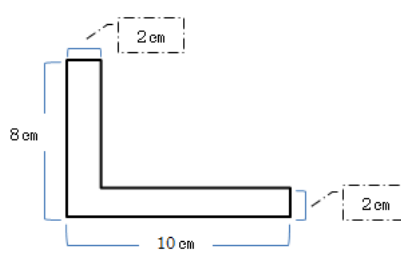
(2)つり下げられる点を見つけよう

(3)どんな場所につり下げられる点があったかな?



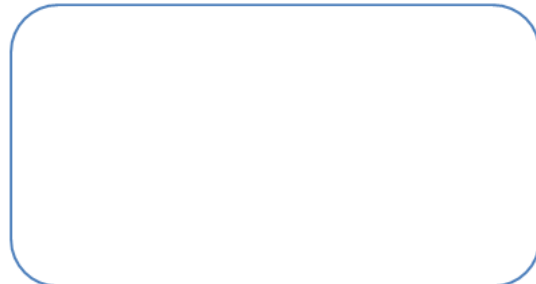
4. L字型図形②

(1)L字型図形②をつくろう



(2)つり下げられる点を見つけよう

(3)どんな場所につり下げられる点があったかな?



授業の導入で、本時取り扱う「重心」についての説明を行った。図形をたこ糸でつり下げた場合を実際に見せることで、「つり下げられる」という状態がどのような場面であるかということを示した。ここで、「つり下げられる点」が「図形を水平に(傾かずに)1点でつり下げられる点」であることを説明した。水平に(傾かずに)という状況をきちんと理解してもらうために、どのような状態であるのかということも示した。次に3～4人を1グループとし、グループごとに図形の重心を見つける活動に入った。

(1)正方形

まず、学習プリントに添って一辺が5cmの正方形を画用紙に作図して、はさみで切り取る。この際、コンパスを用いた90°の作図は未習の内容であるため、直角は分度器を使って角度を測って作図する。作成した正方形セロハンテープでたこ糸を固定し、実際に画用紙をつり下げってみることで、つり下げられているか否かを見る。この際、軽量の画用紙上にたこ糸をまっすぐ固定することが予想以上に難しく、テープの重みも考慮しながら、工夫してたこ糸を固定していた。画用紙で作成した正方形を実際につり下げってみることで、「つり下げられる点」を予想し、その点がどのような点であるのかということを作図によって確かめた。この際、対角線の交点「つり下げられる点」であると考えた子もいれば、正方形を縦に半分にする直線と横に半分にする直線との交点「つり下げられる点」であると考えた子、さらには、面積に着目し、正方形の面積を2等分する2直線の交点「つり下げられる点」であることに気付く子もいた。

(2)長方形

「(1)正方形」における「つり下げられる点」を見付けることができた子から順に長方形における「つり下げられる点」を「(1)正方形」の時と同様な手順で求めていった。「つり下げられる点」の求め方についても正方形と同じように見つけていた。

(3)L字型図形①

授業の後半から全グループ一斉にL字型図形①の「つり下げられる点」を求める活動に入った。授業前半の「(1)正方形」「(2)長方形」と同様に、学習プリント従ってL字型図形①を画用紙に作図し、切り取り、セロハンテープでたこ糸を固定し、実際につり下げってみる活動を通して、「つり下げられる点」を見付けていった。正方形や長方形に比べて「つり下げられる点」の予想を立てることが難しかった様子で、子ども達は何度も何度もたこ糸を固定する場所を変え、少しずつ位置をずらして調整しながら「つり下げられる点」を求めていった。次に、L字型図形①を実際にたこ糸でつり下げることで見つけた「つり下げられる点」を作図で求める活動に入った。どう作図していったら良いのか、という点で困っている子どもがほとんどであったが、グループにいる補助員の「さっきはどうやって点を見つけたの？」や「L字型図形は長方形のように考えられないのかな？」といった声かけにより、長方形に分けて考えることが出来ていた。L字型図形を2つの長方形に分けることができた子ども達は、スムーズに2つの長方形それぞれの「つり下げられる点」を見つけ、2つの「つり下げられる点」と、実際につり下げってみることで見つけた「つり下げられる点」をよく見比べていた。これらの考察から、L字型図形①を2つの長方形に分けてそれぞれについて求めた「つり下げられる点」同士を結んだ線分の中点と、実際につり下げる活動を通して見つけた「つり下げられる点」が一致することを発見した。「つり下げられる点」を見付けられたことに喜ぶ子どもが多く、作図によって見付けることができた点にもう一度、たこ糸を固定して図形をつり下げている子どもの姿もあった。

(4)L字型図形②

「(3)L字型図形①」の内容を生かし、ほとんどの子どもが手際よく作業を進めていった。「つり下げられる点」を見付けるためにたこ糸を固定する

位置を変えたり、テープの重さによるバランスを気にしたりしながら、試行錯誤していた。何度か位置を変えてL字型図形②をつり下げてもううまくつり下げることができないことから、「(3) L字型図形①」で行った作図をL字型図形②で行う子どもが現れ始めた。L字型図形②における作図の結果、図形の外部に「つり下げられる点」ができることから、つり下げることができないと考える子どもが増えた。中にはセロハンテープを図形外部にも伸ばして張り、たこ糸を固定してつり下げることによって「つり下げられる点」が図形の外部に存在することを見せてくれる子どももいた。

授業の最後に、全体交流の場を設けて、どのように「つり下げられる点」を見つけたかということを発表してもらった。そして、L字型図形②は「つり下げられる点」が図形の内部には存在しないことを確認した。そして、L字型図形の「つり下げられる点」の正しい求め方として、どんなL字型図形でも「つり下げられる点」を見つけられるようになるためには、面積に関する中学校第3学年で学習する内容が必要になることを補足で説明した。

6. 授業のまとめと今後の課題

2時間という限られた時間、また、取り扱う内容の基盤となっているのが中学校第3学年から高等学校数学の内容ということもあり、難易度の高い授業であったにも関わらず、進んで作業に取り組む姿、活動を楽しむ子どもの姿が多く見られた点は本当に良かったと感じている。ただ、今回の画用紙で作成した図形にセロハンテープでたこ糸を固定し図形をつり下げるといった活動には改善が必要であったと考える。画用紙の軽量さに対して、セロハンテープとたこ糸の重量が影響しすぎてしまった点において、子どもにとっては作業が難しかった。また、たこ糸をセロハンテープで固定す

ることに関しても、画用紙に対して垂直に固定することに苦戦していた子どもが多くいたため、もう少し考慮する必要があった。

授業全体を通して、子どもの作業時間は長かったため、図形をじっと眺め、考えることができたのではないと思う。加えて、実際につり下げたみて「つり下げられる点」を予想するという手順も、目で見て「つり下げられる点」を見つけることができたこと、つり下げられている状態をより具体的に考えられたことは良かったと感じている。

L字型図形の「つり下げられる点」の求め方について、イメージをもっとしっかりもたせられるような説明ができれば良かったと思う。その点をどう伝えていくかということ、さらには、今回扱った「重心」に関する教材をもっと既習の内容に結び付け、子ども達の今後の算数・数学に生かせるような内容にすることで子どもたちの算数・数学に対する興味・関心を引き立てられる教材に改善していくことが今後の課題である。

7. 終わりに

授業内容については、難易度の高いものとなったが、実際に図形を扱っていく活動を通して、子どもたちが算数・数学に対する興味を持ってくれれば幸いである。

引用・参考文献

- [1] 文部省, 平成20年8月, 小学校学習指導要領解説 - 算数編-, 東洋館出版社
- [2] 文部省, 平成21年12月, 高等学校学習指導要領解説 - 数学編 理数編-, 東洋館出版社
- [3] 数学A, 平成24年1月, 坪井 俊 ほか13名, 数研出版社
- [4] 新版, 中学校数学3, 相馬 一彦 ほか17名, 数研出版社