岐阜数学教育研究
2003, Vol.2, 1-12

数学に対する興味・関心を喚起させる授業実践

羽賀　均[1]，山田雅博[2]

高等学校を含む教育現場では,“ 多くの知識を詰め込む授業の結果として教育内容の消化不良につながり「理数科離れ」を促進している ”ということが指摘されて久しい。その指摘のもと，学習内容の削減と共に授業時間数の削減も行われ，実際の高等学校での授業は大学入試対策に重点を置いたものとならざるを得ない。そのような状況を踏まえ，特に理系に適性を有する生徒の数学に対する興味・関心を高めたいと考えた。高等学校及び大学教員とが連携を行い，大学で学習する内容を取り入れた授業を通常のカリキュラムの中で高等学校教員が行うための指導のあり方について考察し，実践を行い，その指導内容及び方法について検証する。

＜キーワード＞興味・関心の喚起，大学と高等学校の連携，微分方程式

1. はじめに

数学に対して生徒が，過負担と感じる場面が増えてきている。当然の結果として「理数科離れ」が促進されるという事態を招くことになり，学習すべき内容の削減が行われつつある。この処置は，高等学校で学ぶ多くの生徒の負担感を和らげ，かつ「理数科離れ」をくい止めるための一提案として理解できる。しかし，理系に適性を有する生徒をも含めた一律の処置に対しては，懸念を抱かざるを得ない。学習内容の削減と共に授業時間数の削減も行われ，実際の高等学校での授業は大学入試対策に重点を置いたものとならざるを得ない。その結果，特に理系に適性を有する生徒の数学に対する興味・関心が薄れ，それらの生徒の数学を学ぶ意欲を高めるための指導が急務であるという言葉が，現場における高等学校教員達の中で多く聞かれることとなった。本論文の第１著者は，高等学校の教員として約２０年間にわたって数学教育に携わり，上で述べた高等学校を取り巻く現在の状況を切実な思いで体験している。理系に適性を有する生徒の数学に対する興味・関心を高めるための指導のあり方について考察したいと考え，高等学校及び大学教員である第１著者と第２著者とが連携を行い，今回の実践を立案した。

数学に対する興味・関心を高めるための方法を考える上で，１つのヒントがある。文部科学省は，2002 年度に大学などと連携して高度な科学の授業を行うスーパーサイエンスハイスクール (SSH) として，国内の高等学校 26 校を指定した。SSH の取り組みは報道発表によると，

① 学習指導要領によらない教育課程の編成実施等により，高等学校及び中高一貫教育校における理科・数学に重点を置いたカリキュラムの開発,

② 大学や研究機関等と連携し，生徒が大学で授業を受講，大学の教員や研究者が学校で授業を行うなど，関係機関等との連携方策の研究,

③ 論理的思考力，創造性や独創性等を一層高

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部

めるための指導方法等の研究,

④ 科学クラブ等の活動の充実,

⑤ トップクラスの研究者や技術者等との交流, 先端技術との出会い, 全国のスーパーサイエンスハイスクールの生徒相互の交流等,

となっている。この取り組みは評価できるものであるが, ① によるカリキュラム, ② による連携方策, 或いは ③ による指導方法等の確立には期間を要するであろう。我々は, この取り組みにおける ② に注目し, 大学教員と高等学校教員が連携し, 現場の高等学校教員が主体となって授業を行えないかと考えた。大学で学習する内容を取り入れた授業を大学教員と共同開発し, 高等学校教員が通常のカリキュラムの中で行うことによっても, 生徒の興味・関心を高めることができるのではないか。すなわち, 指導内容や方法を慎重に選択することにより, 現在の高等学校における学習内容を越えた内容を高等学校教員が指導することによっても, 理系に適性を有する生徒の数学に対する興味・関心の喚起を促すための有効な手段となるのではないかと考えた。

以上の考えから, 本研究では理系に適性を有する生徒に焦点を当て, 大学で学習する内容を高等学校における通常のカリキュラムの中に取り入れた教科指導のあり方について考察する。考察の対象は, 指導内容及び方法の双方とする。指導内容及び方法を選択する際の指針となる我々の目標について述べる。

(i) 現在の高等学校における学習内容との関わりが実感でき, 通常のカリキュラムにおける授業の延長線上に位置付けられる授業を行う。

(ii) 数学の魅力を感じさせることが出来る内容を伴い, 将来数学を深く学びたいという興味・関心を喚起させるために有効であると思われる授業を行う。

(iii) 高等学校における学習内容を超えた内容に対してはその精選に努め, 高校生が理解可能な内容とする。

これらの目標のもと, 指導内容及び方法を選択して実践を行い, その指導内容及び方法が目標に沿ったものであったかどうかを検証し, 結果として目標の達成度を吟味することが本論文の主旨である。

2. 目標設定の理由

先の節において挙げた３つの目標の設定理由について記述する。

まず, 第１の目標の設定理由について述べる。本考察は, 高等学校教員が自分の勤務する学校において実践する授業の指導内容及び方法についてのものである。また, 教養を高めるための散発的な公開講座としてではなく, 高等学校における通常のカリキュラムの中に位置付けたい。何故なら, 前節の「はじめに」で述べたように, 授業時間数の削減により生徒自身も大学入試対策に追われており, 通常のカリキュラム以外の時間の幾ばくかを拘束して彼らの学習時間を奪うことは現実的に困難だからである。また, 高等学校においてその生徒に授業を行う以上, その学校長, 教員, 生徒の保護者, 及び生徒自身の全てが, 納得できる内容のものでなければならない。よって, 現在の高等学校における学習内容と関わりのある内容で, かつ発展的内容を含んだ授業でなければならない。また, 生徒が現在学習している事柄が発展的内容に関わってくることを感じる際に, 現在学習している内容そのものに興味・関心を持つと考える。

第２の目標の設定理由について述べる。数学には様々な魅力があるが, ここでは我々の考える数学の魅力について論述する。数学の魅力とは, 数学的活動を行っている過程において, 認識した有用性や良さ, 理解した事柄, 得た満足感や達成感などに起因して湧き上がる内的観念であると考える。すなわち, 数学の魅力はそれのみにあるのではなく, 何らかの感得によって 2 次的に個の中に浮かび上がる観念なのである。例えば, 数学が実生活に

有用であると認識した瞬間に数学の魅力を感じる，自分の予想した結論を導き出して満足感を得た瞬間に数学の魅力を感じる，解決方法を試行錯誤の果てに見つけ出し解決して達成感を得た瞬間に数学の魅力を感じる，など様々な場合が考えられる。よって，数学の魅力を生徒に感じさせるためには，何らかの感得の機会が必要であると考える。本実践においては，この感得の種類についてこだわらないこととする。何故なら，我々の考察はいずれかの種類の感得を目指して提案した新教材の有効性に対してではないし，外的活動や内的活動のいずれにしろ，様々な数学的活動において様々な数学の魅力を感じ，どの魅力に対しても数学に好感を持ち，その魅力や好感をもとに興味・関心が喚起されると考えるからである。

最後に，第３の目標の設定理由について述べる。本論文の「はじめに」で述べたが，今回の実践を立案した動機は，高等学校における授業が大学入試対策に重点を置いたものとなり生徒の数学に対する興味・関心が薄れてきていると感じられること，及びそれゆえに数学を学ぶ意欲を高めるための指導が急務である，という高等学校教員達の切実な声に答えたいとの思いからである。そのため，この実践や考察は今後の高等学校における教科指導に生かされることを念頭に考えており，生徒に興味・関心を喚起させたい対象も高等学校における学習内容を主と考えている。また，高等学校における学習内容は，それのみでも生徒の興味・関心を高める内容を含んでいると我々は考えている。よって，大学での学習内容を通常のカリキュラムにおける授業に取り入れたとしても，それを主とするのではなく，高等学校における学習内容を大切にしたいと思っている。高等学校における学習内容を大きく逸脱する内容を扱うことを主眼とするのであれば，文部科学省が提唱する SSH のように大学教員等が主体となって授業を行うのが妥当であろう。以上のことから，本実践の授業において取り入れる大学での学習内容については，十分な検討のもとそれらの精選に努め，実践を行うクラスの生徒の殆どが理解可能な内容とする。

3. 指導内容及び方法

１節で挙げた３つの目標にかなうものの一つとして，今回の指導内容は微分方程式に関連するものとした。岐阜県の大学と高等学校が連携した授業実践の先行研究としては，次のようなものがある。岩井 [2] は，生物のミツバチの巣の表面積を題材にした他教科の内容を活用した実践，２次関数の最大・最小を題材にした問題の提示方法・展開を工夫した実践，曲線に接線を引く歴史的手法を題材にした数学史を取り入れた実践などを行っている。また，渡辺 [6] は，2 次関数の平行移動及び 2 次関数の接線の傾きを題材にした中・高の関連を重視した教材の開発とその実践，地理の地図の図法を題材にした他教科との関連を重視した教材の開発とその実践などを行っている。本実践は，通常のカリキュラムの中に大学で学習する内容を取り入れた授業実践であり，同様の先行研究は，著者が検索したところ県内では行われていないようである。

現行の「数学 III」の積分法は，置換積分法及び部分積分法を中心にした計算に始まり面積や体積などの算出という応用段階へ展開されていく。微分方程式は簡易なものに限れば，過去においては高等学校で扱われていた内容でもあり,「数学 III」で扱う基本的な不定積分の計算を学習すれば，高校生にも十分に理解可能なものである。従って，既習の不定積分の学習内容を用いて簡易な微分方程式の解を求めることが可能であり，これらを取り入れた授業は，現在の高等学校における学習内容との関わりが実感でき，通常のカリキュラムにおける授業の延長線上に位置付けられるものであると言える。

微分方程式の指導内容は，非線形常微分方程式の簡易なものとして，変数分離形及び同次形について紹介するにとどめる。これらの解法を説明した後，演習問題に取り組ませる。そして，第１段階として身近な社会現象への微分方程式の適用例を示す。一般的な物理法則に則って構築されたモデルに従って微分方程式を作成し，得られた解をグラフを描くことにより考察させる。この段階では解の吟味は行わず，社会現象への適用例を示すにとどめる。第２段階として，解が適切であるかどうか考えやすい現象へ適用例を示し，解の吟味を行い，それが不適切である場合には，モデルの再構築が必要であることにも触れる。また，直接モデル構築を行うことはしないが，モデル構築の重要性を伝えることとする。ここでは、数学が身近な社会現象に適用できることを理解させることにより，数学の有用性を認識し，数学の魅力が伝えられることを目指す。これにより，数学に対する興味・関心を喚起できると考える。

本時の内容においては学習時間を考慮し，与えられたモデルから微分方程式を作成すること，及びそれらを解くことに重点を置く。モデル構築の過程も味あわせたいが，内容を精選する意味からも，それは省略する。また，扱う方程式も高校生が既習の内容を直接用いて解けるものに限定し，難しさを感じさせず，高校生の理解可能な内容とすることを心がける。

4. 授業のねらい

以下のことを授業のねらいとした。

(1) 簡易な微分方程式の解法を理解させる。

(2) 数学が身近な実生活に有効なものであることを実感させる。

(3) 微分方程式により未来予測（現象の解析）が可能であることを実感させ，その予測の過程を体験させる。

(1) については，常微分方程式の代表的な解法である変数分離形及び同次形について理解させることをねらいとしている。

(2) については，ニュートンの冷却法則に基づくコーヒーの温度変化，及びロジスティック方程式で表現される細菌の繁殖という問題への微分方程式の適用例を示すことによって，数学が身近な実生活に有効なものであることを実感させることをねらいとしている。

(3) については，(2) で扱った問題を通して微分方程式によって現象の解析が可能になること，及び細菌の繁殖の問題で触れるように抑止ファクターを考慮するなどして時としてモデルの修正が必要となることを理解させることをねらいとしている。

(1) については，数学的内容の理解であるが，高等学校で行われる授業であるから，解法の理解を基本的なねらいとしたい。また，(2) と (3) については，将来数学を深く学びたいという興味・関心の喚起に大きな役割を果たすものと考える。

5. 授業の指導案及び実践

以下の授業日時，及び指導対象で授業実践を行った。

授業日時	平成 14 年 12 月 13 日 (金)
指導対象	岐阜大学教育学部数学教育講座 １年生を中心とし，学生数 20 名
指 導 者	羽賀　均

本来は，この試みは高等学校の教育現場で実践する計画であったが，今回岐阜大学教育学部数学教育講座の１年生に指導する機会に恵まれたので，指導する対象は異なっている。高等学校理系クラスで学ぶ３年生と大学で学ぶ教育学部数学教育講座１年生とでは，数学理解のための発達段階や数学に対する学習意欲に多少の差があることは予測される事実であり，今回得られた教育効果をそのまま高校生に期待するのは，若干無理があるかもしれない。しかし，彼らは３年生後期に微分方程式を学習する予定であり，この段階では微分方程式については全く学習していないのは，

高校生と同じ状況である。

次に示す指導案で授業の展開を行った。今回の指導案は，高校生を対象に準備したものを若干修正したものである。これは，授業の時間的制約が５０分と９０分とで大きく異なるためである。微分方程式の解法に同次形を含めたこと，微分方程式の実際としてコーヒーの温度変化を含めたことが修正内容である。

指導案における例示は，理解を助けるために教師主導で行う例題であり，演習は，生徒主導で行う練習問題である。また，例示及び演習の場面において，[指導] が教師の指導する要点を，[学習] が教師の説明を受けて生徒が個々に行う計算などを表している。高校生を対象に指導することを鑑みて，以下の点を考慮して指導案を作成した。１階微分方程式の変数分離形及び同次形のみを扱い，任意定数を用いて表された解をそれらの微分方程式の一般解と呼ぶことにし，初期条件によって定数の定まった特殊解をそれらの微分方程式の解と呼ぶことにする。なお，特殊解などの説明は省いても問題がないと思われるので省略し，必要最小限の説明にとどめる。また，変数分離形の解を求める計算過程において，分母が 0 となる場合分けについては，恒等的に関数が 0 になる場合とならない場合とで場合分けを行い，関数の零点における場合分けについては考慮から外すこととする。さらに，dy/dx を分数のように形式的に扱うことは，「数学 III」では置換積分法においてそれとなく指導されている。たしかに，きちんとした説明もなく dy/dx を分数のように形式的に扱うことは問題であるが，細かな説明を行って逆に混乱を招くこともありえるとの思いから，既習事項であるとの前提で深くは触れず，それを用いることとした。

指導案

段 階	指導内容 ([指導]) 及び学習内容 ([学習])	指導上の留意点及び ○ $\boxed{\text{評価}}$
導 入 5 分	**・微分方程式の基本** [指導] 微分方程式の意味などを理解させる いくつかの変数とその導関数との間の方程式の形で表現された関係を微分方程式といい，その未知関数を解，未知関数を求めることを微分方程式を解くという 例示 $dy/dx = 4x + 3$，$x = 0$ で $y = 1$:初期条件という $y = 2x^2 + 3x + C$，C : 任意定数という $x = 0$ で $C = y = 1$　すなわち，初期条件から定数 C が定まり　$\therefore y = 2x^2 + 3x + 1$ このように，任意定数を含む解を微分方程式の一般解という [学習] $dy/dx = 4x + 3$ を満たす未知関数を求める	・説明を聞き、理解・考察する場面とノートを板書する場面を区分けさせる (全般) ・y は x の関数であり，求めたい未知関数であることを説明する ○ $\boxed{\text{知識・理解}}$ 多項式の原始関数の算出方法を理解している ・原始関数を求めることは

段 階	指導内容 ([指導]) 及び学習内容 ([学習])	指導上の留意点及び ○ $\boxed{\text{評価}}$
		既習事項である
展 開 80 分	**・変数分離形の解法** [指導] 要点を確認しながら変数分離形の解法を理解させる 例示 $dy/dx - y = 0$，$x = 0$ で $y = 3$ $y = C_1 e^x$ $\cdots$ 一般解 $x = 0$ で $C_1 = y = 3$ $\quad \therefore y = 3e^x$ [学習] $\int dy/y$，$\int dx$ を求める **・変数分離形の解法（同次形）** [指導] 要点を確認しながら同次形の解法を理解させる 例示 $dy/dx = (2x - y)/x \ \ (x \neq 0)$，$x = 1$ で $y = 2$ $dy/dx = (2x - y)/x = 2 - y/x = 2 - u$ ここで，$u = y/x$ とおいた $y = ux$ の両辺を x で微分して $dy/dx = du/dx \cdot x + u$ より，dy/dx を消去して $2 - u = du/dx \cdot x + u$ よって， $du/(1 - u) = 2dx/x$ より， $-\log(1 - u) = \log x^2 + C$，$u = y/x$ を代入して $y = x - C_1/x$ $\cdots$ 一般解 $x = 1$ で $1 - C_1 = y = 2$ $\therefore y = x + 1/x$ [学習] $y = ux$ の導関数を求める [学習] $\int du/(1-u) = 2\int dx/x$ を変形する	 ・$y \equiv 0$ と $y \not\equiv 0$ について場合分けする ・一般解をもとの式に代入して検算する ○ $\boxed{\text{知識・理解}}$ 変数分離形の解法を理解できる ・u を x の関数と考える ○ $\boxed{\text{知識・理解}}$ $y = ux$ の導関数が算出できる ・$u \equiv 1$ と $u \not\equiv 1$ について場合分けする ○ $\boxed{\text{知識・理解}}$ 変数分離形の解法を理解できる

段 階	指導内容 ([指導]) 及び学習内容 ([学習])	指導上の留意点及び ○ $\boxed{\text{評価}}$
	問題演習 1) $dy/dx = e^{x-y}$，$x = 1$ で $y = 0$ 2) $dy/dx = (3x - y)/(x + y)$，$x = 0$ で $y = 1$ [指導] 机間指導により理解状況を確認する	○ $\boxed{\text{知識・理解}}$ 変数分離形（同次形を含む）の解法が理解できる
	・微分方程式の実際（コーヒーの温度変化） 演習 「ある物体の温度が y 度であるとし，これを気温 p 度 (一定) の大気中に置くと，時刻 x における y の変化率は，外気温度との差に比例する」… Newton の冷却法則が成り立っていると考えてみる [指導] 要点を確認しながら解法を板書する $dy/dx = -k(y - p)$ k：正の定数 ここでは，問題の意味を説明し比例定数が負であることについて触れる $y = p + Ce^{-kx}$ 初期条件 $x = 0, y = p_0$ より $y = p + (p_0 - p)e^{-kx}$ [学習] 法則から $dy/dx = -k(y - p)$ k :正の定数をつくる [学習] $dy/dx = -k(y - p)$ を変数分離形により解く [学習] 教師が描いたグラフをもとに物体の温度が時刻とともに減少し，外気温に収束していくことを理解する	○ $\boxed{\text{関心・意欲・態度}}$ 身近な問題に数学が利用できることに関心をもつことができる ○ $\boxed{\text{数学的な考え方}}$ 数学が利用できる状況であることに気づくことができる ○ $\boxed{\text{表現・処理}}$ 法則から $dy/dx = -k(y - p)$ が作成できる ○ $\boxed{\text{知識・理解}}$ 解 $y = p + (p_0 - p)e^{-kx}$ のグラフの概形が教師の提示したものとなることが理解できる ・解の値は $x \to \infty$ のとき外気温に収束することを示している ○ $\boxed{\text{関心・意欲・態度}}$ 解が現実の現象に適合していることに関心をもつことができる
	・微分方程式の実際（細菌の繁殖） 演習 時刻 x 時における細菌の量を y g とし，この細菌の時刻 0 における量を 1 g とする。細菌の増加率	○ $\boxed{\text{関心・意欲・態度}}$ 身近な問題に数学が利用できることに関心をもつことができる

段 階	指導内容 ([指導]) 及び学習内容 ([学習])	指導上の留意点及び ○ 評価
	を 0.5 とすると時刻 x に対する y の変化率は 増加率×細菌の量となると考えてみる。 [指導] 要点を確認しながら解法を板書する $dy/dx = 0.5y$，$y = Ce^{0.5x}$ 初期条件 $x = 0$，$y = 1$ より $y = e^{0.5x}$	○ 数学的な考え方 数学が利用できる状況であることに気づくことができる
	[学習] 法則から $dy/dx = 0.5y$ をつくる	○ 表現・処理 法則から $dy/dx = 0.5y$ が作成できる
	[学習] $dy/dx = 0.5y$ を変数分離形により解く [指導] 1 日後や 1 週間後の場合の y の値を示す 1 日後では 163 kg 1 週間後では約 3×10^{30} t	
	[学習] 現実の現象に適合していないことを確認する	・1 週間の場合，地球より重くなる ○ 数学的な考え方 モデルが不適切であったことが理解できる
	モデルの修正 現実には細菌は限られたスペースで増殖するので細菌の量が増えて密度が高くなると増加率が抑えられる。そのスペースに存在することのできる細菌の最大量を仮に 4 g とすると，残ったスペースの全体に対する比率は，$(4-y)/4 = 1 - y/4$ である。時刻 x における y の変化率は，修正前の式にこの比率をかけたものとなると考えてみる。 [指導] 要点を確認しながら解法を板書する	○ 数学的な考え方 モデルが適切でない場合は再度モデルを作り直す必要があることが理解できる ・微分方程式ではときとしてモデルの修正が必要である
	$dy/dx = 0.5y(1-y/4)$，$y/(y/4-1) = Ce^{0.5x}$ 初期条件 $x = 0$，$y = 1$ より $y/(y/4-1) = -4/3e^{0.5x}$	・ロジスティック方程式と呼ばれる
	$\therefore\ y = 4/(3e^{-0.5x}+1)$，$x = 24$ h とすると $y \fallingdotseq 4$ g	・ロジスティック曲線と呼ばれる
	[学習] 修正モデルから $dy/dx = 0.5y(1-y/4)$ をつくる [学習] $dy/dx = 0.5y(1-y/4)$ を変数分離形により解く [指導] 解のグラフを描く	○ 表現・処理 修正モデルから $dy/dx = 0.5y(1-y/4)$ が作成できる

段 階	指導内容 ([指導]) 及び学習内容 ([学習])	指導上の留意点及び ○ $\boxed{\text{評価}}$
	[学習] 教師が描いたグラフをもとに細菌の量が時刻とともに増加し，4 g に収束していくことを理解する	○ $\boxed{\text{知識・理解}}$ 解 $y = 4/(3e^{-0.5x} + 1)$ のグラフの概形が教師の提示したものとなることが理解できる ・解の値は $x \to \infty$ のとき 4 に収束することを示している ○ $\boxed{\text{関心・意欲・態度}}$ 解が現実の現象に適合していることに関心をもつことができる
整 理 5 分	**・微分方程式の解法の確認** [指導] 本時で扱ったように，数学が実生活において利用されていることを説明する **・次時の予定**	・質問の有無を確認する

6. Check-Sheet の結果

今回分析に使用した Check-Sheet，及びその回答の結果を以下に示す。内容は,「本時の授業内容に関する具体的項目」についての１３の質問と「本時の授業内容に関する全般的項目」についての４つの質問で構成されている。各質問項目は，３段階評価で回答を求めるものであり，３が肯定的評価，１が否定的評価，そして２が１と３の中間的評価となっている。Check-Sheet の回収数は２０であり，回答の割合が%で表示されている。

［本時の授業内容に関する具体的項目］

Q 1) 微分方程式の意味が理解できたか。

3	2	1
70	30	0
平均		2.7

Q 2) 演習問題 1) $dy/dx = e^{x-y}$, $x = 1$ で $y = 0$ は解けたか。

3	2	1
80	15	5
平均		2.8

Q 3) 演習問題 2) $dy/dx = (3x - y)/(x + y)$, $x = 0$ で $y = 1$ は解けたか。

3	2	1
45	45	10
平均		2.4

Q 4) コーヒーの温度変化の方程式 $dx/dt = -k(x - p)$　k:正の定数は作成できたか。

3	2	1
20	40	40
平均		1.8

Q 5) コーヒーの温度変化の方程式 $dx/dt = -k(x - p)$　k:正の定数は解けたか。

3	2	1
40	40	20
平均		2.2

Q 6) 微分方程式によりコーヒーの温度変化が表現できることについて興味・関心を抱いたか。

3	2	1
50	45	5
平均		2.5

Q 7) 細菌の繁殖の方程式 $dy/dt = 0.5y$ は作成できたか。

3	2	1
55	15	30
平均		2.3

Q 8) 細菌の繁殖の方程式 $dy/dt = 0.5y$ は解けたか。

3	2	1
65	20	15
平均		2.5

Q 9) 細菌の繁殖の方程式 (修正) $dy/dt = 0.5y(1 - y/4)$ は作成できたか。

3	2	1
35	15	50
平均		1.9

Q10) 細菌の繁殖の方程式 (修正) $dy/dt = 0.5y(1 - y/4)$ は解けたか。

3	2	1
35	45	20
平均		2.2

Q11) 微分方程式により細菌の繁殖が表現できることについて興味・関心を抱いたか。

3	2	1
40	55	5
平均		2.4

Q12) 微分方程式の学習を通して数学が身近な実生活に有効であることを実感できたか。

3	2	1
35	55	10
平均		2.3

Q13) 微分方程式が未来予測を可能にすることについて興味・関心を抱いたか。

3	2	1
50	50	0
平均		2.5

［本時の授業内容に関する全般的項目］

Q14) 内容に興味・関心がもてたか。

3	2	1
60	40	0
平均		2.6

Q15) 内容の難易度は適切であったか。

3	2	1
50	45	5
平均		2.5

Q16) 例及び演習問題は理解に役だったか。

3	2	1
75	20	5
平均		2.7

Q17) 本時の内容について感想を述べよ（記述式回答)。

・この授業を通して，数学が日常生活に活用できることを知り，興味・関心がもてた。
・数学が日常生活にどう役立っているいるかを知ることができて，学習意欲が湧き理解も深まった。
・微分積分法に対する視野が広まった。
・説明，例題が有効であり分かり易かった。
・ノートをとる場面，説明を聞く場面が明確であり，分かり易い授業スピードであった。
・同次形の解法について，その置き換えの巧さに感心した。
・説明が丁寧すぎる場面もあり，もう少し深入りした内容も聞きたかった。
・何とか理解できたが，高校生を対象にして行う場合，難しく感じる。

7. 分析及び考察

今回の Check-Sheet の回答結果から，個々に授業のねらいが達成されているか否かを分析してみる。

最初のねらい (1) についての分析を行う。Q2 と Q3 の回答をみると常微分方程式の代表的な解法である変数分離形については理解されているが，同次形については十分には理解されていないと分析できる。指導案にもあるように先ず代表的な２つの例題について解法の手順を説明するところから展開したわけであるが，同次形については例題に比べて演習問題の処理が煩雑であったことが原因と考えられる。また，変数分離形についても場合分けの要素が入ってくると煩雑さが増し，Q5, Q8，Q10 の回答をみてもわかるように，その処理に戸惑いがみられる。

次に (2) についての分析を行う。Q12 の回答をみると数学が身近な実生活に有効なものであることが，十分には実感させられなかったと分析できる。その具体的質問項目である Q6 と Q11 の回答からも同様の分析ができる。ややもすると大学における数学は，抽象性が高いため実生活との結びつきは実感しづらいものである。このような状況下で学生は，数学を学ぶ意味を切実に求めているのかもしれない。この点は，Q17 に対する回答からも伺い知ることができる。なかなか数学の魅力を伝えることは難しいのであるが，我々はもっとこの魅力を積極的な姿勢で伝えていく必要があろう。様々な実生活において数学の有効性を実感させることは，この目標達成のための有効手段になると考える。

最後のねらい (3) については，Q13 の回答をみると，微分方程式により未来予測（現象の解析）が可能であることに興味・関心を抱かせること，及びその予測の過程を体験させることが，十分には達成できなかったと分析できる。また，Q4 と Q9 によれば，モデルから微分方程式を作成することに対する評価が低く，気になるところである。一般にモデルから正しく微分方程式を作成することは文章を式化することであり，難しい部分であることが推察できる。

具体的項目に関する回答によれば，授業のねらいである (1)，(2)，(3) については十分とは言えない達成度であるが，全般的評価項目として Q14 によれば，この実践の目的はほぼ達成できたと判断できる。しかし，Q15 によればその難易度は必ずしも適切でなかったと反省する点である。指導内容及び方法を選択する際の指針となる目標の１つに，高校生が理解可能な内容とすることが大前提にある。内容理解の評価の高くなかった同次形の問題を省くことや，より平易な変数分離形の問題を扱うことなどにより，指導内容の見直しが必要である。

授業のねらいの (2) と (3) は，将来数学を深く学びたいという興味･関心を喚起させる目標につながる主要な部分であり，この達成度が十分なものではなかったことの原因を考察せねばならない。まず，Q15 に表れている難易度の問題である。本実践では少々計算量が多く，計算することに意識がとらわれていた印象がある。先にも述べたが，内容を見直し計算にあまり時間をかけずに，数学と社会現象との関わりを実感できる場面を増やす方策を考えねばならないと感じた。また，微分方程式の学習の醍醐味でもあるモデル構築の過程を省いたのが，原因の１つではないかと考えられる。指導案にもあるようにモデル構築の重要性を伝えるために，細菌の繁殖という問題への微分方程式の適用例の場面で，モデル構築が不適切である場合には，モデルの再構築が必要であることには触れた。しかし，この部分の説明時間が少なくかつ適切なものではなかったことも原因として考えられる。もっとも直接モデル構築を行うことはせずに，モデル構築の重要性を伝えることには無理があるのかもしれない。そうであるとすれば，微

分方程式のモデル構築を扱った次回の授業実践につなげていかなければならない。

最後に，今回の対象は数学を得意としている学生であり，今回得られた評価がそのまま高校生からも得られるとは考えない方がよいという側面にも留意する必要がある。実際，高校生と比べると，彼らは演習問題を最後まで自力で解こうとする意欲が高く，高校生を対象にした授業では見られない向学心を感じた。

8. 今後の課題

今回の指導内容である微分方程式は，数学が身近な社会現象に有効利用できるものであり，数学に対する興味・関心の喚起を図るためには適切な指導内容となりえるものであった。今回扱った内容以外にも，同程度に数学に対する興味・関心の喚起を図るための適切さを有した指導内容があるのではないかと考える。現在のところ，第１著者と第２著者は，数学に関する興味・関心の喚起を図る指導内容及び方法の研究を共同で行っている。内容は，高等学校の「数学III」と大学の「微分積分学」の連携に限定したものであり，８つの指導案を作成完了している。今回の実践の分析及び考察では，概ね目的は達成できたと考えるが十分に満足がいくまでは成果を収められなかったという結論であるがために，一層の指導内容及び方法についての練り直しが必要である。

また，この実践は理系に適性を有する高校生に有効であるものとして行った。これは，能力に応じたメニューを提供すべきであると考えているからである。勿論，世の中には，数学に限ったものだけでなくいろいろな尺度で測れるものさしがあるべきであり，個々は多くのものさしがあってこそ生き生きと充実感を伴って生活できるものであると考える。微力ながら，将来数学を学びたいと感じる高校生の意欲をかきたてられるよう自己研鑽に努めたい。

引用・参考文献

[1] 石黒一男・小林一章・上見練太郎・勝股　修, 1985，基礎課程微分積分学，共立出版株式会社.

[2] 岩井浩光, 2001，高等学校における数学的活動に関する一考察，岐阜大学大学院　教育学研究科　教科教育専攻　数学教育専修　学位論文.

[3] 全国高等学校数学担当指導主事会, 1944，高等学校数学指導資料，みずうみ書房.

[4] 野崎昭弘・何森　仁・伊藤潤一・小沢健一, 2001，微分積分の意味がわかる，ベレ出版.

[5] 渡辺　茂, 1979，生活のなかの数学，日科技連出版社.

[6] 渡辺昌文, 2000，高等学校数学における関数指導に関する一考察，岐阜大学大学院　教育学研究科　教科教育専攻　数学教育専修　学位論文.