岐阜数学教育研究
2004, Vol.3, 94-102

生物を題材とした数列分野の教材

坪井健司[1], 愛木豊彦[2]

現在, 高校生の「理数科離れ」が問題となっている。その原因として, 高校数学は抽象的な内容が多く, 問題の設定場面に実感が伴わないことが挙げられる。そのため, 興味・関心が持てず, 数学が嫌いになっていくという傾向がある。そこで, 高校生の数学に対する興味・関心を高めるために具体的場面を提示し, それらを数列を使って表現する教材の開発を行った。今回, 数列で表現する現象として生物の自家受精を扱うこととした。本稿では, 授業の様子, アンケートをもとに授業実践の考察を行う。

＜キーワード＞　数列, 極限, 遺伝, 一般化

1. 研究の意図・目的

現在, 高校生の理数科離れが問題となっている。この原因は多く考えられるがその中でも高校数学は抽象的な内容が多く, 問題の設定場面に実感が伴わないということが大きな理由となっていると思われる。そのため, 興味・関心を持てず数学が好きになれないという状況が起きていると考える。事実, 教育課程審議会の中間まとめ ([1]) において, 「小学校の中・高学年から中学校, 高等学校に進むにつれて次第に抽象的な内容が増えていき, 算数・数学が比較的得意な者と苦手な者とに分かれ, 数学嫌いが増えていく傾向にある。」という数学科の現状と課題がある。これを踏まえ, 教育課程審議会の答申の中で, 算数・数学科の改善の基本方針として, 「実生活における様々な事象との関連を考慮しつつ, ゆとりを持って自ら課題を見つけ, 主体的に問題を解決する活動を通して, 学ぶことの楽しさや充実感を味わいながら学習を進めることを重視して, 内容の改善を図る。」([1]) と述べられている。このことから, 高校生の理数科離れを解消するには, 日常にある現象を基にした教材が有効であると考える。さらに, 高等学校数学科の目標に「数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め, 事象を数学的に考察し処理する能力を高め, 数学的活動を通して創造性の基礎を培うとともに, 数学的な見方や考え方のよさを認識し, それらを積極的に活用する態度を育てる。」とある ([1])。ここにある数学的活動とは, 観察, 操作, 実験・実習などの外的活動と, 直観, 類推, 帰納, 演繹などの内的な活動のことである。また, 高等学校においては身近な事象を取り上げ, それを数学化し, 数学的な課題を設定する活動, 設定した数学的な課題を既習事項や公理・定義等を基にして数学的に考察・処理し, その過程で見いだしたいろいろな数学的性質を論理的に系統化し, 数学の新しい理論・定理等 (以下, 数学的知識という) を構成する活動といった思考活動も数学的活動と捉えている ([1])。

そこで, 以上のことを踏まえ, 日常に存在する現象を数列を用いて表現することをねらいとした数学の教材を開発することとした。ここでは, 数列を使って表す現象として生物の遺伝, 特に自家受精を取り上げた。生物を取り上げた理由は以下の通りである。

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部

• 物理現象を数学的に捉える教材に比べて生物を扱ったものが少ないこと。

• 理系の生徒の殆どが生物を履修しておらず，新しい話題として数学に興味・関心が持てると判断したこと。

• 文系の生徒の殆どは生物を履修しており, 生物に潜む数学を考えることで数学に興味関心が持てると判断したこと。

2. 先行研究との関連

ここでは, 本教材と坪井・愛木 [2] との関連について述べる。初めに,[2] で実践した授業について簡単に述べる。

そこでの授業は具体的な場面を提示し, それらを漸化式で表現することをねらいとした課題解決型学習である。数列は現象を記述するのに非常に有効であり, 実際, 様々な場面で使われている。しかし, 高校数学は抽象的な内容が多く, 数列の良さを実感できていないと考えた。そこで, 具体的事象を与えることで数列で表現することの良さを実感させることをねらいとした。また, 数列には離散量を扱えるというよさもあることから, 数列の導入として人口の変化を扱い, その有用性を感じられるようにした。

この授業において, あまりに多くの内容を入れたため, 子どもにとって難しいものとなってしまった。また，課題追究用の問題を選択式にしたことから追究した問題とそうでない問題に対する興味・関心が著しく異なるという事態に陥った。そして，何よりも [2] で扱った題材は現象から導かれたものであったが，その現象を数式化する過程を重視しなかったため，問題が多少天下り式であった。そこで今回は，追究する現象を簡単な自家受精に限定することで，数式化の過程をより丁寧に扱えるようにした。また，数列特有の記号や，極限の記号を用いずに表現させることで子どもが内容を難しく感じないようにするとともに, 全ての子どもが全ての課題について追究を行うようにし，興味・関心に差が出ないようにした。

3. 教材について

ここでは, 教材のねらいを述べた後, メンデルの遺伝に関する実験, 遺伝の仕組み, 自家受精, 授業の流れについて説明する。

3.1. 教材のねらい

教材のねらいは以下の 3 点である。

1. 数列の考えを用いて現象を表現できる。

本教材における問題解決の過程において等比数列や漸化式を用いて現象を記述しなければならない。現行の教科書に欠けている現象の数式化を自らの力で体験できる。

2. 生物と数学との関連を知ることで数学が身近にあることを実感する。

本教材は生物の自家受精について扱っている。これを考えるにあたり, 生物と数学が繋がっていることを知り, 数学は身近なものであることを実感することをねらいとする

3. 数学に対して興味関心を持つ。

生物との関連を知ることで, 数学が身近にあると感じ, 数学に対する興味・関心を高めることができる。

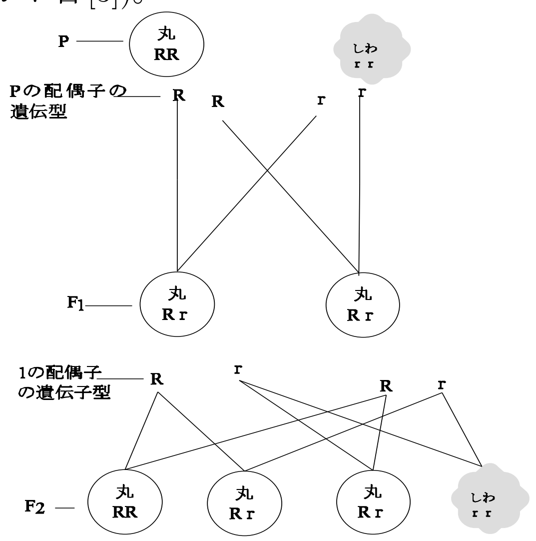
3.2. 遺伝

3.2.1. メンデルの実験

丸い種子だけをつくるえんどう豆と, しわの種子だけをつくるえんどう豆を親 (P) として, 交雑してできた種子 (雑種第一代,F_1) は全て丸くなる。このとき, この F_1 に現れる形質が優性形質, 現れない形質が劣性形質である。ここでいう形質とは個人が持つ様々な形や性

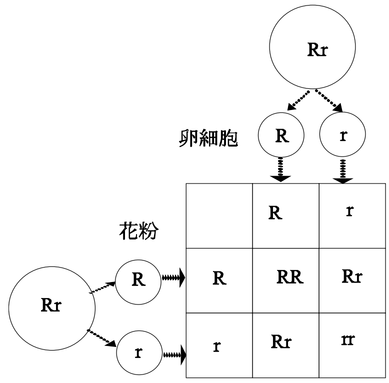
質のことである。このように,1 対の対立形質に注目したとき,F_1 には常に優性の形質のみが現れる。これを, 優性の法則という。メンデル (1822~1884) は 1856 年から 8 年に渡る研究の末,F_1 のえんどう豆が自家受精することによりできた雑種第二代 (F_2) の表現型が (丸の豆の量)：(しわの豆の量)=3：1 になることを発見した。

今, 種子を丸くする遺伝子を R, しわにする遺伝子を r とすると, この実験結果は, 遺伝子の考え方を使って, 下図のように説明することができる。そして, 細胞の中にあるこの遺伝子の組み合わせを遺伝子型という。また, この遺伝子型がもとになって, 様々な形質, 表現型が現れる (水野丈夫・小林弘・北原隆・木原弘二ほか 7 名 [3])。



3.2.2. 遺伝の仕組み

生物は 1 対の形質ごとに 1 対の遺伝子が細胞の核にある。これらの遺伝子が組み合わさって遺伝が起こる。植物の遺伝の仕組みは次のようになっている。植物はおしべで作られる花粉とめしべで作られる卵細胞が授精して遺伝が行われる。この花粉や卵細胞ができるとき, 対になっている遺伝子は分かれ, 授精により, 核が一緒になると, 再び組み合わさって新しい遺伝子の対を作る (上田誠也・三浦登・水野丈夫・綿抜邦彦ほか 49 名 [4])。例えば, 遺伝型が Rr のえんどう豆同士が遺伝を行う場合,



図のように子は両親の遺伝子を一つずつ持つ。これが遺伝の仕組みである。今回は遺伝の対象として自家受精を行なうえんどう豆を扱い, 丸としわの形質 R と r を使うことにした。

3.2.3. 自家受精

自家受精とは 1 つの花の中で受粉が行われることである。自家受精の特徴として以下の 2 点がある。

> 特徴 1. 花粉の遺伝型と卵細胞の遺伝型は同じものである。
> 特徴 2. えんどう豆 1 つから遺伝の仕組みで得られる 4 パターンのえんどう豆がその比を保って生まれる。

例えば,Rr のえんどう豆が自家受精するときは特徴 1 によって Rr 同士が受精することになる。このとき, 特徴 2 と遺伝の仕組みによって, RR,Rr,rr のえんどう豆が 1:2:1 の比で生まれる。

3.3. 授業の流れ

遺伝・自家受精についての説明

↓

課題 1 の追究 (自家受精を繰り返したときの全体に対する雑種のえんどう豆の割合)

↓

課題 2 の追究 (自家受精を繰り返したときの全体に対する純系それぞれのえんどう豆の割合)

＜遺伝・自家受精についての説明＞

受講する子どもの殆どが生物を履修していなかったので初めに遺伝・自家受精の説明を行った。この分野は中学校の理科から削除された部分であったので,図や絵を用いて詳しく説明を行った。

＜課題 1 の追究＞

自家受精を繰り返したときの全体に対する雑種のえんどう豆の割合の変化を考えることとした。ここで,問題を簡単にするため,初めの状態は雑種のえんどう豆がただ 1 つであること,1 つのえんどう豆からは遺伝の仕組みで得られるえんどう豆が各 1 個,計 4 個生まれることを仮定した。また,ここには,数列の考え方,極限の考え方が必要となるがそれらを習っていない子が殆どであった。しかし,内容があまりに多いと子どもが混乱すると判断し,これらの点について特に講義はせず,追究の過程で n 代目の雑種の割合を n を使った式として表し,n が大きくなるにつれ,割合が 0 に近づくことに気づけばよいという程度にとどめた。その後,こちらから子どもを指名し,追究の結果を前に出て,ホワイトボードを使って発表させる形をとった。

＜課題 2 の追究＞

ここでは,課題 1 と同じ仮定の下で自家受精を繰り返したときの純系それぞれの割合を求めることとした。ここでは,課題 1 で求めたことをもとにして割合が求められることに気づかせるようにした。その後,ここでも,課題 1 のときと同様に子どもを指名し,発表させる形をとった。

4．実践と成果

平成 16 年 12 月 25 日に,小学生 3 名，中学生 1 名，高校生 11 名，計 15 名を対象に高校数学セミナー（岐阜県教育委員会主催）の一環として実践を行った。本実践は 2 時間で生物の自家受精について説明した後，各課題追究を 1 時間かけて行った。

ここでは,今回用いた課題と各課題に対する解法例について紹介する。

課題 1

自家受精を繰り返すと全体に対する雑種のえんどう豆の割合がどうなっていくか考えよう。

ここで次のことを仮定する。

仮定 1:1 つのえんどう豆から遺伝の仕組みによって得られたえんどう豆が各 1 個ずつ,計 4 個生まれる。

仮定 2:1 代目 (はじめの状態) のえんどう豆の数は雑種ただ 1 つ。

$$\boxed{\text{雑種の割合} = \frac{\text{雑種の数}}{\text{えんどう豆の総数}}}$$

解法例

R：丸の遺伝子　r：しわの遺伝子

	R	R
R	RR	RR
R	RR	RR

	R	r
R	RR	Rr
r	Rr	rr

	r	r
r	rr	rr
r	rr	rr

自家受精を繰り返したときのそれぞれのえんどう豆の数

	総数	RR	Rr	rr
1 代目	1	0	1	0
2 代目	4	1	2	1
3 代目	16	6	4	6
4 代目	64	28	8	28

n 代目の RR,Rr,rr の数を a_n, b_n, c_n, 全部のえんどう豆の数を d_n とする。

$n+1$ 代目のえんどう豆の総数は n 代目のえんどう豆の 4 倍なので $d_{n+1} = 4d_n$ となる。1

代目のえんどう豆の数は1つなので $d_1 = 1$ である。したがって, これは, 初項1公比4の等比数列である。よって,$d_n = 4^{n-1}$を得る。

1代目のRrのえんどう豆の数は1つで,$n+1$代目のRrのえんどう豆の数は n 代目の2倍であることから $b_{n+1} = 2b_n, b_1 = 1$ より,$b_n = 2^{n-1}$を得る。

次に, 自家受精を繰り返していったとき, 雑種のえんどう豆の全体に占める割合がどうなるかを考える。

n 代目の雑種の割合は $\dfrac{b_n}{d_n} = \dfrac{2^{n-1}}{4^{n-1}} = \dfrac{1}{2^{n-1}}$ なので, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2^n} = 0$, つまり, 自家受精を繰り返すと雑種のえんどう豆Rrの割合は0に近づいていく。

> 課題2
> 純系のえんどう豆RR,rrの割合はそれぞれどうなっていくか考えよう。

解法例

(I)n 代目のえんどう豆の総数は,$d_n = 4^{n-1}$.

遺伝の仕組みと1代目の条件から

$a_{n+1} = 4a_n + b_n, a_1 = 0, b_n = 2^{n-1}, c_{n+1} = 4c_n + b_n, c_1 = 0$.

よって,$a_{n+1} = 4a_n + 2^{n-1}$.

この式の両辺を 2^{n+1} で割ると

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = 2(\frac{a_n}{2^n}) + \frac{1}{4}.$$

ここで, $e_n = \dfrac{a_n}{2^n}$ とおくと

$$e_{n+1} = 2e_n + \frac{1}{4}.$$

さらに $\alpha = 2\alpha + \dfrac{1}{4}$ とすると $\alpha = -\dfrac{1}{4}$ となるので

$$\begin{aligned} e_{n+1} + \frac{1}{4} &= 2(e_n + \frac{1}{4}) \text{ より} \\ e_n + \frac{1}{4} &= 2^{n-1}(e_1 + \frac{1}{4}). \end{aligned}$$

$$\text{よって,} \frac{a_n}{2^n} + \frac{1}{4} = 2^{n-1}(\frac{a_1}{2} + \frac{1}{4}),$$

$\dfrac{a_n}{2^n} = 2^{n-3} - \dfrac{1}{4}, a_n = 2^{2n-3} - 2^{n-2}$を得る。

同様にして $c_n = 2^{2n-3} - 2^{n-2}$.

次に, 割合を考える。n 代目の純系それぞれの割合は

$$\frac{a_n}{d_n} = \frac{c_n}{d_n} = \frac{2^{2n-3} - 2^{n-2}}{4^{n-1}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^n}$$

なので,$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2^n}\right) = \frac{1}{2}$.

よって, 純系RR,rrはそれぞれ,$\dfrac{1}{2}$ に近づく。

(II)n 代目のえんどう豆の総数は,$d_n = 4^{n-1}$.

遺伝の仕組みと1代目の条件から

$a_{n+1} = 4a_n + b_n, a_1 = 0, b_n = 2^{n-1}, c_{n+1} = 4c_n + b_n, c_1 = 0$. よって,$a_{n+1} = 4a_n + 2^{n-1}$.

ここで $a_{n+1} + \alpha 2^{n+1} = 4(a_n + \alpha 2^n)$ となるように α を定めると $\alpha = \dfrac{1}{4}$ となるので

$$a_{n+1} + 2^{n-1} = 4(a_n + 2^{n-2}).$$

$$\begin{aligned} a_n + 2^{n-2} &= 4^{n-1}(a_1 + 2^{-1}) \\ a_n + 2^{n-2} &= 2^{2n-2}(0 + 2^{-1}) \\ a_n + 2^{n-2} &= 2^{2n-3} \\ a_n &= 2^{2n-3} - 2^{n-2} \end{aligned}$$

同様にして $c_n = 2^{2n-3} - 2^{n-2}$.

次に, 割合を考える。n 代目の純系それぞれの割合は

$$\frac{a_n}{d_n} = \frac{c_n}{d_n} = \frac{2^{2n-3} - 2^{n-2}}{4^{n-1}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^n}$$

なので,$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2^n}\right) = \frac{1}{2}$.

よって, 純系RR,rrはそれぞれ,$\dfrac{1}{2}$ に近づく。

(III)n 代目のRRとrrの数は等しいので $\dfrac{(\text{総数}) - (\text{雑種の数})}{2}$ を計算すれば a_n, c_n が求まる。

よって,

$$a_n = c_n = \frac{4^{n-1} - 2^{n-1}}{2} = 2^{2n-3} - 2^{n-1}.$$

次に,割合を考える。n 代目の純系それぞれの割合は

$$\frac{a_n}{d_n} = \frac{c_n}{d_n} = \frac{2^{2n-3} - 2^{n-2}}{4^{n-1}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^n}$$

なので,$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2^n}\right) = \frac{1}{2}$を得る。よって,純系 RR,rr はそれぞれ,$\frac{1}{2}$ に近づく。

(IV)n 代目の RR と rr の数は等しいので $\frac{1-(\text{雑種の割合})}{2}$ を計算すれば純系 RR,rr それぞれの割合が求まる。

よって,$\frac{a_n}{d_n} = \frac{c_n}{d_n} = \frac{1-\frac{1}{2^{n-1}}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^n}$ となるので $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2^n}\right) = \frac{1}{2}$.

よって,純系 RR,rr はそれぞれ,$\frac{1}{2}$ に近づく。

5. 考察と今後の課題

5.1. アンケート結果

授業後に行ったアンケートに対し,次のような回答を得た。

> ① これまで数学が身近にあると感じた経験はありますか。それはどんなときですか。なかった場合, 今日の内容を終えて数学が身近にあると思いましたか。

- 宝くじなどを購入したときの確率や期待値など。
- 今まで, あまり数学が身近にあると感じなかったけどえんどう豆を例にして教えてもらったので,数学は深いなと思った。
- 身近にあるとは思わなかったけれど, 今日の内容を終えて,数学がいろいろなところにあり, 身近にあると思いました。
- 今までそんなに感じなかったけれど, セミナーをやって身近なところにあってすごいなあと思った。
- 今日の内容を終えて身近にあるなと思いました。(えんどう豆のことに関して)
- 料金プランとかを題材にして, いくら以上使うとどっちの方が得か損かを考えられると教えてくれたとき。
- 噴水の水が 2 次関数のグラフということを知ったとき。
- 水をためるとき,1 分でこのくらいだから後何分で水がたまるか。
- 買い物時の割引や消費税。
- 消費税を計算したとき, 割り勘をするときに感じた。
- 植物にも数学が使われていたし, あらゆるものが数学で表すことができそうだと思いました。
- えんどう豆にしても数学の考えを用いていることがわかった。
- 普段の生活で, よくよく考えてみると数学が関係しているんだなあとわかった瞬間に, 数学が身近にあると感じます。
- 今まではあまり思わなかったけれど, 今日のセミナーで身近なところに数学があると思った。
- 遺伝子が数学に関係あるとは思っていなかったから,数学が身近にあると感じた。

> ② 今日の内容を終えて数学に対する興味・関心が高まりましたか。高まった場合, どんな点で, 興味・関心が高まりましたか。

- $n \to \infty$ のときの極限値 $0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ が単純な数になっていた点。

- えんどう豆の遺伝子から入っていったので, こんな数学もあることを知って, 関心が高まった。
- とても高まりました。身近なものを数値で表せるという点で高まりました。
- 難しい問題を解いたときに楽しいと感じることができた。
- 高まりました。数学は堅苦しいイメージがあるけど1つ1つの式にしっかりとした理由がこめられていて, 面白いと思いました。
- 数式の中だけでなく, 生物など自然界でも数学の考え方があるということを知り, 面白かった。
- 自然のことを式で表せるんだなあと驚きました。
- n 代目の式がなかなか出せなくても, いろいろ考えたりしているときが楽しい。規則を見つけたりすることも。
- えんどう豆1つをとってみても, いろいろな法則が成り立っていて驚いた。
- 数学というものは, 身の回りにあふれていることに関心が高まりました。
- 身近なものに数学を当てはめて考えることがよかった。
- 身近なものにも数学の考えが用いられていることに関心を持った。
- 高まったと思います。$(2^{n-1})^2$ ができなくて, 来年習うそうなのでちょっと楽しみです。
- 今まで普通に思っていたことが, 数学でわかったこと。

③ 今日の内容で疑問に思ったことや, これから調べてみたいことはありますか。それはどんなことですか。

- 2つの遺伝子の場合だけでなく, 一般に k の時にはどうなるのか調べてみたい。
- 自家受精について
- もっといろいろな割合などを調べてみたいです。
- もっと分野が広い方がいいと思った。
- 生活に関係することを n を使って, 表したいと思いました。
- 今現在のえんどう豆の雑種と純系の割合。雑種の方がかなり少なくなっていると思うけど…。
- 植物だけでなく人間の遺伝子についても調べてみたい。(減数分裂とか)
- 2代目の Rr と3代目の Rr は同じなのか。R が多かったり,r が少なかったりするか。
- RR,rr と雑種の割合を文字で足すと1になるのに, 説明では1っぽい数字になると聞いたこと。
- 今現在, どれだけ雑種と純系の関係を持つものがあるか, 調べてみたい。
- 限りなく近づくことの証明ができればやってみたい。
- えんどう豆には, 丸の遺伝子としわの遺伝子があったけど, ほかの動物や植物には, どんな遺伝子があるのか。
- もっと違うもので調べたい。
- もっと遺伝子の種類が増えたらどうなるのか。

④今日の授業に関する感想を自由に書いてください。

- 2問目の問題が少し難しかった。
- 思ったよりも楽しかったけれど, 答えを導き出すのにとても時間がかかって苦労した。
- とてもわかりやすかったし, 計算式が難しかったけれど, 楽しかったです。
- 最初は少ししんどいなあと思ったけれど, 思ったより楽しかった。
- 指数計算が難しかった。学校の数学の授業もこういう風にやってくれるとわかりやすいのにと思った。
- 考える時間がたくさんあって, 余裕を持っていれたので, 学校の授業もこんな風に進んでいったら, もっと詳しく学べるのになあと思いました。
- 数学が好きなので, とても楽しかった。
- これがさらにたくさんのパターンがあると思うとびっくりした。純系のRR,rrの割合のnの式を納得いくまで考えることができた。
- 図などを使っていてわかりやすかった。楽しく指数計算ができました。
- 数学の授業と違って身近なことから数学を学ぶことができてよかった。
- 日常生活に応用したいです。
- 楽しかったです。いろいろわかって良かったです。

5.2. 授業実践に対する考察および今後の課題

授業中, 子どもたちは, 規則性を見つけ,n代目のえんどう豆の総数, 雑種のえんどう豆の数をnを使った式で表していた。この様子から数列の考えを用いて課題追究ができていたと判断する。すなわち, ねらい1を達成できていたといえる。「今まで, あまり数学が身近にあると感じなかったけどえんどう豆を例にして教えてもらったので, 数学は深いなと思った。」,「遺伝子が数学に関係あるとは思っていなかったから, 数学が身近にあると感じた。」等の感想から, 子どもたちはこの授業を通して, 生物と数学の関連を知り, 数学が身近にあることを実感したといえる。この点で, ねらい2も達成できたと考える。「数学というものは, 身の回りにあふれていることに関心が高まりました。」,「えんどう豆1つをとってみても, いろいろな法則が成り立っていて驚いた。」などの感想からは, この内容を知ったことで, 数学に対する興味・関心が高まったと判断できる。このことから, ねらい3も達成できたといってよい。

また,「数学は堅苦しいイメージがあるけど1つ1つの式にしっかりとした理由がこめられていて, 面白いと思いました。」という感想があったように, この内容は子どもたちに数学に対する興味・関心のみならず, 数学に対する意欲を高めるのにも有効であったと思われる。このことは, 質問③の回答に,「2つの遺伝子の場合だけでなく, 一般にkの時にはどうなるのか調べてみたい。」「今現在のえんどう豆の雑種と純系の割合。雑種の方がかなり少なくなっていると思うけど…。」などがあることからも窺える。

以上のことからねらいは十分に達成できたといってよいであろう。しかし, 課題も残った。思ったより早く子どもたちが解答を出していたため, 予定時間よりもずいぶん早く終わるという事態になった。これに関連して, 早く終わってしまった子に対して与える問題を用意していなかったので, 早く終わって, 何もし

ていない子が出てきてしまった。これらのことから, 今後の課題として, 時間配分の見直し, 早く終わった時の対応が残ったといえる。また, この教材は, 高校数学セミナーという特別な場で行った実践であるので, 通常授業での実践も今後の課題である。

最後に, 授業実践にあたり, 多大な御協力をいただいた岐阜県教育委員会の皆様に感謝いたします。

引用文献

[1] 文部科学省,1999, 高等学校学習指導要領解説, 数学編, 理数編.

[2] 坪井健司・愛木豊彦,2003, スーパーサイエンスハイスクール講座「自然の中の数列」実践報告, 岐阜数学教育研究, 第2号,pp.116-127.

[3] 水野丈夫・小林弘・北原隆・木原弘二ほか7名, 1993, 生物の世界 IA, 東京書籍.

[4] 上田誠也・三浦登・水野丈夫・綿抜邦彦ほか49名,1992, 新しい科学2分野下, 東京書籍.