岐阜数学教育研究
2004, Vol.3, 103-114

「面積の２等分」を素材とした教材開発 ～系統性の体感～

岩島慶尚[1]，石渡哲哉[2]

本論文は,「面積の２等分」を素材とした高校生対象の授業実践についての報告である。はじめに,「面積の２等分」の教材の数学的背景について述べる。次に，その教材を実践した際の結果を子どもの活動を中心に考察した。さらにその考察を活かし教材を改善し実践を行った結果について論ずる。

＜キーワード＞　系統性，面積，中間値の定理，平行移動，証明，論理的思考

1．はじめに

現在，数学離れ，学習指導要領の改訂に伴い，高等学校における数学学習内容の見直しが始まっている。そこで，面積を素材とし，数学の系統性を実感できる授業を開発し実践したいと考えた。その理由は，数学のよさの１つである系統性をあまり理解することなく生徒が学習を進めているように感じたからである。また，実践する場が通常の授業ではなく後述するように比較的長い時間からなるものだったので，数学の積み重ねを実感できる授業を構成できると考えたのも，系統性を取り上げた理由の１つである。

本報告書は，スーパーサイエンスハイスクール（以下 SSH と表記する）で行った実践と，その考察をもとに教材を改善し行った高校数学セミナーでの実践をまとめたものである。SSH は平成 16 年８月２日，４日の第２日目の２時間を使い，高等学校１年生 36 人を対象として，岐阜大学構内で行なった。また，高校数学セミナーは，平成 16 年 10 月 23 日，24 日の第１日目の１時間 30 分を使い，中学３年生４人，高等学校１年生７人，高校２年生３人を対象として，岐阜駅構内ハートフルスクエアで行った。

2．教材設定の理由

本実践では，中間値の定理を応用して問題解決を行う。文献 [1]，[2] にあるように現状では，この定理は高校の数学 III で簡単にしか扱わない。しかし，後述するように２次方程式の解の存在の保証などで無意識のうちに利用しており，厳密に数学を扱うためには重要な定理である。また，山登りなど身近なことを例にして定理の意味を説明することができ，感覚的に理解がしやすい。また，小学校から三角形や円などの図形に対する面積を求める公式は学習するが一般の図形に対する面積[3]については学習しない。以上の理由から，中間値の定理を用いて与えられた図形の面積を２等分する直線が引けることを題材とした。

本実践において最も大事にしたいことは，感覚的に当たり前の定理をもとに，これまで扱ったことのない一般の図形の面積を２等分することの証明を通して，定理を利用することの重要性を実感することである。最初は座標軸に平行な直線を扱う。さらに同様の議論で座標軸と任意の角度をなす直線によって，面積が２等分できることを示す。そのことから直線を連続的に回転できることが保証され，中間値の定理を利用することで面積と周の長

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部
[3]一般の図形の面積については文献 [3],[4] に詳しく記載されている。

さを同時に2等分する直線が引けることを示す。より発展的内容として離れた2つの図形の面積を同時に2等分する直線が引けることなどを示すことができる。以上のように与えられた定理を基に新たな事項を証明する過程を通して数学の系統性を実感し，その良さを感じることができると考えた。

3. 教材開発

文献 [4] を参考に一般の図形の面積と周を同時に2等分する直線が引けることの証明を次の図形 S をもとに考察する。ただし，この図形の面積は確定しているものとし，その面積を M とする。まず，面積を2等分する水平な直線が引けることを示す。さらに，面積を2等分する直線が全ての角度で引けることを利用して面積と周の長さを同時に2等分する直線が引けることの証明をする。

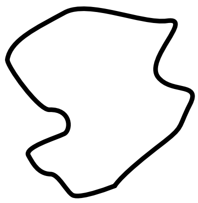


図1

(1) 任意の角度の面積を2等分する直線を引くことができる証明について

図1に水平な直線を引き，図形 S の直線の下の部分を $\underline{S}$，上の部分の面積を $\overline{S}$ とする。はじめに，図形 S の下に水平に直線を引く。このとき $\underline{S}$ の面積は0，$\overline{S}$ の面積は M となる。その直線を上に平行に動かすと，$\underline{S}$ の面積は連続的に増加する。最終的に $\underline{S}$ の面積が M，$\overline{S}$ の面積が0となる。このことから，$\underline{S}$ の面積は，0から M へ連続的に増加する関数とみなすことができる。よって中間値の定理から「$M/2$ となる直線を引くことができる」ことがいえる。また，別の方法として，$\overline{S}$ の面積から $\underline{S}$ の面積を引いた値を考える。この値は連続に変化するので，中間値の定理を利用して「面積の差が0になること」も示すことができる。

さらに，同様の議論で水平直線となす角度が任意な直線でも図形 S の面積を2等分できることが示される。なぜなら，適当な回転によって先ほどの議論に帰着できるからである。また，一番下側から直線を上に平行移動させたとき，図形 S の面積は狭義単調増加な連続関数になっているので，面積を2等分する直線は1つの角度に対して一意に定まる。以上から任意の角度をもつ直線に対して面積を2等分する直線がただ1本引けることがわかる。

(2) 周と面積を同時に2等分する直線が引くことができる証明について (1) の証明から，任意の角度をもつ直線に平行で図形 S の面積を2等分する直線を引くことができた。そこで，適当に角度を決め図形 S の面積を2等分し，そのときの周の長さに着目する。このとき周の長さが2等分されていれば証明は完了する。周の長さが2等分されていないと仮定し，周の長いほうを $\bar{A}$，短いほうを $\bar{B}$ とすると $\bar{A}-\bar{B}>0$ である。全ての角度で図形 S の面積を2等分する直線が引けるので直線を回転させることができる。直線を半回転すると $\bar{A}-\bar{B}<0$ となる。ここで中間値の定理を使えば $\bar{A}-\bar{B}=0$ となる直線の角度があることを示すことができる。同様に，周の長さを半分にする直線が引けることを仮定し，面積に着目して回転させても示すことができる。ただし，この証明では，求めている直線がどこに引けるのか，また，何本あるのかは示していない。

(3) 中間値の定理の説明

中間値の定理が正しいことを山登りを例として説明する。

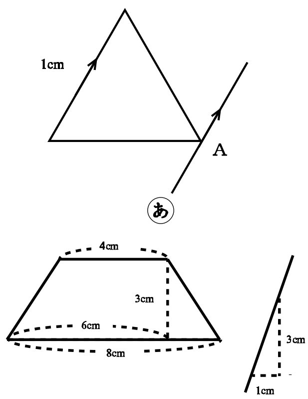
低いところ (高度 $1000m$ 以下) から高いところ (高度 $1000m$ 以上) まで山登りをする。「この山の高度 $1000m$ の地点を通過するだろうか？」ということを考える。この問いに対する答えは感覚的に「通過する」である。もし，

通らないとすると，空想的な世界にある行動をするしかなく，矛盾が生じる。このことは感覚的に当たり前である。その他の高度についても同様のことがいえる。ここで述べたような感覚的に当たり前のことを数学的に厳密に述べたものが中間値の定理である。

また，正の値と負の値をとる連続関数があったときその関数が，中間値の定理を利用することで 0 を通ることを示すことができる。このことは，高等学校の数学の中で知らないうちに利用している。たとえば,「二次関数が下に凸であるとき，頂点の y 座標が負であれば x 軸との交点，すなわち 2 次方程式の解を 2 つ持つ」ということの裏付けとなっている。このことは，水面を x 軸と考え，水面に向かって石を投げ入れたとき，その石の軌跡が必ず水面を通過するを考えることによって説明することができる。以上に述べたように興味を持ちやすい定理であると考える。

(4) 具体的な問題

面積 2 等分問題として具体的に次の 2 つを提示する。



(解答)（上図）三角形の面積は

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

となり半分の面積は $\sqrt{3}/8$ となる。また，直線で切られる部分の A からの距離を x とおくと直線で切られる三角形は元の正三角形と相似になるのでその面積は

$$\frac{1}{2} \times x \times \sqrt{\frac{3}{2}}x = \sqrt{\frac{3}{4}}x^2$$

となる。このことから $x = \sqrt{2}/2$ とすれば，A から $\sqrt{2}/2$ のところを通り直線㋐に平行な線を引けば良いことになる。

また別解として，面積比は線分比の二乗に比例することから，線分の長さを求めることもできる。

（下図）台形の面積は

$$\frac{1}{2} \times (4+8) \times 3 = 18$$

となりその半分の面積は 9 である。また直線㋑に平行となるように直線をずらしていったとき，右側にできる三角形の面積の最大は

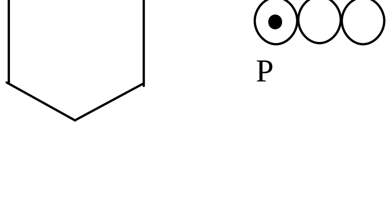
$$\frac{1}{2} \times (1+2) \times 3 = \frac{9}{2}$$

となる。よって，さらに平行移動してできる平行四辺形の面積が 9/2 となればいい。従って平行四辺形の底辺を x とおけば $3x = 9/2$ となり $x = 3/2$ となるので左端から $3+3/2 = 9/2$ のところに線を引けばいい。

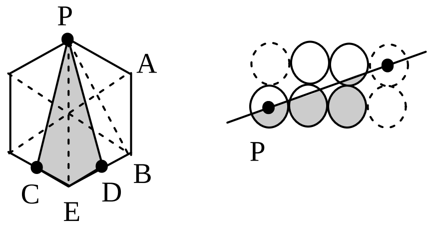
(5) 発展的な内容

(1), (2) と同様な議論により，2 つの離れた図形の面積を同時に 2 等分する直線が引けることや，2 本の直交する直線で図形の面積を 4 等分することの証明ができることを示すことができる。また，技巧的な問題として，次の面積等分問題もある。

左の図は，点 P を通り図形の面積を 3 等分する直線を引く問題を，右の図は点 P を通り 5 つの円の面積を 2 等分する直線を引く問題を表している。



この解答は以下の図のようになる。



正六角形は，点 P を対辺の中心 C, D と結べば面積が 3 等分される。図の破線で示した三角形の面積を 1 とすると三角形 PAB の面積は 1 であり，三角形 PBE の面積は 2 である。したがって（辺 BE の中点 D をとれば）3 等分されることがわかる。また，5 個の円を 2 等分するには，図の破線で示したように 3 個の円を追加し，両端の 2 つの円の中心を結ぶ直線を引けばあきらかに全面積を 2 等分する。

4. SSH における実践

4.1. ねらい

既知の事項をもととして，新しい定理を証明する過程の体験を通して，数学の系統性の良さや筋道立てて考えることのよさを実感することができる。

4.2. 授業展開

学習活動	ねらい	指導援助
［1時間目］ [問題] 図形の面積と周の長さをともに2等分する直線が引けるだろうか。 ・問題を簡単にするために「面積を２等分する直線が引けるか」を考える。 ・具体的な２等分問題を解く。 ・具体的な問題で，他の角度でも引けるのか考える。	・問題の意図を理解することができる。 ・具体的な数値の入った図形の面積を２等分する直線を引くことができる。	・問題を予め用意する。 ・机間指導の中で，解けた生徒に「違う角度でも２等分できる」と問いかけをする。
・山登りを例に問いかけながら中間値の定理を説明する。ただし，関数は連続であると仮定する。また，正の値と負の値をとる関数は０を通ることを示すことができることをおさえる。 全ての角度に対して面積を２等分する直線が引けるだろうか。	・中間値の定理を理解することができる。 ・課題を理解し問題に取り組める。	・たくさん線を引けるように資料を準備する。 ・中間値の定理を具体例をもとに分かりやすく説明し，理解できているかを確認する。
□個人追究 ・いろいろな角度の直線を引いてみる。 ・図形を直線に対して上下に分け，下側の面積は０にして平行移動させ最後に下側の面積が図形全体になる。ここで中間値の定理を利用して２等分する直線が引けることが証明できる。	・中間値の定理を利用して，全ての角度に対して面積を2等分する直線が引けることを説明できる。	・中間値の定理は存在することはいえるが，その位置を示しているわけではないことに留意する。
□自由交流 ・自分の意見を深める。 ・仲間と自由に意見を交わす。 ・仲間の意見を参考にさらに追究する。	・考えを深め，さらに筋道立てて説明するできる。	・交流しやすい環境を整える。 ・交流し考えを深めた姿を評価する。
□発表会 ・考えをまとめる。 ・中間発表として，面積の２等分問題を数人に発表してもらう。	・仲間の意見を聞き考えをより深めることができる。	・説明しやすいように大きな図を用意する。 ・発表者のよいところを見つけられるように促す。

学習活動	ねらい	指導援助
［2時間目］ [問題] 図形の面積と周の長さをともに2等分する直線が引けることを証明しよう。 ・1時間目に証明した定理などを利用して説明できないか考える。 ・面積を2等分する直線が引けるので，周の長さに着目する。	・問題の意図を理解することができる。 ・中間値の定理を利用すれば良いことがわかる。	・面積を2等分する直線を考えそれを回転させたらできそうだということをおさえる
中間値の定理を利用して，図形の面積と周の長さをともに2等分する直線が引けることを証明しよう。 □個人追究 ・面積を2等分する直線を引き，周の長さが長いほうの長さを A，短いほうの長さを B とする。 ・全ての角度で面積を2等分する直線が引けるので直線を回転する。 ・はじめは $A-B>0$ だったけど一（半）回転したら $A-B<0$ になった。 ・中間値の定理を使えば $A-B=0$ となる直線が引けることを示すことができる。	・中間値の定理や既知の事項を利用して周の長さの差に着目し図形の面積と周の長さを2等分する直線が引けることがわかる。 ・考えを的確に表現し，論理的に説明することができる。	・周の長さの差に着目するように助言する。 ・全ての角度で面積が2等分できるので，回転してもいいことに気づかせる。 ・回転していいことの正確な証明は背理法で証明できるが扱わない。
□発表 ・考えをまとめて発表する。	・考えをわかりやすく説明できる。	・発表した後，感想や気づいたことを発表させる。
□発展的な内容 ・この証明の発展として，2つの離れた図形の面積を同時に2等分する直線が引けることや，2本の直交する直線で4等分することを示すことができることを話す。 ・最後に中間値の定理がどのようなところで役立っているか2次方程式を例に説明する。 ・時間があったら，具体的な等分問題を解く。	・中間値の定理の重要性を実感することができる。 ・発展的な内容に興味，関心を持つことができる。 ・具体的な問題を解くことができる。	・さらに興味がもてるように中間値の定理を利用した話をする。 ・興味をより高められる発展的な2等分問題を用意する。

5. １回目の実践に対する考察

5.1. 授業の様子

１時間目

はじめに図１を提示し,「この図形の面積と周の長さを同時に２等分する直線が引けるだろうか」と質問したところ，すべての生徒ができないと予想したので，問題を簡単にして「面積を２等分する直線は引けるだろうか」と質問をするとほとんどの生徒ができると予想した。そこで，具体的な数値の入った面積が求められる図形を提示し，その図に面積を２等分する直線を引く活動を行った。

具体的な問題を解いた後，もう一度，図１を示しながら「この図形に対して面積を２等分する直線が引けるだろうか」と質問したところ，具体的な問題を解いたこともあり，すべての生徒ができると予想した。

その後，生徒が前の週に登山をしていたので，そのことを例に中間値の定理を説明した。身近なものを例にしたこともあり興味を持って説明を聞いていたが，関数を用いて説明すると未習の内容であり理解するのに時間がかかった。その後,「この定理を利用して，面積２等分問題を考えよう。」と問題を提示し生徒の追究の時間とした。

具体的な問題のときに値を求めることを重視したため，直線を平行移動させる考えは出ず，多くの生徒ができると予想は立てたがその理由を見つけられなかったが，TA の援助もあり，次第に直線を引き平行移動する姿も見られた。そのことを通して初めに直線を引くことで面積が２つに分けられ，直線を移動させることで，その値が変化することに気づき，面積の変化をグラフに表す生徒も現れた。

証明方法は，教材研究の中で述べたものが主であったが，次のような少し違った証明を考える生徒がいた。適当な位置に直線を引くことで，面積が大きい部分と小さい部分に分けられるので，直線を平行移動することでその関係が逆転する。この値に着目し中間値の定理を利用することで面積が等しくなる部分が存在すると証明した。

また，その直線は何本引けるのかの問いかけに対して「無数に引ける。」,「全ての角度で引ける」とし，その証明も同様にして示すことができた。その後，ある生徒が OHP を利用して実際に平行移動を行い丁寧に証明をした。そのことで，わからなかった生徒も理解することができた。時間の制約もあり，上の性質を満たす直線は平行線に対して１つしか引けないこと，そして，すべての角度に対して引けることを生徒に質問しながら簡単にまとめて１時間目を終えた。

２時間目

前の時間で行った活動を復習し，もう一度最初の質問をしたところ，多くの生徒は「面積と周の長さそれぞれならば２等分できることを示せるが，同時には示せない。」と答えた。ある生徒は面積を２等分する直線と周の長さを２等分する直線はどちらも無数に引けるので，必ず１つは一致するはずだと考えた。そのことを踏まえ，先の問題に対して個人追究の時間を設けた。

ある生徒はすべての角度で直線が引けるから,「回転させたらできるのでは」と考え試行錯誤をしていた。次第に他の生徒もそのように考えるようになり，最終的な生徒の証明方法は次の２つである。１つ目は，直線に対して平行で面積を２等分する直線と周の長さを２等分する直線を２本引き，それに対して直交する軸を取り正負を与え，回転させることでその軸の正負が反対になる。このことから，定理を利用して，２本の直線が一致するところがあるというものであった。そして２つ目は，面積を２等分する直線を引き，その周長に着目して長い方と短い方にわける。その直線を回転させることで周長が長い方と短い方が逆になるので，中間値を利用し，面積を２等分し，周の長さが一致している直線が引けるというものであった。その後，時間の制約

もあり，この解答についての解説を行った。

最後に，同様の方法で「2 つの離れている図形の面積を同時に 2 等分する直線が引けることの証明」や,「2 本の直交する直線で面積を 4 等分できることの証明」など発展的な問題にも利用できることを説明した。また，高校数学で，2 次方程式の解の存在の保証などに中間値の定理が利用されていることを説明した。このことにより，生徒は中間値の定理の重要性をより感じていた。

5.2. 達成できたこと

・与えられた定理をもとに，新たな定理の証明が複雑であるにもかかわらず理解することができた。

今回扱った証明は存在だけを示すものであり，このような非構成的な証明を扱うのは生徒にとって初めてのことである。従って，とまどいもみられたが，与えられた定理をもとに筋道立てて証明することができた。

・具体的な場面を用いた証明によって，理解が深まった。

3 節 (4) の具体的問題を解決することで，一般的な場面に対しても予想が立てられるようになった。また山登りを例にすることで中間値の定理に対する理解が深まった。

・発展的内容や既習事項に対する振り返りを紹介することで，興味が高まった。

発展的な内容として，2 つの離れた図形の面積を同時に 2 等分する直線が引けることを示したり，中間値の定理が示したりすることで，中間値の定理に対する興味が高まった。

5.3. 反省点

授業を進める上で問題となったのは以下の点である。

（導入場面）抽象的な話から始めたことで，問題の意図が分かりにくくなり何をすべきかが明確に伝わらなかった。

（準備問題の扱い）具体的な数値の入った問題を考える時間が予想以上に長かった。そのため，一般的な場面にかける時間が短くなってしまった。また，一般的な図形を考える際に直線の平行移動が必要になるのだが，具体的な問題を解く際，配慮が足りずこの点を強調できなかった。

（指導法）論証が多く授業内容が難しいためか手を動かせない生徒がいた。そのような生徒に対する助言をあらかじめ準備する必要があった。また，授業者が題材の面白さを伝えようとしすぎ，授業を進めることを優先したため，ねらいであった「系統性」を感じさせることがあまりできなかった。

5.4. SSH の課題

改善策として以下の 3 点をあげる。1 つ目として，最初に，授業内容が明確になるように，具体的な等分問題を提示する。また，様々な難易度や解答方法の等分問題を提示することでより興味を持たせられると考える。2 つ目として，生徒の追究する時間を多くとる。具体的な問題を解きやすくなるように改良し，ここでの考察に時間がかからないないようにする。また，はじめから中間値の定理を説明するのではなく，生徒が自分の考えをもった後に説明する。3 つ目に生徒の立場に立った授業展開，ねらいの作成を行う。

生徒がより系統性を実感しやすいように授業の展開の仕方の工夫をすることと，ねらいを明確にすることが必要である。

6. 高校数学セミナーの実践について

前節で述べた反省を基に授業案を作成し直し面積の 2 等分問題を題材として，再び実践を行った。

6.1. 具体的な改善点

発展問題として考えていた 5 つの円の面積を 2 等分する直線を引く問題を提示する。このことで，授業内容が伝わりやすくなる。また，前回は，発展的な内容を通して系統性を感じ取ることをねらいとして実践を行ったが，内容が難しくなってしまったので，ねらいを「既知の定理を利用することで証明できるこ

とを通して，系統的に考える良さを実感できる。」に絞り「面積２等分問題」のみを扱うこととした。

6.2. ねらい

既知の定理を用いた証明を通して系統的に考えるよさを実感することができる。

感覚的には当たり前の中間値の定理を利用してどんな図形に対しても面積を２等分する直線が引けることの証明を通して，既知の事項を利用することの良さを実感できる。

6.3. 授業展開

学習活動	ねらい	指導援助
・5つの円を同時に2等分できる直線を考える。 [問題] 図形の面積を2等分する直線が引けるだろうか。 ・一般の図形の面積を2等分する直線が引けるかを考える ・具体的な数値の入った2等分問題を解く。	・問題の意図を理解することができる。 ・具体的な図形の面積を2等分する直線を引くことができる。	・問題を予め用意する。 ・机間指導の中で，解けた生徒に「違う角度でも2等分できそう」と声掛けをする。
全ての角度に対して面積を2等分する直線がひけるか考えよう。 ・一般的な図形で面積が2等分できるかを考える。・ヒントとして中間値の定理を考える。「山登りをするとき，一番高い高度と低い高度の位置があることはわかる。では，その山を登るときに一番高い高度と一番低い高度の中間の高度のところは通過するだろうか。」と問い中間値の定理を作る。 □個人追究 ・いろいろな角度の直線を引いてみる。 ・図形を直線に対して上下に分け，下側の面積は0にして平行移動させ最後に下側の面積が図形全体になる。ここで中間値の定理を利用して2等分する直線が引けることが証明できる。	・中間値の定理を理解することができる。 ・課題を理解し問題に取り組める。・中間値の定理を利用して，全ての角度に対して面積を2等分する直線が引けることを説明できる。	・たくさん線を引けるように資料を準備する。 ・中間値の定理を具体例をもとに分かりやすく説明する。 ・中間値の定理が理解できているかを確認する。 ・中間値の定理は中間値が存在することはいえるが，その位置を示しているわけではないことに留意する。
□自由交流 ・自分の意見を深める。 ・仲間と自由に意見を交わす。 ・仲間の意見を参考にさらに追究する。	・考えを深め論理的に説明できる。	・交流しやすい環境を整える。・交流し考えを深めた姿を評価する。
□発表会 ・考えをまとめる。 ・中間発表として，面積の2等分問題を数人に発表してもらう。 ・最後に中間値の定理役が方程式の解の存在証明などで役立っていることを説明する。 ・具体的な等分問題を解く。	・考えを筋道立てて説明することができる。 ・仲間の意見を聞き考えをより深めることができる。	・説明しやすいように大きな図を用意する。 ・発表者のよいところを見つけられるように促す。

7. ２回目の実践に対する考察

7.1. 子どもの活動

導入で，クイズ感覚で取り組める５つの円の面積を２等分する直線を引く問題を提示した。多くの生徒は工夫して解こうとしていたが，一部の生徒はこの問題を知っており，すぐに解けてしまった。その後，正六角形の面積の三等分問題に取り組み，ほとんどの生徒が解答を導いた。

その後，一般の図形（図１）を提示して,「今は，直線を引くことを考えていたけれど，この図形に対して面積を２等分する直線が引けるだろうか。」と問題提示をしたところ,「生徒は面積を２等分する直線は引けそうだ。」,「引けるとしたら何本引けるんだろう？」と予想を立てたので，実際に数値が入った面積を求められる図形を提示し，与えられた直線に平行で面積を２等分する直線を引くことを考えた。

TA の助言もあり，全ての生徒が，平行移動の考えを利用しながら求める直線を引くことができた。さらに机間指導の中で，与えられた問題以外の直線を引き，その直線に平行で図形の面積を２等分する直線を引くことも考えた。

様々な角度で，面積を２等分する直線が引けた後,「一般の図形では面積を２等分する直線が引けるだろうか。」と質問した。すべての生徒ができると答えたので,「そのことを示してみよう。」と問い，図１が描かれているプリントを配布し個人追究の時間とした。ある生徒は,「面積が確定するはずだから，半分になるところがあるはずだ」と考えて何とか示そうとしてが，他のほとんどの生徒は，面積を求める方法を考え，補助線を引き，面積の近似値を求めようとした。

ある程度時間をとり，生徒の考えがまとまった後，中間値の定理を山登りを利用して説明し，その後に関数を用いて中間値の定理を説明した。そのことにより，すぐに証明を思いつく生徒が数名いた。その他の生徒は，関数を用いた中間値の定理が理解できず困った様子であったが，もう一度説明を聞いたり，周りにいた TA に質問するなどして理解できた。そして，与えられた問題にその定理を利用できないかを考えた。

最終的に，すべての生徒が中間値の定理を用いて，一般の図形の面積を２等分する直線が引けることを示し，さらに，すべての角度の直線に対して平行な直線に対して同様に引けることを示すことができた。以上のことを踏まえ，全ての生徒が面積を二等分する直線は無数に引けると結論づけることができ，最後に数名の生徒が OHC を利用してその証明を詳しく説明することができた。

授業の終わりに，面積の２等分問題と同様に考えれば，一般の図形の面積と周の長さを同時に２等分する直線が引けることも証明できることを紹介した。最後に中間値の定理が高校数学で知らない間に２次方程式の解の存在の保証などな様々な場面で使われていることを説明すると，多くの生徒は興味をもって聞いていた。

7.2. 達成できたこと

以下に高校数学セミナーにおいて達成できたことを３点述べる。

１つ目に，導入で具体的な問題を取り入れたことにより，授業の全体像を生徒に明確に伝えることができた。２つ目に，面積の２等分問題に焦点を当てたことで，生徒が追究する時間をより多くとることができた。３つ目に，アンケートの結果から，７割の生徒が中間値の定理が役に立つと感じていた。また，自由記述に,「当たり前のことをかっこよくいえる。」や,「身近なことを使って証明できるのがすごい」などの感想があり，生徒それぞれが，自分の言葉で系統性のよさを表現できていた。

7.3. 反省点

この実践の反省点と今後の課題を以下に述

べる。

導入問題では,「本当に２等分する直線が引けるのか」という疑問を持たせることが目的であったが時間をかけすぎてしまった。また,具体的な数値の問題に対して，中学３年生から，高校２年生までおり既習事項に差があったため解答する時間が著しく異なった。生徒の実態把握が難しい場合は様々な問題を用意する必要がある。

さらに，面積と関数を関連づけることができず，中間値の定理の紹介が唐突になってしまった。この改善案として次の２点が考えられる。1つは，展開の中で，生徒の考えだけを発表してもらい，その後に中間値の定理を紹介する方法である。そして，もう１つは，最初に関数と解の関係から，中間値の定理を導入し，面積の２等分問題を扱うことである。その他にも，積分を学習した後であれば自然に導入できる可能性がある。ただし，今回の実践では，生徒が関数と面積の値を関連づけることができていたので，そのことも踏まえ考察していきたい。

また，内容を厳選することにより生徒は，既知の内容を利用して問題を解く良さ実感できたと考えるが，今回は説明だけで終わってしまった「図形の面積と周を同時に２等分する直線が引けることの証明」などを考察することで，より系統性の良さを感じられると考えるので，長い時間を利用して行う授業計画を作成し実践していきたい。

引用・参考文献

[1] 文部省，1999，高等学校学習指導要領解説ー理系編ー東山書房.
[2] 越昭三・齋藤恭司・恒岡美和・永倉安次郎・藤原大輔・柳川堯・山口清・山中健，1999，新数学 III，知研出版株式会社.
[3] 新井仁之，2003，ルベーグ積分講義，日本評論社.
[4] マーチン ガードナー, 一松信 [訳]，1992，落し戸暗号の謎解き, 丸善出版社.
[5] T.L. ヒース，平田寛・菊池・大沼［訳］，1959，ギリシア数学史，共立出版.