

ゲーム理論を取り入れた高校生用教材の実践

難波悟志¹, 石渡哲哉²

現在, 数学嫌いの生徒が増えてきている。その原因の1つとして, 生徒が数学の有用性を実感していないことが挙げられる。そこで, 数学の有用性を実感させ, 興味をもたせることをねらいとする実践を行った。教材は, ゲーム理論である。なぜなら, ゲーム理論の学習場面において, 行動の選択を分析する場合があるからである。行動の選択は, 普段, 誰もがやっていることなので, 身近で興味をもたせるのに適していると判断した。以下で, この実践について報告する。

<キーワード> ゲーム理論, 均衡点, 有用性

1. 研究の目的・意図

ここ数年, 教育現場で数学嫌いの子どもが多くなってきているという話をよく耳にする。実際, 数学嫌いの生徒が増えているという報告もなされている(国立教育研究所[1])。数学嫌いの原因はいろいろ考えられるが, その1つとして, 生徒が数学の有用性をあまり感じていないことが挙げられる。そこで, 数学の有用性を実感させ, 数学に興味をもたせることに重点を置いた教材開発をし実践することにした。今回の実践では, ゲーム理論を取り入れた教材を開発した。ゲーム理論を教材化した理由は大きく分けて2つある。その理由を述べる前に, まず, ゲーム理論がどのようなものであるかを簡単に紹介する([2])。

ゲーム理論は, 社会におけるさまざまな意思決定の状況をゲーム的状况として捉え, そのゲーム的状况を数理的に厳密な方法を用いて分析する理論のことである。意思決定の主体としては, 人間・企業・組織などがあげられる。このような意思決定の主体をゲーム理論ではプレイヤーと呼ぶ。ゲーム理論は, プレイヤー全員が合理的な行動(ここで, 合理的な行動とは, プレイヤーの目的をできる限り

実現するように行動することである)をする前提として, その合理的な行動の結果がどのようなになるかを追究していく学問である。このゲーム理論の応用分野としては, 経済学, 政治学, 社会学, 哲学, 心理学, 生物学, 工学などがある。

ゲーム理論を教材化した理由は, ゲーム理論が上で述べたような特徴をもつからである。すなわち, 1つ目の理由は, ゲーム理論が合理的な行動から結果を数学的に追究する学問なので, 行動を論理的に分析できる側面があるからである。行動の選択というのは, 普段誰もが経験していることである。この点で, ゲーム理論はとても身近で親しみやすいだけでなく, 具体的な場面で自分だったらどのように行動するかを考え, その結果がどのようなになるかが論理的にわかるので, 子どもは興味を持ちやすいと考えられる。2つ目の理由は, ゲーム理論にはさまざまな応用分野があることである。このことから, 数学と他の分野の関わりを感じやすいと言える。数学と他の分野の関わりを感じることは, 数学の有用性を感じるきっかけになるので, このことから生徒が興味をもちやすいと考えられる。

¹岐阜大学大学院教育学研究科

²岐阜大学教育学部

以上のことから、この実践では、ゲーム理論を取り入れた教材を扱うことにした。

2. 教材について

ここでは、教材のねらいを述べた後、今回扱う問題および授業の流れを説明する。

2.1. 教材のねらい

教材のねらいは以下の2点である。

1. 数学を使い均衡点を求め、均衡点が具体的な場面で行動を決定する根拠になることを知ることで、数学の有用性を実感し、興味をもつ。

本教材では、ゲーム理論の中で得に重要である均衡点を扱っている。今回扱う問題では、均衡点が行動を決定する根拠になっている。その均衡点を数学的な考え方を使って求める過程を通して、数学の有用性を実感することができる。なお、均衡点については、2.2節で記述する。

2. ゲーム理論を通して、数学と経済との関わりを感じることができる。

2.2節で述べるが、本教材では、新規参入の問題を扱っている。新規参入の問題を数学を使って解くことにより、数学と経済との関わりを感じることができ、数学の有用性の実感につながると考える。

2.2. 各問題の解答および考え方

問題 1. あなたはある企業 A の社長です。今、企業 A はハンバーガー業界に新規参入するか迷っています。ハンバーガー業界にはすでにハンバーガーショップ M が存在しています。企業 A が参入した場合の企業 A と M の価格による年収は以下の表のようになっています。確実に利益が出せると判断したら新規参入をしてください。あなたは、ハンバーガー業界に参入しますか？それとも参入しませんか？

	M		
A		210 円	80 円
	210 円	A:1000 万円 M:-1000 万円	A:-3000 万円 M:3000 万円
	120 円	A:4000 万円 M:-4000 万円	A:-2000 万円 M:2000 万円

問題 1 の考え方および解答

解答 1. 表から場合分けして考える。

企業 A の立場に立って考えてみる。

(1) A の 210 円と 120 円の戦略の比較

(i) M が 210 円の戦略の場合

① A は、210 円の戦略だと年収 1000 万円

② A は、120 円の戦略だと年収 4000 万円

よって (i) の場合、A は 120 円の戦略の方が有利となる。

(ii) M が 80 円の戦略の場合

③ A は 210 円の戦略だと年収 -3000 万円

④ A は 120 円の戦略だと年収 -2000 万円

よって (ii) の場合、A は 120 円の戦略の方が有利となる。

したがって、(i)(ii) より、A は 120 円の戦略を選ぶ方が有利となる。

ここで、M がどちらの戦略を選ぶかを考える。

(2) M の 210 円と 80 円の戦略の比較

(i) A が 210 円の戦略の場合

① M は、210 円の戦略だと年収 -1000 万円

② M は、80 円の戦略だと年収 3000 万円

よって、(i) の場合、M は 80 円の戦略の方が有利となる。

(ii) A が 120 円の戦略の場合

③ M は 210 円の戦略だと年収 -4000 万円

④ M は 80 円の戦略だと年収 2000 万円

よって、(ii) の場合、M は 80 円の戦略の方が有利となる。

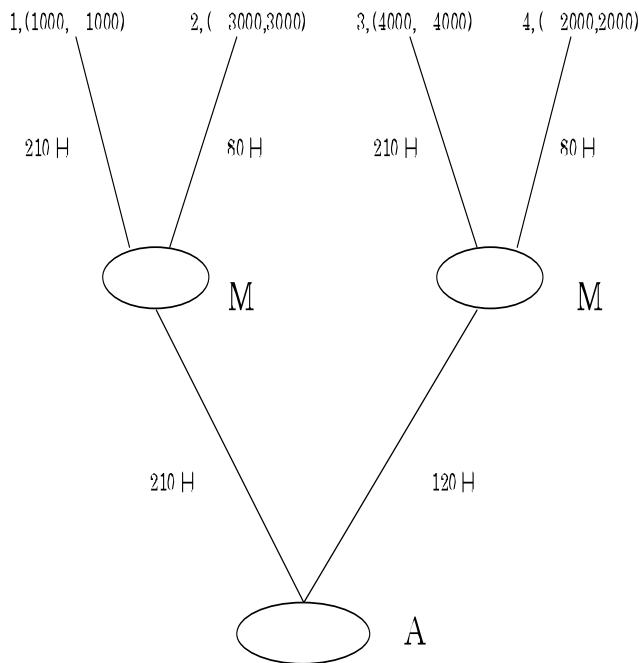
したがって、(i)(ii) より、M は 80 円の戦略の方が有利となる。

(1)(2) より、A は 120 円の戦略、M は 80 円の戦略を選ぶことになる。このようにして求め

た,120 円の戦略と 80 円の戦略の組み合わせを均衡点という。すなわち,均衡点とは「お互いの選んだ戦略が,相手の選んだ戦略に対して,最高の戦略になっているときの,選んだ戦略の組み合わせ」である。この場合,均衡点から,A の年収が -2000 万円,M の年収が 2000 万円に確定するため,A は新規参入すべきでないと決められる。このように,均衡点が問題解決の根拠になっている。

解答 2. 樹形図を使って考える。

問題 1 の表を下のような樹形図に表すことができる。



樹形図の見方

上の図の 1~4 の () の中の数字は,左側の数字が A の年収,右側の数字が M の年収(単位は共に万円)を表している。また,それぞれの分岐点の右にある文字は,その分岐点で戦略の選択を行う企業を表している。すなわち,右の文字が A だったら,企業 A が戦略の選択を行い,文字が M だったら,ハンバーガーショップ M が戦略の選択を行う。

樹形図を使っでの考え方

それぞれの分岐点で企業がどちらの戦略を

選択するのかを見ていく。

(i)M の 2 つの分岐点のうち左にある分岐点について考える。

M の年収は () の右側の数字なので,それを比べればよい。この分岐点で左にいくと (210 円の戦略を選ぶと) 年収 -1000 万円,右にいくと (80 円の戦略を選ぶと) 年収 3000 万円なので,明らかに右にいく (80 円の戦略を選ぶ)。よって,この分岐点まできたら,頂点 2 に到達することになる。

(ii)M の 2 つの分岐点のうち右にある分岐点について考える。

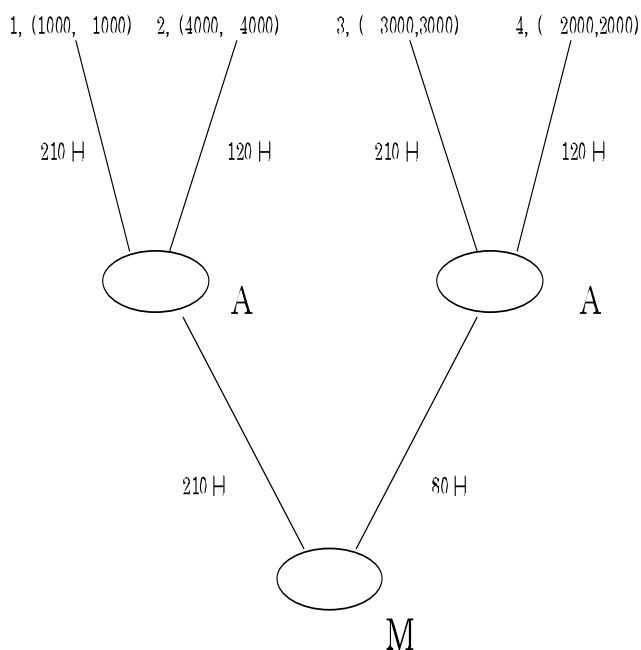
この分岐点では,左に行くと (210 円の戦略を選ぶと) 年収 -4000 万円,右に行くと (80 円の戦略を選ぶと) 年収 2000 万円なので,明らかに右にいく (80 円の戦略を選ぶ)。よって,この分岐点まできたら,頂点 4 に到達することになる。

(iii)A の分岐点について考える。

この分岐点では,左にいくと (210 円の戦略を選ぶと),(i) より,頂点 2 に到達する。また,右にいくと (120 円の戦略を選ぶと),(ii) より,頂点 4 に到達する。A の年収は () の左側の数字なので,頂点 2 と頂点 4 の左側の数字を比べればよい。A の年収は,頂点 2 だと -3000 万円,頂点 4 だと -2000 万円なので,頂点 4 の方がよい。よって,この分岐点で A は右にいき (120 円の戦略を選び),頂点 4 に到達する。

(i)(ii)(iii) より,企業 A は 120 円の戦略,ハンバーガーショップ M は 80 円の戦略を選ぶことが確定し (120 円の戦略と 80 円の戦略の組み合わせが均衡点になり),頂点 4 に到達することになる。したがって,頂点 4 の A の年収はマイナスなので,新規参入すべきでないという結論になる。

また,問題 1 の表は下のような樹形図にも表すことができる。



この分岐点で M は右にいき (80 円の戦略を選び), 頂点 4 に到達することになる。

(i)(ii)(iii) より, 企業 A は 120 円の戦略, ハンバーガーショップ M は 80 円の戦略を選ぶことが確定し (120 円の戦略と 80 円の戦略の組み合わせが均衡点になり), 頂点 4 に到達することになる。したがって, 頂点 4 の A の年収はマイナスなので, 新規参入すべきでないという結論になる。

このように, どちらの樹形図でも, 120 円の戦略と 80 円の戦略の組み合わせが均衡点になり, 新規参入すべきでないという結論になる。

この樹形図も同様に考える。

(i) A の 2 つの分岐点のうち左にある分岐点について考える。

A の年収は () の左側の数字なので, この分岐点で左にいくと (210 円の戦略を選ぶと) 1000 万円, 右にいくと (120 円の戦略を選ぶと) 4000 万円である。よって, A は右にいく (120 円の戦略を選ぶ)。したがって, この分岐点まできたら, 頂点 2 に到達する。

(ii) A の 2 つの分岐点のうち右にある分岐点について考える。

この分岐点で左にいくと (210 円の戦略を選ぶと) 年収 -3000 万円, 右にいくと (120 円の戦略を選ぶと) 年収 -2000 万円なので, A は右にいく (120 円の戦略を選ぶ)。よって, この分岐点まできたら, 頂点 4 に到達する。

(iii) M の分岐点について考える。

この分岐点では, 左にいくと (210 円の戦略を選ぶと), (i) より, 頂点 2 に到達し, 右にいくと (80 円の戦略を選ぶと), (ii) より, 頂点 4 に到達する。M の年収は () の右側の数字であることに注意して, 頂点 2 と頂点 4 を比べる。頂点 2 だと年収 -4000 万円, 頂点 4 だと年収 2000 万円なので, 頂点 4 の方がよい。よって,

問題 2. 企業 A の社長は, 新たに薬局業界に目を向けました。薬局業界にはすでに薬局 B が存在しています。企業 A が薬局業界に参入した場合の企業 A と薬局 B の作戦による利益は以下のようになっています。確実に利益が出せると判断したら新規参入をしてください。あなたが企業 A の社長なら薬局業界に参入しますか？

A \ B		B		
		高級品	普通の商品	安い商品
高級品	高級品	A:-1000 万円 B:1000 万円	A:-4000 万円 M:4000 万円	A:0 円 B:0 円
	普通の商品	A:3000 万円 B:-3000 万円	A:1000 万円 B:-1000 万円	A:2000 万円 B:-2000 万円
安い商品	高級品	A:4000 万円 B:-4000 万円	A:-2000 万円 B:2000 万円	A:-3000 万円 B:3000 万円
	普通の商品			

問題 2 の考え方および解答

問題 1 と同様に樹形図の考え方を使うと, 普通の商品の戦略の普通の商品の戦略の組み合わせが均衡点となり, 企業 A の年収は 1000 万円なので, 新規参入するということが答えとなる。

問題 3. 企業 A の社長は新たに豚丼の業界に目を向けました。豚丼屋業界にはすでに豚丼屋 C が存在しています。企業 A が参入した場合の企業 A と豚丼屋 C の価格による利益は以下のとおりです。確実に利益が出せると判断したら新規参入をしてください。あなたが,

企業Aの社長なら参入しますか？

A \ C	320 円	270 円
320 円	A:2000 万円 C:2000 万円	A:-3000 万円 C:4000 万円
270 円	A:4000 万円 C:-3000 万円	A:-2000 万円 C:-2000 万円

問題3の考え方および解答

問題1・2と同様に樹形図の考え方を使うと均衡点は270円の戦略と270円の戦略の組み合わせになり、2つの企業の利益が共に-2000万円で確定する。この場合年収がマイナスだからといって、すぐに参入しないという結論は出せない。なぜなら、例えば270円で参入することを決めれば、豚井屋Cとしては-3000万円になってしまい、まだマイナスの少ない値下げの作戦を取るだろう。そうすると企業Aの年収は-2000万円になってしまう。このように、どちらかが270円の作戦を取ると、お互いに損をしてしまう。このような理由から、相手が270円を取らないであろうと予測し、320円で参入すると、相手は270円にしてくるかもしれない。つまり、320円の作戦を取ってくれる保証はないのである。このようにお互いが最高の作戦（見た目には、どう考えても270円のほうが有利）を考えながら出た結論なのに、両方とも損をする結果になるという奇妙なことが起こってしまうことがある。このような困った状態を囚人のジレンマ ([2]) という。このように、問題3は複雑で、新規参入するかしないかを決める前に、まず、320円か270円の戦略のどちらにするかも迷ってしまうことが予想される。そこで、まずどちらの戦略にするかを決めてもらうために、問題3の補助として次の問題を提示する。

問題3'。囚人AとBが逮捕されました。彼らはある犯罪の共犯者だと疑われています。今2人は拘置されていますが、別々の部屋に入れられているため、検事の取調べに対してどんな反応を示すかわかりません。もちろん

2人で話し合いもできません。検事が2人に示した条件は以下の通りです。

- (1) 2人とも黙秘すれば、懲役1年ずつである。
- (2) 2人とも自白すれば、懲役5年ずつである。
- (3) 1人が自白し、1人が黙秘すれば、自白した者は釈放、黙秘した者は懲役10年である。

これを以下の表にしました。表の数字は刑期なので、もちろん短いほうがいいです。あなたがA黙秘と自白どちらをえらびますか？

A \ B	黙秘	自白
黙秘	A:1 年 B:1 年	A:10 年 B:0 年
自白	A:0 年 B:10 年	A:5 年 B:5 年

この問題は、問題3と同じ状況を表している、問題3の320円の戦略が黙秘、270円が自白にそれぞれ対応している。この問題のねらいは、次の2つである。

- (1) 黙秘か自白のどちらにするか決めること(320円か270円のどちらかに決めること)。
- (2) 問題3で新規参入するかしないかを決めるときに、何が難しいのかという本質を実感すること。

(2)については、問題3で新規参入するとしても、320円と270円の戦略のどちらにしたらよいのかわからないので、困った状態になっていることを実感させたい。実は、問題3'の囚人のジレンマという問題は、数学的にはっきりした解答がなく、一概に、自白か、黙秘かを決められないのである。

ここで問題3の解答に戻ると、問題3の本質である囚人のジレンマがはっきりとわかっていないので、新規参入するかしないかうまく決められないということになりそうだが、問題3では、確実に利益が出ると判断したら新規参入してくださいという問題になっている

ので、この問題の場合、新規参入しないことが答えになる。

2.3. 各問題のねらい

ここでは、各問題のねらいを述べる。

問題1のねらい

問題1のねらいは、以下の2点である。

(1) 均衡点の意味を理解し、均衡点が新規参入するかしないかを定める根拠になることを理解する。

(2) 樹形図を使った均衡点の導き方をしっかりと理解する。

(1) については、とくに均衡点が新規参入を決める際の根拠になることを理解することが重要になる。もちろん、均衡点の意味を理解することが前提なのだが、新規参入するかしないかを定める問題なので、ゲーム理論には均衡点というものがあるということではなく、問題を解決するために均衡点を求めていることを実感させたい。

(2) については、樹形図による均衡点の求め方を理解すれば、この問題以降、生徒が自分の力で新規参入するかしないかを定めることができるので、丁寧に指導する。

問題2のねらい

問題2のねらいは、3行3列の行列の表のような少し複雑な場合でも、樹形図の考え方を使って自分の力で均衡点を見つけ、均衡点の問題解決の根拠になることを実感することである。

問題3のねらい

問題3のねらいは、次の2つである。

(1) ゲーム理論の代表的なトピックスである囚人のジレンマを知ること。

(2) 均衡点を求め、自分なりの結論を出すこと。

2.4. 授業の展開

ここでは、授業の展開について述べる。以下では、(1)～(9)は教師が行うこと、課題は子どもが行うことを表している。

(1) 問題1を提示する。

(2) 120円の戦略と210円の戦略の組み合わせの例を用いて、表の見方を説明する。

課題1. 問題1で新規参入するかしないかを定める。

(3) 120円の戦略と80円の組み合わせに落ち着き、参入しないことを指導する。さらに、この組み合わせが均衡点であることを説明する。

(4) 樹形図を使った均衡点の導き方を紹介する。

留意点1. 樹形図を使った均衡点の導き方は、この後、問題2,3でも使っていくので丁寧に指導する。

(5) 問題2を提示する。

課題2. 樹形図の考え方をを使い新規参入するかしないかを定める。

(6) 普通の商品の戦略と普通の商品の戦略の組み合わせが均衡点になり、参入することを押さえる。

留意点2. 樹形図を使った均衡点の導き方を理解しているか確認するために、何人かの生徒に、ホワイトボードで解答させる。

(7) 問題3を提示する。

課題3. 樹形図の考え方をを使い新規参入するかしないかを定める。

(8) 考える時間をとり、問題3は複雑であるこ

とを説明し、その補助として問題3'を提示する。

課題3' 自白するか黙秘するかを決める。

(9) この問題は囚人のジレンマと呼ばれ、数学的にはっきりとした答えがなく、自白か黙秘のどちらが有利かは一概に言えないことを説明する。したがって、新規参入するかしないかを決めることができなさそうであるが、この問題では、確実に利益が出せると判断したら新規参入することになっているので、この問題の答えとしては、新規参入しないことになることを説明する。

3. 実際の子どもの姿

問題1に対しては、全員が「参入しない」という答えにたどり着いた。しかし、何人かは、必ず「120円・80円」の組み合わせになるから参入しないというようにはっきりと理由を答えられなかった。「なんとなく損をしそうだから」という理由で選んでいたようだった。樹形図の考え方を説明した後は、多くの子どもが、必ず「120円・80円」の組み合わせになることを理解し、納得していた。

問題2に対しては、問題1の樹形図の考え方をを使って、すぐに「参入すべき」という結論をだした子どももいれば、「普通の商品」の作戦を選ぶと必ず得をするので参入したほうが良いという子どももいた。

問題3に対しては、多くの子どもがそれぞれいろいろな結論を出していた。樹形図の考え方を使うと、「270円・270円」の組み合わせになり、お互いに損をするので参入しないと考える子どももいれば、「270円・270円」の組み合わせをだとお互いに損をするので、320円を選ぶはずだという理由で参入したほうが良いと考える子どももいた。また、お互い「320円・320円」の組み合わせになるように交渉するという子どももいた（もちろんこれは問

題の設定上認めてはいない）。さらには、どうなるかわからないので参入するかしないかうまく決められないという子どももいた。そこで、この問題をより深く考えるために、もし参入しなくてはいけない状況だったらどちらを選ぶかという問題を本当の「囚人のジレンマ」の問題に置き換えた。その結果、ほとんどの子どもが自白（問題3でいうと270円）を選んだ。しかし、現実の社会の商売では320円の作戦が選ばれている事実を伝えたと、とても驚いたり、興味深そうに話を聞いていた。

4. 考察および今後の課題

この授業の直後にとったアンケートの結果、ゲーム理論に興味を大変もった子どもが約8割、興味をもった子どもが約1割だった。また、感想に「数学を使って自分に有利になるように行動できることがわかった。」や「数学を使って、身近な問題を解くことができた」などがあり、ねらい1は、かなり達成できたと考えられる。また、ねらい2についても、ゲーム理論によって経済と数学の関わりを大変感じた子どもが約8割、感じた子どもが約1割いたことから、かなり達成できたと考える。

以上のことから、1番のねらいであった、「数学の有用性を実感させ興味をもたせる」はかなり達成できたと考えられる。このような結果の要因として、樹形図の考え方を導入したことで、一人一人がしっかりと自分の考えをもって問題に取り組めたことや、均衡点が問題解決（行動決定）の根拠になることを実感させることができたことが考えられる。また、実際の経済でありえるような問題を選んだことも要因であると考えている。

しかし、課題も残った。まず、樹形図による均衡点の求め方の導入の仕方である。表から新規参入の問題を考えて結論を出した後に、いきなり教師側から説明をしたのでつながりなかった。また、中・高校生にとって身近な問題の選択も課題である。実践当時は、新規参入

がニュースなどで話題になっていたために、生徒にとって身近であったと考えられる。このように生徒の興味をひく問題を常に探していく必要がある。

今回の実践で、ゲーム理論の教材は、生徒に数学に興味をもたせるものとして大きな可能性を秘めていると感じることができた。今後、

この実践を生かし、よりよい教材を開発していきたい。

参考文献

- [1] 国立教育研究所,1997, 中学校の数学教育・理科教育の国際比較, 東洋出版社 .
- [2] 岡田章,1996, ゲーム理論, 有斐閣 .