

## テニスのサーブを題材とする1次関数の活用

後藤弘樹<sup>1</sup>，愛木豊彦<sup>1</sup>

日常の中にある問題を数学を使って解決することで、生徒がより数学を身近に感じ、意欲的に学習に取り組めるのではないかと考えた。そこで今回は、スポーツに関連する問題に対し、自分たちで座標軸を定め、1次関数を利用して解決する教材の開発を試みた。本稿では、中学2年生を対象として実践した内容及び考察について報告する。

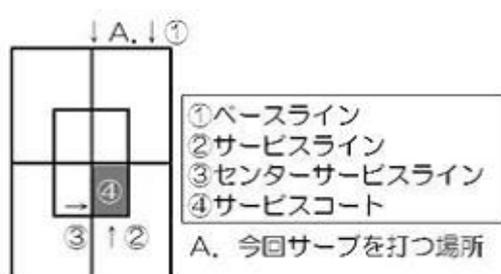
<キーワード> 1次関数，テニス，サーブ，相似

### 1. はじめに

現在、1次関数の単元で現象を取り扱う場合、速度や水かさ、ばねののびなどのように、測定して得られる数量をそのまま関数の変数とする場合が多い。それらの内容に加えて、現実場面に対して自分たちで座標軸を定められるようになれば、関数の表現や処理の能力が高められると考えた。そしてこのことは、学習指導要領 [1] の目標にある「数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し」の実現につながる。

そこで題材として選んだのがテニスのサーブである。次節で題材、問題の解決方法、授業展開、3節で実践結果、4節で授業に関する考察、最後に今後の課題について述べる。

また、本論文で用いるテニスコートの各部分の名称を図1で示す。

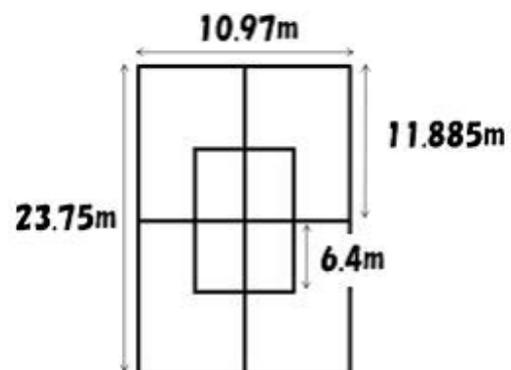


(図1)

### 2. 授業の概要

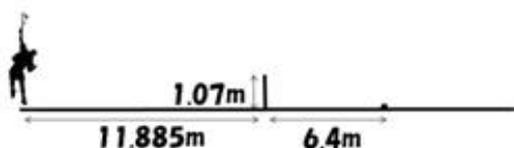
#### 2.1. 題材について

本論文で紹介する授業の題材は、テニスのサーブである。具体的には「まっすぐに打ったサーブがサービスコートに入るためには、どの高さからサーブを打てばよいのか」という問題を考察する。ここで、ボールの受ける空気抵抗および重力はないものとして考える。つまりボールは等速直線運動をするものとみなす。また、サーブはベースライン中央(図1のA)からセンターサービスライン上へと打つものとする。下の図2、図3で、コートの友規則 [2] によって決められたテニスコートの大きさを示している。図2はテニスコートを真上から、図3は真横から見た図である。



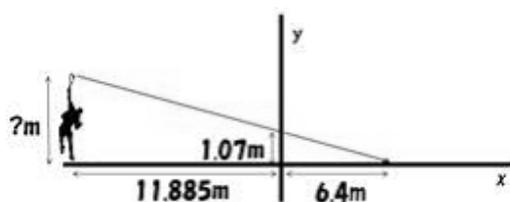
(図2)

<sup>1</sup>岐阜大学教育学部



(図3)

サーブしたボールは図3のサービスラインとネット上端とを結んだ直線(図4)を通るものとする。以上の仮定の下で、問題(1)「ベースライン上では、どの高さからサーブを打てば、サービスコートに入るか」を考える。



(図4)

図4のように、 $x$ 軸を地面上に、 $y$ 軸はネットを通るようにとる。このとき、サービスラインとネット上端とを結んだ直線の式は

$$y = -\frac{1.07}{6.4}x + 1.07$$

である。サーブの高さを求めるために、この式に  $x = -11.885$  を代入すると、

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1.07}{6.4}(-11.885) + 1.07 \\ &= 3.05200781. \end{aligned}$$

これから、約3mの高さからサーブを打つと、サービスライン上にボールが落ちることが分かる。

ここまでの考察において、2つの数学的見方・考え方を使っている。1つ目は単純化である。サーブの打つ場所、サーブを入れる場所を限定した。

2つ目は理想化である。この教材では、ボールの受ける空気抵抗および重力はないものとしている。この理想化により、サーブの通るコースを直線として考えることができる。

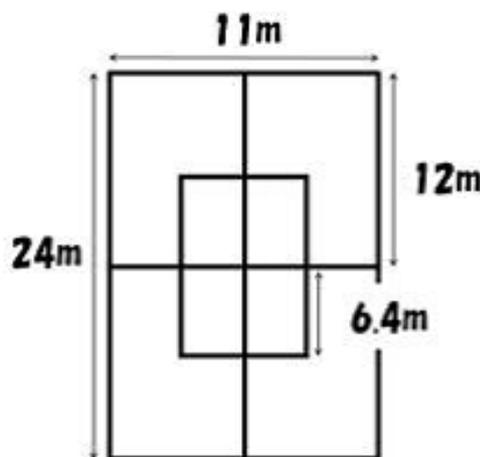
従って、これら2つの数学的見方、考え方の良さを生徒に伝えることもできると考え、これを題材とすることにした。

以上の内容をもとに、授業案を考えた。その展開は2.2節で示す。そこで示すように、授業の冒頭で、打ったサーブがサービスコートに入らない様子を動画で見せる。この導入から始まるという授業の流れを考慮して、生徒に示す問題を、次の問題(2)に変更した。

問題(2)「2.4mの高さからまっすぐに打ったサーブはサービスコートに入るだろうか」

ここで、2.4mというのは、授業者がサーブを打つときの打点の高さである。

さらに生徒が簡単に計算できるように、テニスコートの各部分の長さは図5で示したものをを用いることにする。また、ネットの高さは地表から最低点までの高さが0.914m、最高点までの高さは1.07mと実際には一定ではないが、おおよそ1mとした。



(図5)

## 2.2. 授業の展開

### (1) 問題提示

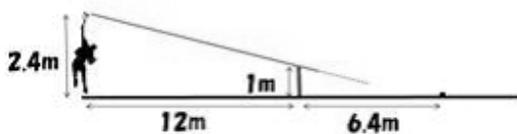
まず授業者自身がサーブを打っている様子を動画で見せる。動画は2種類あり、1つは全力で打ったまっすぐに進むサービスコートに入らないサーブの動画、もう1つはゆるく打った山なりに進むサービスコートに入るサーブの動画である。

この2つの動画から、なぜ1つ目の動画のようなまっすぐ進むサーブは入らないのか、またそのサーブをサービスコートに入れることができるのかという問題を生徒に示す。

### (2) 課題設定

テニスコートを横から見た図(図6)を提示する。ここでサーブがサービスコートに入るか否かを判断するには、サーブの打点とネット上端を結んだ直線と地面との交点がサービスコート内に入るかどうかを判定すればよいことを確認する。そして「2.4mの高さからまっすぐに打ったサーブはサービスコートに入るのか、1次関数を使って考えよう。」という課題を設定する。

また、座標軸の取り方は難しいので、コートを横から見た図において、 $x$ 軸を地面、 $y$ 軸はネットを通るようにとることを、クラス全体で確認する。



(図6)

### (3) 課題追究

学習プリント(資料1)を活用しながら個人追究を行う。直線の傾きを求める際に、分数の分子に小数が含まれている点を、机間指導では特に注意する。また、自力では見通しが持てない生徒のために、1次関数の式を求め、サーブが着地する位置の座標を得るまでの手順をまとめたヒントカード(資料2)を用意した。

### (4) 意見交流・まとめ

個人追究したことを全体で交流する。

サーブの打点とネット上端を結んだ直線の式を求め、その直線と $x$ 軸との交点の座標を求める。その値がネットからサーブの着地点までの長さである。この値から、2.4mの高さで打ったサーブはサービスコートに入らない

ことをクラス全員で理解する。

問題は解決したものの、「どの高さからサーブを打てば、まっすぐ打ったサーブが入るのだろうか。」という疑問をもつ生徒がいるかもしれないと考えた。そこで本授業の評価問題として、問題(1)「どの高さからサーブを打てば、速い球のサーブが入るのだろうか。」に取り組む(資料1)。

### 2.3. 授業のねらい

これまで述べてきたことから、本授業のねらいを以下の3点とした。

- 今までに学習したことを用いて、課題を解決することができる。
- 課題解決により、1次関数を利用することの有用性を実感することができる。
- 今まで以上に数学を身近に感じ、今後にかかしていこうと考えることができる。

## 3. 実践結果

以下のとおり実践を行った。

場所：岐阜県岐阜市立青山中学校

日程：平成21年12月21日

参加生徒：選択数学の2年生29人

### (1) 問題提示～課題設定について

授業者が打ったサーブの1つ目の動画を見せ、「なぜサーブは入らないのだろうか。」と問いかけると、生徒から「もっと練習が必要だ。」、「根性が足りない。」などの声があった。そこで2つ目の動画を見せたところ、打ち方によってはサービスコートに入ることを理解した様子だった。もう1度1つ目の動画を見せ、2.4mの高さから力いっぱい打ったサーブはサービスコートに入るのか。」と問いかけると、考え込んだり、「入る。」、「入らない。」といった声が聞こえたりと、興味を持っている様子だった。

そして、力いっぱい打ったサーブの球の通る道すじは直線とみなすことをクラス全体で確認した。また、「直線」というキーワードから今までに学習した内容から何か用いることの

できそうな考え方はないか。」と問いかけたところ、「1次関数」という意見があったので、全体で座標軸の取り方を確認し、課題を設定した。

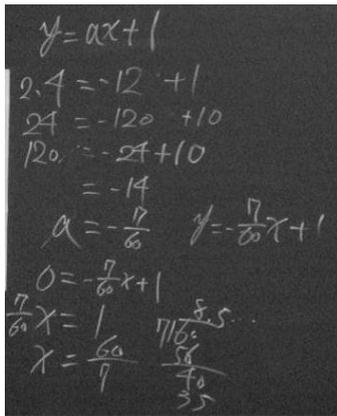
(2) 課題追究について

課題追究に入ったとき、何から取り掛かれればよいのか戸惑う生徒も見られた。このような生徒にはヒントカードを配布し、課題解決の過程を把握できるようにした。

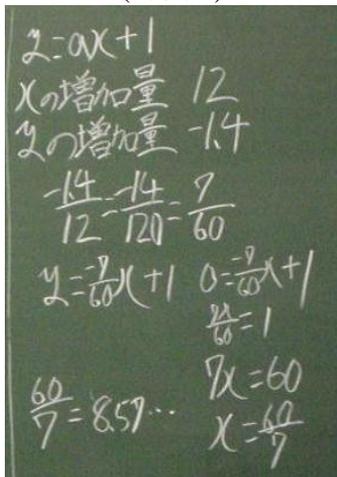
(3) 全体交流について

サーブがサービスコートに入る可能性があるかどうかについて交流した。

直線の傾きを、一般式  $y = ax + b$  に通る点の座標を代入して求めた生徒(写真1)と、1次関数の変化の割合は常に等しいという性質から導き出した生徒(写真2)の2人に発表してもらった。全員がこのどちらかの方法でサーブが入るかどうかを判断できていた。



(写真1)



(写真2)

4. 授業に対する考察

授業後に実施したアンケートの回答の一部を紹介する。

① これまで学習してきたことの中で、今日の授業で用いたことを書いてください。

1次関数、変化の割合、グラフ、文字、代入、正の数・負の数

② 授業で扱ったテニスのサーブ以外に、どのような場面で1次関数が活用できると思いますか。

- ・野球のピッチャーが投げる球
- ・サッカー
- ・バトミントン
- ・バレーボール
- ・卓球
- ・バスケットボール
- ・線香

③ 今日の授業を振り返って

・2.4mの高さからは入らないことが分かって楽しかった。

・スポーツの問題も数学で求めることができることがわかった。

・テニスのサーブにも1次関数で考えることができるので驚いた。

・身の回りのことも1次関数で示せるのがびっくりした。

・1次関数を使えばいろいろと役立つことが分かった。

・他にも1次関数を使えることを調べてみたいと思いました。

・今まで1次関数はあまり使うときがないし、難しいと思っていたけど、今日の授業で身近なところで1次関数を使える場面があるのだと分かりました。

次に、本授業のねらいの達成度について考察する。

(a) 今までに学習したことを用いて、課題を解決することができる。

学習プリントの集計結果から29人全員が今回の条件下ではサーブは「入らない」と回答していた。また授業後アンケートの「①これまで学習してきたことの中で、今日の授業で用いたことを書いてください。」という質問に対し、「1次関数」「正の数・負の数」などの回答が多かった。従って、このねらいは十分達成できたと考える。

(b) 課題解決により、1次関数を利用することの有用性を実感することができる。

授業後アンケートの「③今日の授業を振り返って。」という質問に対し、「スポーツの問題も数学で求めることができることがわかった。」「テニスのサーブにも1次関数で考えることができるので驚いた。」「1次関数を使えばいろいろと役立つことが分かった。」といった回答が得られた。授業の中でも「なるほど、こうすればできるのか。」と話し合いながら進めている生徒たちも見られた。これらのことから、このねらいは十分達成できたと考える。

(c) 今まで以上に数学を身近に感じ、今後にかかしていこうと考えることができる。

授業後アンケートの「③今日の授業を振り返って。」という質問に対し、「身の回りのことも1次関数で示せるのがびっくりした。」「1次関数が身近に使われていることがわかった。」「他にも1次関数が見えることを調べてみたいと思いました。」といった回答が得られた。また、授業後アンケートの「②授業で扱ったテニスのサーブ以外に、どのような場面で1次関数が活用できると思いますか。」という質問に対し、「野球のピッチャーが投げる球」や「サッカー」といった、今回のように理想化、単純化をして考えることで問題解決できるような事例を挙げている生徒もいた。しかし、「バトミントン」「バレーボール」「卓球」「バスケットボール」など重力を無視してしまうと理論的に成り立たなくなってしまう、つまり、1次関数が適用できない事例も多

く挙げられていた。受講生徒が中学2年生であったため、 $y = ax^2$ の学習をしていないことも原因の1つであったと考えられる。1次関数を今後にかかすという点から判断すれば、ねらいは十分に達成できたとは言えない。

## 5. 今後の課題

今回は授業者が座標軸を設定したが、実はこの活動が最も重要である。この活動を中学生が主体的に取り組めるような授業展開になるようにしたい。

また、「ボールの進むコースを直線とみなすことで解決することができた。」ということを生徒が十分に理解できていないと考える。よって、単純化の説明も工夫する必要がある。

本論文で示した内容は、中学3年生で学習する相似の単元でも取り上げることが可能である。この内容を1次関数、相似の単元で取り扱ったときの長所として考えられるものをそれぞれ示す。

### i) 1次関数で扱ったときの長所

- ・座標軸を自分たちで設定する活動を取り入れることができる。

- ・1次関数から2次関数へといった、次のモデルへのつながりを感じさせることができる。

### ii) 相似で扱ったときの長所

- ・計算や考え方が簡単なので、生徒たちが自主的に考えを進めることができる。

それぞれの長所を生かして、どちらの単元でも実践できるよう考えていきたい。

さらに新たな教材の開発も課題の1つである。アンケートの中に「野球で、球をまっすぐ投げたときにピッチャーがストライクをとるための手元の角度」など面白い発想もあったので、それを生かせるような教材も考えていきたい。

## 引用文献

[1] 文部科学省, 2008, 中学校学習指導要領

解説数学編，教育出版株式会社。 ス協会.

[2] 姫井義也，2005，コートの子，日本テニ

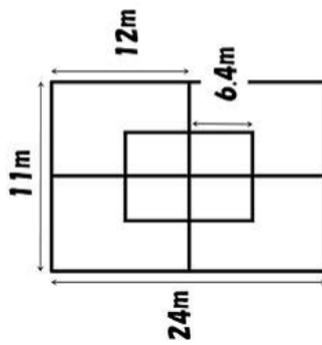
(資料1)

# High!!何m??

2年 組 名簿

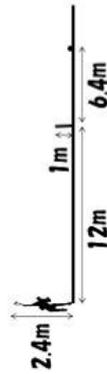
**問題** まっすぐに打ったサーブについて考えよう。

テニスコートの大きさ



2.4mの高さから打ったサーブは入るだろうか??

コートを手前から見ると...



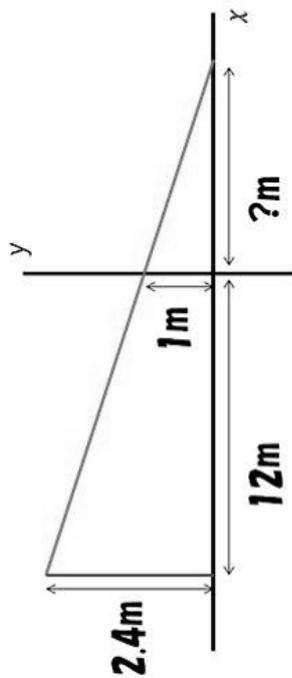
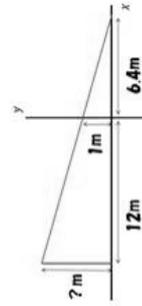
**課題** 2.4mの高さからまっすぐに打ったサーブは、サービスコートに入るのか、1次関数を使って考えよう。

高さ2.4mから打ったサーブはサービスコートに...

入る or 入らない

※どちらかを答えよう!!

**評価問題** 何mの高さからサーブを打てば、サービスコートに入るだろうか。

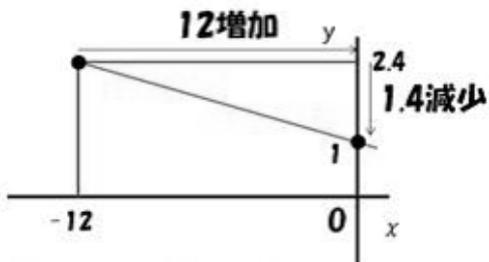


(資料2)

# High!!何m?? High!!何m??

2年 組 名前 \_\_\_\_\_

<ヒントカード>



上の緑色で表された1次関数は、2点、  
(0, 1)、(-12, 2.4) を通る直線である。

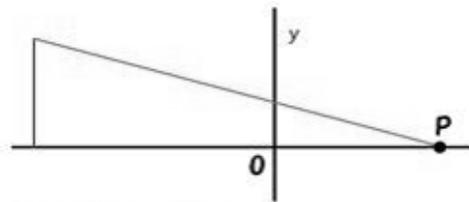
切片は、y軸との交点を見ればよいので…

傾き(変化の割合)は

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

と表されるので…

よって1次関数の式は



点Pの座標が分かれば、  
ネットからボールが落ちるところまでの  
長さが分かるね!!

点Pのy座標は0なので  
1次関数の式にy=0を代入すると…

よって点Pの座標は… (      ,      )

以上より、ネットからボールが落ちるところま  
での長さは…

 m

ネットからサービスコートの端までの長さは  
約6.4mなので、高さ2.4mから打ったサー  
ブはサービスコートに…

**入る or 入らない**

※どちらかを丸で囲もう!!