

統計処理に関連した教材の開発とその実践

井上春奈¹, 愛木豊彦²

今後, 社会の情報化はますます進むと考えられる。そのような社会の中で, 中学生が主体的に生きるためには, あふれる情報をよりよい見方で読み取る力が必要である。その力を, 選択教科「数学」の中で育成することを目指し, 教材開発を行った。授業の題材には, プロ野球選手の年俵を取り上げ, 選手を移籍したり, トレードしたりしたときの各球団の年俵の平均値や中央値の変化を調べる活動を取り入れた。本稿では, その教材の提案, 授業実践の結果及び今後の展望について報告する。

<キーワード> 選択教科「数学」, 統計処理, 平均値, 中央値

1. 序論

世の中には情報があふれている。このような社会の情報化は, 今後, ますます進むものと考えられる。数多くの情報から必要かつ正確なものを選び出し, 生活に活かしていく力は, 将来を担う中学生にどうしても身につけさせたい力である。よって, その力は「生きる力」を構成する1つの要素であるともいえる。「生きる力」を育成するために創設された「総合的な学習の時間」と関連する数学の教材開発の重要性がいくつかの論文で指摘されている。特に, 剣持・河辺 [1] では, 必修教科「数学」, 選択教科「数学」, 総合的な学習の時間の3つを統合的にとらえた教材やカリキュラムの開発の必要性について述べている。そこで, 本論文では情報処理能力の1つである「よりよく情報を見る力」を数学の授業において高めることをねらいとした選択数学用の教材を開発した。

本論文の内容は, 既に井上・愛木 [2] で紹介したものであるが, ここではより詳細な実践結果, 考察を与える。

2. 教材について

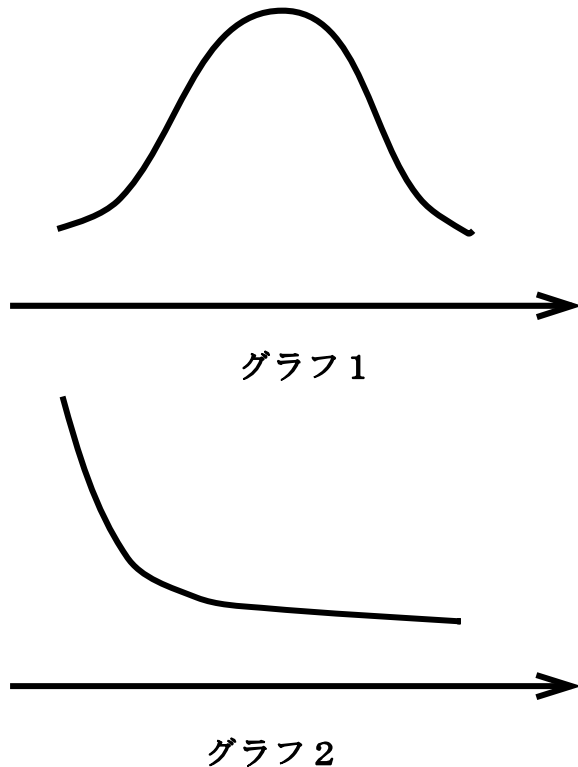
(1) 教材の説明

「よりよく情報を見る力」を養うために, 代表値を扱うことにした。猪野・伊藤 [3] によると, 「分布の特徴を1つの数値によって表現することが考えられる。その最も基本的なものは, 分布の中心的な位置を示す代表値である。」と代表値を説明している。以下, 特に, 分布の特徴を1つの数値によって表すことができることを, 代表値の有用性と呼ぶことにする。情報としての数値の集団(データ)から何かを読み取るうとする場合, 代表値を用いることは欠かすことができない。代表値はいくつもあるが, その中で最もよく使われるのが平均値である。グラフ1のような分布をしている場合, 平均値は分布の中心にあるとみなしてよい。しかし, 分布がグラフ2のように偏っている場合は, 平均値は中心にあるとは言い難い。そのようなときには中央値, 最頻値(モード), 刈り込み平均などを, 分布の形態に合わせて選択し, 代表値とする。ただし, どのような分布に対してどの代表値が適当であるかということを数値的に議論したものを著者は, 目にしたことがない。そこで, ここでは, その値の安定性を, 代表値として

¹岐阜大学大学院教育学研究科

²岐阜大学教育学部

適切であるかどうかの基準に採用することを提案する。その内容の詳細は後述する。



以上で述べたような、代表値の有用性、代表値にはいくつか種類があること（代表値の多様性）、代表値として適切性を考察することは、中学生の「よりよく情報を見る力」を養う教材として適切であると判断した。なぜならば、中学生は、日常の中でデータから情報を読み取る際、代表値として平均値を利用することが多い。また、平均値はつねに真ん中にある、平均値を利用することは最良の方法であると思っているであろう。そこで、データに対する代表値として平均値のみではなく、中学生にとって新しい中央値を利用する活動を取り入れることで、データのいろいろな見方を知る授業案を作成した。このような経験をすることで、中学生が生活の中で、情報を平均値だけにとらわれず場合に応じた情報の見方を自ら選択できる能力、すなわち「よりよく情報を見る力」の育成につながる。

以上のことを学習活動とする教材を開発し

た。データの素材として採用したのは、プロ野球選手の年俵である。その理由は次の3点である。まず、プロ野球選手の年俵の分布は高額のもものが少なく、グラフ2のような概形をしていることである。次に、プロ野球選手の年俵については生徒も興味をもつと予想できること。そして、そのデータが、[4]から入手できたことである。

この具体例を用いて、本論文でいうところのデータに対する代表値の安定性に対する解説を与える。まず、ある球団の選手の年俵平均値を \bar{X} 、中央値を X_m とする。次に、選手を他球団に放出したり、他球団の選手と交換したりしたあとの平均値、中央値をそれぞれ、 \bar{X}' 、 X'_m とする。このとき、 $|\bar{X} - \bar{X}'| < |X_m - X'_m|$ ならば平均値の方が中央値より安定である、また、逆に $|\bar{X} - \bar{X}'| > |X_m - X'_m|$ となるとき、中央値が平均値より安定である、ということにする。そして、安定であるとき、代表値として適切であると考えことにする。感覚的には、より中心的位置にあるほうが安定であろうし、また、逆に安定であれば中心的位置にあるということがいえる。しかし、証明はしていない。さらにいえば、中心的位置にあるということが、数学的な表現ではないし、中央値は常に中心にある。そうである以上、平均値が中央値に優るのは計算の利便性だけなのであろうか。それとは別に、ここで名付けた代表値の安定性は、移動する選手やその数によって、平均値の方が安定になったり、中央値の方が安定になったりする可能性が否定できないので、数学的な定義とはいえない。ここで述べたようにいくつかの数学的課題は残っているものの、実際に野球選手の年俵の分布に対し、選手を移籍したり、トレードしたりした場合、平均値の変化の方が大きく、中央値の方が先の意味で安定である。変化しやすいものは、データを代表するものとしてふさわしくないと感じることはできるので、この点から中央値が代表値として適して

いると判断してよい。

代表値の有用性や多様性を題材とする授業は既に提案されているが、与えられたデータに対して中央値の方が平均値より適当であるということヒストグラムなどから判断させるにとどまっている。本教材では、移籍や交換(トレード)による平均値や中央値の変化を求める活動を通して数値的に違いをとらえるなど、より多くの視点からその違いについて考察することができる。

(2) 授業のねらい

授業において、次の2点をねらいとした。

- 中央値を利用したデータの見方に触れ、平均値以外にも代表値があることを知る。
- 平均値と中央値の違いを知り、生活に平均値や中央値を生かそうとする。

3. 授業内容及び計画

(1) 授業内容

授業での計算活動には電卓を使用する。ま

(2) 指導計画

題材名 「プロ野球選手の年俵を調べよう。」

実施日 平成16年7月13日 平成16年9月14, 17日

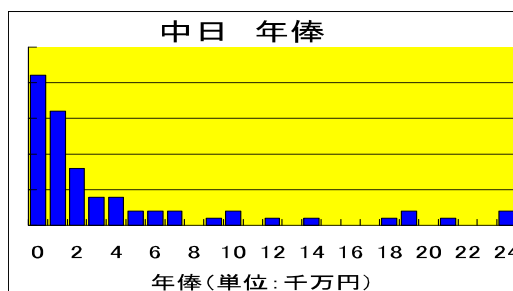
場所 岐阜市立陽南中学校 加茂郡川辺町立川辺中学校

展開

た、あらかじめ、各球団所属選手の年俵の平均、各球団の個人の年俵についてのデータは、プリントで配布した。

大まかな生徒の活動は次の通りである。

1. プロ野球セ・リーグ各球団の年俵状況の表し方を考える。
2. 図1のグラフを見て、中央値を知り、セ・リーグ各球団の中央値を求める。
3. 選手を移籍やトレードした時の平均値と中央値の変化を調べる。
4. 調べたことを発表する。



< 図1 >

	ねらい	学習活動	留意点												
導入	プロ野球選手の年俵に興味を持つことができる。	1. プロ野球球団の年俵状況の表し方を考える。 ・平均を用いればよい。 2. 平均を用いる理由を考える。 ・一人あたりが求められるから ・真ん中だから 3. 下の表やグラフを見て、中央値を知り、セ・リーグ各球団の中央値を求める。 < セ・リーグ各球団の平均年俵 (万円) >	・生徒各々が電卓を使える環境を整える。 ・ヒストグラムが見やすいよう、大きく印刷する。												
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>阪神</th> <th>中日</th> <th>巨人</th> <th>ヤクルト</th> <th>広島</th> <th>横浜</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4785</td> <td>4521</td> <td>7741</td> <td>3568</td> <td>2934</td> <td>4568</td> </tr> </tbody> </table>	阪神	中日	巨人	ヤクルト	広島	横浜	4785	4521	7741	3568	2934	4568	
阪神	中日	巨人	ヤクルト	広島	横浜										
4785	4521	7741	3568	2934	4568										

<p>展開</p>	<p>中央値の存在を知り，中央値を求めることができる。</p>	<p style="text-align: center;">< 中日の選手の年俸のヒストグラム ></p> <div style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: center;">< 中央値の定義 ></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>数字を小さい順に並べたときの真ん中の値を中央値という。個数が偶数のときは，真ん中の2つの値を足して2で割った数。</p> </div> <p>課題「野球選手を移籍やトレードしたときの平均値と中央値の変化を調べよう。」</p> <p>4．平均値と中央値の変化を調べ，平均値と中央値のよさについて考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・選手を移籍したとき ・選手をトレードしたとき ・複数の選手を移籍したとき ・複数の選手をトレードしたとき <p>5．調べたことを発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・平均は，数理的処理が簡単である。 ・平均は，一人あたりの年俸が分かる。 ・中央値は，選手をかえてもあまり変わらない。 <p>6．本時の感想を書く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・プリント(全選手の年俸をまとめたもの)を配布する。 ・移籍やトレード前後の平均値や中央値を求めた生徒には，平均値と中央値のよさを考えるよう助言する。 ・平均値や中央値を生活の中に生かしていけるよう助言する。
<p>まとめ</p>	<p>資料をまとめるときには，平均値や中央値などのいろいろな方法があることを知る。</p>		

4. 授業実践の結果

(1) 授業について

実践は2つの中学校で行った。岐阜市立陽南中学校では，総合的な学習の時間として，数多くの講座を開講しており，そのうちのひとつとして行った。中学生自身が受講する前に授業内容について知ることができ，自分たちで選択していた。そのようなこともあり，受講生は，題材がプロ野球であったためか，1～3年までの男子53名であった。もう1つの実践校である岐阜県川辺町立川辺中学校に

おいても通常の数学の時間ではなく，選択教科の時間であったが，数学が好きな生徒の他，数学を苦手と感じ，得意教科にしたいと思っている生徒も混じっていた。対象は，中学3年生48名であった。

授業は最初に中央値について知り，各球団の中央値を求めた。その後，各々に選手を移籍したり，選手をトレードしたりして，選手移動前や移動後の平均値と中央値の変化について調べた。

(2) 生徒の活動 これから，生徒の実際に

行った活動を紹介する。①の活動は、全ての生徒が行ったものである。また、②や③については、生徒が行った活動の一例である。

- ① 選手移動前の各球団の中央値を調べる。
 <各球団の中央値>

	中央値		中央値
阪神	1950万円	ヤクルト	1650万円
中日	1625万円	広島	1300万円
巨人	2400万円	横浜	1500万円

- ② ベタジー二を巨人から広島へ移籍する。
 <移籍後の平均値と中央値の変化>

	巨人	広島
平均値	6795万円	3935万円
中央値	2150万円	1300万円

- ③ 広島の緒方と横浜の佐々木をトレードする。

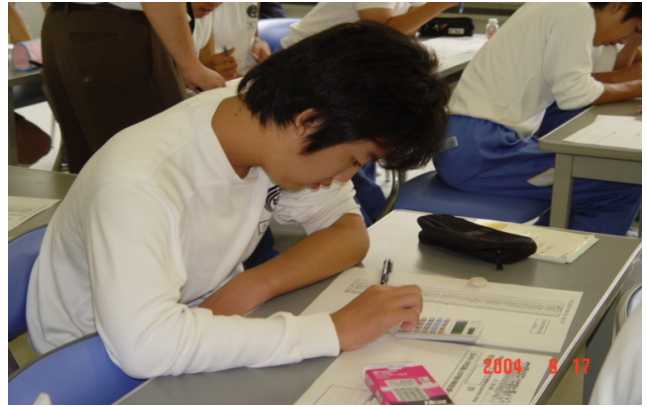
<トレード後の平均値と中央値の変化>

	広島	横浜
平均値	3426万円	4045万円
中央値	1650万円	1500万円

配布した各球団の平均値のプリントと①の中央値を②や③で得られた結果と比較し、移籍やトレードによって中央値があまり変化しないことを見つけ出していた。しかし、複数選手の移籍やトレードをする生徒は少なかった。

(3) 活動の様子

写真は、活動の様子である。



(4) 生徒の感想

以下に、活動後の生徒の感想を紹介する。

- 平均値以外にも真ん中の数を出す方法があって、これからの資料にとっても役立つと思いました。
- いつも平均値ばかりでなく、グラフによって中央値を使ったりして、使い分ける事も大切だとわかった。
- グラフを使って表す時に、平均ばかりにたよらずに、中央値なども調べて比べるようにしたい。
- 年俸も知れたけれど、それより、平均値や中央値のよさがわかった。
- 中央値は今まで使ったことはなかったけど、活用していきたい。
- 平均というのは真ん中にあるものだと思っていた。
- 1名移籍させるだけでかなり年俸が変わってくるので驚きました。これからは、平均値と中央値を使い分けていきたいです。
- どちらにも適しているとき、適していないときがあることが分かった。
- データがどのようなになっているのかによって、データ処理方法や見方を使い分けることが大切だと思った。
- 平均値より中央値の方が計算が簡単で、結構、使えると思った。

- 中央値や平均値にはそれぞれの良さがあり、これからはその場、その場で、2つの使い分けをしていきたい。

5. 授業実践の考察と課題

(1) 授業実践の考察

今回の授業実践は計算の力をつけることをねらいとせず、中央値の存在を知ることの重きを置いた。そのため、中央値や平均値の計算活動を行う際には、生徒ひとりひとりが電卓を使用できる環境を整えた。そうしたことで、計算が苦手な生徒も興味を持ちさえすれば、取り組むことができる活動となった。このことから、ねらいに応じて電卓を授業の中に取り入れていくことが必要であると言える。

また、中学生が中央値の存在を知るのみでは、ただの知識で終わってしまう。実際に中央値を利用してデータを読み取ったり、平均値と中央値を比較したりしながらデータを見る活動があったことで、中央値のよさを体感できたと言える。そして、よさを体感できたことで、今後の生活の中に、場面に応じて生かそうとする態度が見られた。中央値は、中学校の学習内容には含まれていないが、データを活用することの多い総合的な学習の時間にとって有効であると言える。

(2) 今後の課題

本教材は、中央値を求める活動が主であり、プロ野球選手の移籍やトレードにより、中央値のよさを生徒各々が体感できる教材であった。活動の中で、電卓を使って平均値を出すことは中央値を出すことよりも簡単であると、平均値のよさを感じている生徒もいた。しかし、中央値にのみ焦点が当たってしまい、ほとんどの生徒に中央値のよさだけが印象深くなり過ぎてしまう部分があった。そのため、平均値のよさをじっくりと考えることができな

かった。中央値ばかりではなく、平均値のよさも両方、じっくり考えることができる授業展開に改良していくことが課題であり、その実践も行いたい。

また、中学生にとって未習事項である中央値を授業の中で用いたが、これは高校生にとっても未習である。高等学校においても統計の学習内容が削減されている現在、高校生にとってもこの教材は、有用であると考えられる。今度は、授業展開を改良した上で、高校生を対象にした授業を行い、中学生と高校生の反応を比較したい。

これ以外にも、総合的な学習の時間に必要な数学の内容を整理し、更に統計処理に関連する教材開発を続けていくことも課題である。そして、何よりも代表値の適切性の数学的な理論づけを行わなければならない。文献調査を踏まえ、この点を解決することが急務である。

最後に、授業実践にあたり、多大な御協力をいただいた岐阜市立陽南中学校の皆様、並びに岐阜県川辺町立川辺中学校の皆様から感謝いたします。

引用文献

- [1] 剣持信行・河辺圭介, 2002, 数理的処理のための Skill の学習, 2002 年度数学教育学会秋季例会発表論文集, pp.41-43.
- [2] 井上春奈・愛木豊彦, 2004, 統計処理に関連した中学校における授業実践, 2004 年度数学教育学会秋季例会発表論文集, pp.107-109.
- [3] 猪野富秋/伊藤正義, 1991, 数理統計入門, 森北出版社.
- [4] 小林秀夫, 2004, 2004 年プロ野球選手写真名鑑, 日刊スポーツ出版社.