岐阜数学教育研究
2010, Vol.9, 29-40

皆既日食を題材とした中学生を対象とする教材の開発と実践

林　加奈[1]，愛木豊彦[1]

生徒が数学を学ぶ楽しさを実感するためには，数学と日常生活や他教科とのつながりを感じ，数学が生活の中で役立つことを実感することが大切であると考える。そこで，相似を題材とする教材を開発することにした。なぜならば，相似を利用すると，直接測れない距離でも計算で求められる場合があり，それを経験することで，数学が生活の中で役立つことを実感できると考えたからである。本論文は，相似を利用して皆既日食について考察する授業内容，及び実践結果を報告するものである。

＜キーワード＞相似，円と接線の性質，平行線の性質，皆既日食

1．はじめに

平成20年1月の中央教育審議会答申[1]（以下，中教審答申）において，算数科，数学科の改善の基本方針として「子どもたちが算数・数学を学ぶ意欲を高めたり，学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすることが重要である。そのために，学習し身に付けたものを，日常生活や他教科等の学習，より進んだ算数・数学の学習へ活用していくことを重視する。」と示されている。中教審答申を受け平成20年に改訂された中学校学習指導要領では，数学的活動を一層重視している。また，中学校学習指導要領解説数学編[2]において，「数学的活動のうち，特に中学校数学科において重視しているのは，日常生活や社会で数学を利用する活動，数学的な表現を用いて根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動である。」と示されている。そこで，以上の内容が実現できるよう次の3点に重点をおいて授業案を開発した。

①数学と日常生活や他教科とのつながりを生徒が感じられること。
②活動の過程において生徒が既習内容をもとに根拠を明らかにし筋道立てて考えられるようにすること。
③生徒に数学を学ぶ楽しさやよさを伝えること。

2．授業の概要

2.1　題材について

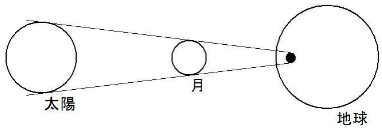
今回の授業実践で選んだ題材は，皆既日食である。「日食」とは，月が太陽の前を横切るために，月によって太陽の一部（または全部）が隠される現象であり，太陽が月によって全部隠されるときには「皆既日食」と呼ばれる。以上の日食の説明と図1は国立天文台[3]を参考にしている。

平成21年7月22日には，46年ぶりに日本でも皆既日食を見ることができたということで，新聞やテレビ番組などで何度か取り上げられ多くの人の関心を集めた。今回授業を行う中学校の生徒が住んでいる岐阜市からは見えなかったものの，生徒にとっても，興味のある出来事であったのだろうと考え，この題材を取り上げることとした。

皆既日食は，太陽，月，地球が一直線上に並んだときに見ることができる（図1）。ここでは簡単にするため，太陽，月，地球は球で

[1]岐阜大学教育学部

あるとみなす。なお, 各図において分かりやすく表すため，太陽，月，地球の縮小の割合を等しくしていない。



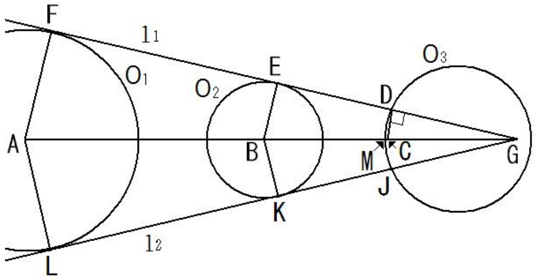
(図 1)

地球は自転しているため地球上で皆既日食の見える範囲は帯状となる。しかし，図１から分かるように，各時間では，その見える範囲は円とみなすことができる。そこで，この円の半径を求めることを題材とする授業案を開発することにした。

2.2　教材について

図 1 において太陽，月，地球をそれぞれの中心を含む平面で切断する。そして，太陽と月の共通接線を引き，各点に以下のように記号を与える（図２）。なお，図２，図３，図５において，円は左から太陽，月，地球を表しているものとする。

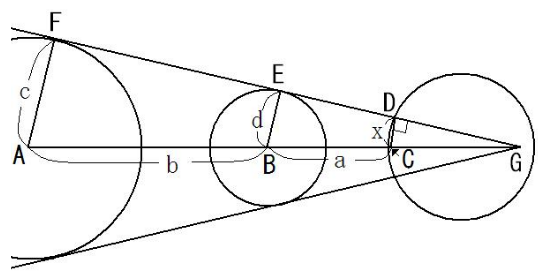
太陽，月，地球を平面上で表す円をそれぞれ O_1, O_2, O_3 とする。そして，A，B をそれぞれ O_1, O_2 の中心とする。ここで，2 円 O_1, O_2 の共通接線 l_1, l_2 を図 2 のようにひく。このとき，l_1 と O_1，l_1 と O_2 との接点をそれぞれ，F，E とし，l_2 と O_1，l_2 と O_2 との接点をそれぞれ，L，K とする。さらに，l_1，l_2 と O_3 との交点をそれぞれ D, J, 直線 AB と O_3 との交点を M とする。また，直線 AB 上に CD$\perp l_1$ となる点 C をとる。



(図 2)

皆既日食の見える範囲を表す円の半径は, 弧 MD と考えられる。しかし，第 2．3 節で示すように，この長さを求めるのは中学生にとって難しい。その一方で，同じく第2．3 節で示すように弧 MD と線分 CD の長さは非常に近い。よって，本授業では線分 CD の長さを求めることを問題にする。

これから，CD の長さを求める。そのために，$a=$BC，$b=$AB，$c=$AF，$d=$BE，$x=$CD とおく（図３）。



(図 3)

c と d は理科年表 [4] から値が分かる。

$c=$695500(km)，$d=$1738（km）

また，北海道大学情報基盤センター北館 [5] によると，皆既日食が起こるときの太陽と地球の中心間の距離と月と地球の中心間の距離は，それぞれ 152090845(km), 356836(km) である。よって，

$$\begin{aligned} b &= \text{（太陽と地球の中心間の距離）} \\ &\quad -\text{（月と地球の中心間の距離）} \\ &= 152090845 - 356836 \\ &= 151734009\text{(km)} \end{aligned}$$

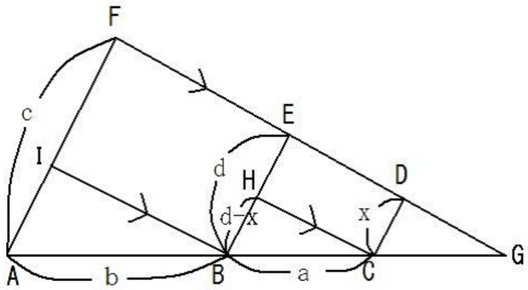
となる。

a は b，c，d の値を用いて計算により求めることができる。その計算方法については，次節で述べる。$a=$350459(km)

次に，図３に図４のような補助線を 2 本引く。

・線分 FE と平行に点 B を通る線を引き，線分 AF との交点を I とする。

・線分 ED と平行に点 C を通る線を引き，線分 BE との交点を H とする。



(図 4)

図４において△ ABI ∽△ BCH を示す。
〔証明１〕
△ ABI と△ BCH において，円の接線の性質より，

$$\angle \mathrm{EFI} = \angle \mathrm{DEH} = \frac{\pi}{2}.$$

作図より，

$$\angle \mathrm{BIA} = \angle \mathrm{CHB} = \frac{\pi}{2}. \tag{1}$$

IB//FD，HC//FD より，IB//HC である。平行線の同位角は等しいので，

$$\angle \mathrm{IBA} = \angle \mathrm{HCB}. \tag{2}$$

(1)，(2) より，2 組の角がそれぞれ等しいので，
△ ABI ∽△ BCH.
(証明終)

よって，△ ABI ∽△ BCH より，

BA：AI=CB：BH,

$b : (c - d) = a : (d - x)$,

$$x = d - \frac{a(c-d)}{b}.$$

これに，a，b，c，d の値を代入すると，

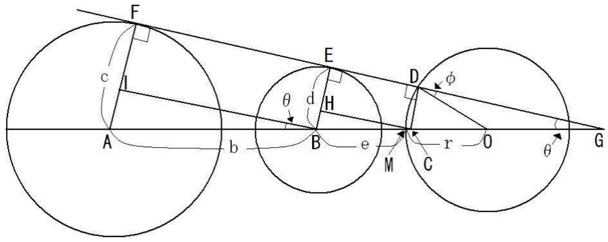
$x \fallingdotseq 135.62$(km).

よって，皆既日食の見える範囲を示す円の半径は，約 136km である。

△ ABI ∽△ BCH の証明は一通りではない。例えば，FA//EB であることを使えば，平行線の性質より，∠ IAB =∠ HBC がわかる。よって，2 組の角がそれぞれ等しいという相似条件を用いれば，△ ABI ∽△ BCH を証明できる。

2.3 教材研究

本節では，弧 DM と線分 CD の長さが非常に近いことを示す。



(図 5)

図５のように記号を与える。つまり，O_3 の中心を O, O_3 の半径を r，BM= e，∠ ABI= θ，∠ GDO = ϕ とおく。

理科年表 [4] から $r = 6378$(km) である。北海道大学情報基盤センター北館 [5] によると，皆既日食が起こるときの地球と月の中心間の距離は，356836(km) である。よって，

$e =$（地球と月の中心間の距離）−（地球の半径）

$= 356836 - 6378$

$= 350458$(km).

(I) 弧 DM の長さを求める。

①角 θ の大きさを求める。

四角形 IBEF は長方形より，IF $= d$ なので，

IA=FA − FI $= c - d$.

△ ABI において，

$$\sin\theta = \frac{\mathrm{AI}}{\mathrm{AB}} = \frac{c-d}{b} \tag{3}$$

$$\fallingdotseq 0.004572.$$

よって，逆三角関数を用いれば，

$$\theta \fallingdotseq 0.004572.$$

②△ ABI ∽△ CGD から，∠ CGD の大きさを求める。まず，△ ABI ∽△ CGD を示す。

（証明）△ ABI と△ CGD において，FE//IB より平行線の同位角は等しいので，

$$\angle \mathrm{AIB} = \frac{\pi}{2}. \tag{4}$$

また，作図より

$$\angle \mathrm{CDG} = \frac{\pi}{2} \tag{5}$$

である。よって，(4)，(5) より，

$$\angle \mathrm{AIB} = \angle \mathrm{CDG}. \tag{6}$$

また，$\angle$ IFE = $\angle$ CDG = $\frac{\pi}{2}$ より，同位角が等しいので，FA//DC である。よって，平行線の同位角は等しいので，

$$\angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{DCG}. \tag{7}$$

(6)，(7) より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ ABI ∽△ CGD. （証明終）

相似な図形の対応する角は等しいので，$\angle$ ABI=$\angle$ CGD である。よって，$\angle$ CGD= θ となる。

③△ ABI ∽△ BGE から，線分 OG の長さを求める。そのために，△ ABI ∽△ BGE を示す。

（証明）△ ABI と△ BGE において，(4) より，

$$\angle \mathrm{AIB} = \frac{\pi}{2}. \tag{8}$$

作図より，

$$\angle \mathrm{BEG} = \frac{\pi}{2}. \tag{9}$$

よって， (8)，(9) より，

$$\angle \mathrm{AIB} = \angle \mathrm{BEG}. \tag{10}$$

△ ABI ∽△ CGD より，$\angle$ ABI=$\angle$ CGD．よって，

$$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{BGE}. \tag{11}$$

ゆえに，(10)，(11) より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ ABI ∽△ BGE. （証明終）

したがって，相似な図形の対応する辺の比は等しいので，IA∶AB=EB∶BG である。これより，$(c-d) : b = d :$BG となり，BG $= \dfrac{bd}{c-d}$. よって，

$$\mathrm{OG} = \mathrm{BG} - \mathrm{BM} - \mathrm{MO} = \frac{bd}{c-d} - e - r.$$

④角 ϕ の大きさを求める。

△ OGD において正弦定理より，

$$\frac{\mathrm{OG}}{\sin\phi} = \frac{r}{\sin\theta},$$

$$\frac{\dfrac{bd}{c-d} - e - r}{\sin\phi} = \frac{r}{\sin\theta}.$$

よって，(3) より，

$$\begin{aligned}\sin\phi &= \frac{(\dfrac{bd}{c-d} - e - r)\sin\theta}{r}, \\ &= \frac{d - (e+r)\dfrac{c-d}{b}}{r}, \\ &\fallingdotseq 0.016693.\end{aligned}$$

よって，逆三角関数を用いると，

$$\phi \fallingdotseq 0.016693.$$

⑤弧 DM の長さを求める。

△ DOG において，三角形の外角の性質より，

$$\angle \mathrm{DOC} = \angle \mathrm{ODG} + \angle \mathrm{OGD} = \theta + \phi,$$

$$\fallingdotseq 0.021265.$$

よって，

$$\overset{\frown}{\mathrm{DM}} = r(\theta+\phi) \fallingdotseq 135.628170(\mathrm{km}).$$

(II) 線分 DC の長さを求める。

(I) の①〜⑤の結果を使う。

①$\angle$ DCO の大きさを求めると，作図より，$\angle$ GDC $= \frac{\pi}{2}$. また，$\angle$ GDO$= \phi$. よって，$\angle$ ODC$= \frac{\pi}{2} - \phi$. ゆえに，

$$\begin{aligned}\angle \mathrm{DCO} &= \pi - \angle \mathrm{ODC} - \angle \mathrm{COD} \\ &= \pi - (\frac{\pi}{2} - \phi) - (\theta + \phi) \\ &= \frac{\pi}{2} - \theta.\end{aligned}$$

②線分 DC の長さを求める。

△ DCO において，正弦定理より，

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{DC}}{\sin\angle\mathrm{COD}} &= \frac{\mathrm{DO}}{\sin\angle\mathrm{DCO}},\\ \frac{\mathrm{DC}}{\sin(\theta+\phi)} &= \frac{\mathrm{DO}}{\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)},\\ \mathrm{DC} &= \frac{\sin(\theta+\phi)}{\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)}r,\\ \mathrm{DC} &\fallingdotseq 135.616905(\mathrm{km}).\end{aligned}$$

(I)，(II) より，弧 DM と線分 DC の長さはあまり変わらないことがわかる。

次に，a の値の求め方を示す。

△ DCG において，CG= $\frac{\mathrm{DC}}{\sin\theta}$ より，

$$\mathrm{CG} \fallingdotseq 29662.490157.$$

一方，

$$\mathrm{MG} = \mathrm{MO} + \mathrm{OG} \fallingdotseq 29663.291800.$$

よって，

$$\mathrm{MC} = \mathrm{MG} - \mathrm{CG} \fallingdotseq 0.801643.$$

ゆえに，

$$a = \mathrm{BM} + \mathrm{MC} \fallingdotseq 350458.801643,$$
$$a \fallingdotseq 350459(\mathrm{km}).$$

また，実際に皆既日食が見えた範囲を描きこんだ地図が国立天文台 [3] に掲載されている。その地図を印刷し，求める円の半径を定規で測ると約 3 cm であった。その地図の縮尺から，計算で求めた値 136 km は地図上では 2.99 cm となる。このように，地図から分かる値と計算で求めた値はほぼ等しい。このような結果を知ることは，数学の有用性を実感させることができるので，この測定する活動を授業に取り入れることにした。

3．授業実践

3.1 授業のねらい

今まで述べてきたことから，本授業のねらいを以下のようにした。

(a) 相似な図形の性質を用いれば，直接測ることができない距離でも計算で求められることに気づき，数学の有用性を感じることができる。

(b) 数学と日常生活や他教科とのつながりを感じ，数学に対する興味・関心を高めることができる。

(c) 円の接線や平行線の性質などの根拠をはっきりとさせて証明することができる。

3.2 授業の流れ

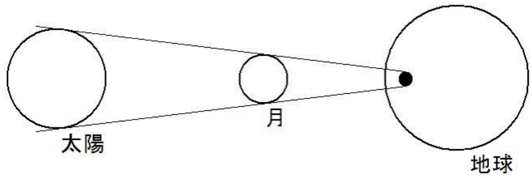
授業の詳しい計画は，指導案（資料 1）で示したので，ここでは簡単に説明する。

（1）問題提示

平成 21 年 7 月 22 日に見ることのできた皆既日食の写真を提示する。皆既日食の見える範囲について興味を持たせるとともに，本時で取り組む問題を明らかにする。

（2）課題提示

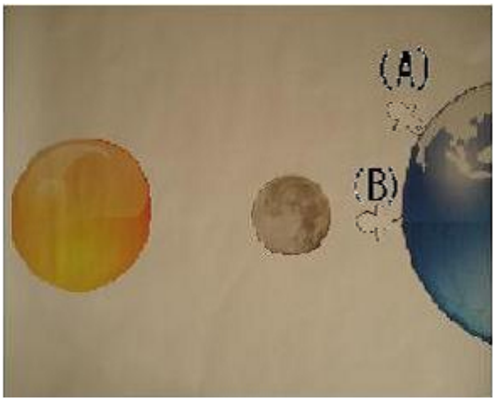
まず，皆既日食の仕組みを説明する。３次元で表すと皆既日食の見える範囲は円となる（図１）。授業案を開発する段階で日食のしくみを立体で表して，このことを伝えようとも考えたが，本授業では，直接測ることのできない距離でも計算で求められることに気づくことを主なねらいとしている。これを実現するためには，多くの生徒が問題を数学的に解決することが重要である。よって，説明は端的かつ簡単にしたほうがよいと考え，最初から図６のような２次元の図で日食の仕組みを解説することにした。



(図 6)

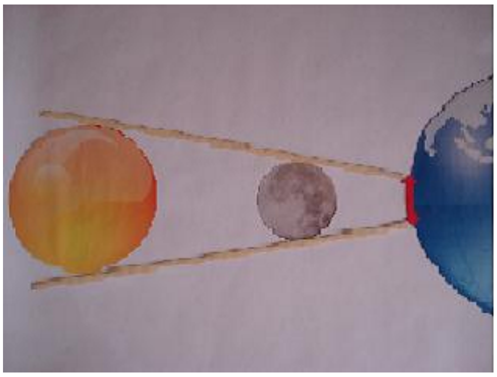
したがって，写真１の図を用いて，皆既日食の際には，太陽，月，地球が一直線上に並ぶことを説明する。そして，写真１の（A）のところに人の形をした紙を置き,「ここにいる人って太陽の光が当たっていると思う?」と問

いかけ,（A）には，月で太陽の光が遮られていないため光が当たることを確認する。次に，写真１の（B）のところに人の形をした紙を置き,（A）の場合と同様に問いかける。今度は，太陽の光がすべて月で遮られてしまうため，光が当たらないことを確認する。



(写真 1)

そして，皆既日食が見えるのは，太陽と月の共通接線 2 本で囲まれた範囲（写真２）であることを伝える。



(写真 2)

ここまでに説明したことを図３で整理し，各点に記号を与える。そこで，c，d，b は何の長さを表しているか問いかけた後，理科年表を提示しそれぞれの値を伝える。本時の主なねらいではないが，理科年表を提示することによって，生徒にさまざまな数値の調べ方や資料の活用の仕方を知ってもらいたいという授業者の思いがある。

そして，図４のように補助線を引き相似になりそうな三角形を見つけ,「△ABI∽△BCH を証明し，x の値を求めよう。」という課題を設定する。

（3）個人追究

学習プリント（資料２）を使って個人追究を行う。角が等しいことを示すときに，根拠をはっきりとさせて証明しようとする姿勢を大切にしたい。考えが進まない生徒には，ヒントカード（資料３）を配布し，２組の角が等しいことがわかれば証明できそうだという見通しをもたせる。なお，ヒントカードに示した証明は〔証明１〕をもとにしたものである。

半径の値を求めた生徒に，平成 21 年 7 月 22 日に皆既日食が見えた範囲を示した地図を配布する。その地図から求めた値と計算で求めた値とが近いことを確かめる。

（4）全体交流・まとめ

全体交流では，相似の証明と相似の性質を使った x の値の求め方を確認する。
実際に測ることができない距離でも，相似の性質などを利用すると計算で求めることができると，まとめる。

3.3 実践結果

この教材を以下のとおり実践した。
題材名　「皆既日食を見に行こう！」
実践日　平成 21 年 12 月 16 日 (水)　第 4 校時
場所　　岐阜市立青山中学校
対象　　中学 3 年生 (33 名)

授業は選択教科「数学」の時間である。

3.4 活動の様子

（1）問題提示～課題設定

皆既日食の写真を示すと,「日食だ！」,「皆既日食」などの声があった。また,「今年の 7 月 22 日に日本でも見ることができたよね。どこで見ることができたか知ってる？」と問いかけると，すぐに何人かの生徒から「奄美大島」と声が上がった。

補助線を図４のように引いた段階では，x の値を求めるために相似を使うという考えは，生徒からは出てこないと予想していた。しかし,「x の値を求めるために，と言いかけると，

「あっ相似だ。」と相似の利用に気付く生徒も見られた。相似を証明することと，x の長さを求めることが，生徒の頭の中で別々のものではなく，x の値を求めるために相似を証明するというつながりを理解して個人追究に入ることができていた。

また,「この中で相似な図形って例えばどんなものがある?」と問いかけると,「△ FAG と△ DCG」と反応があった。今日証明したい△ ABI と△ BCH の組は出てこなかったため,「a や b のように分かっている値を使いたいので,今日は△ ABI と△ BCH が相似であることを証明しよう。」と課題を提示した。

（2）個人追究

相似を証明する際に，平行線の性質を利用したことを記入するなど，根拠をはっきりとさせていこうとする姿が多く見られた。また，根拠を記入していない生徒であったとしても,「どうしてここは 90° なの?」などと問いかけると，その理由を答えることができていた。

考えが進まない生徒も少し見られたが，ヒントカード（資料３）を配布すると，それを利用しながら，ほとんどの生徒が，相似を証明することができていた。そして，計算で x の値を求めることができた生徒には，実際に皆既日食が見えた範囲を示した地図を配布した。すると，その地図上で測った値と求めた値とを比較することで,「計算した値とだいたい一緒だ。」と声をあげていた。

（3）全体交流・まとめ

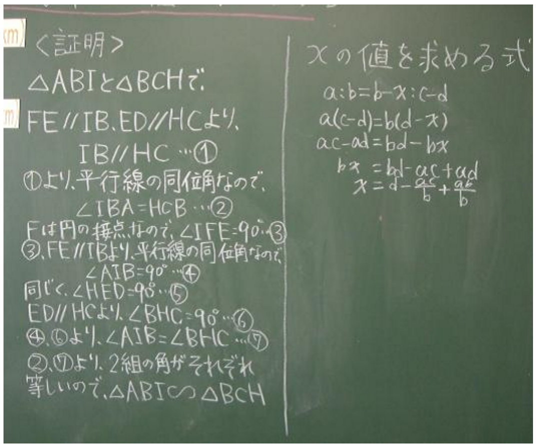
相似の証明と x の値を求める式を，2 人の生徒に黒板に書いてもらい説明してもらった（写真３）。個人追究のとき，x の値を求めるために，

$$x = d - \frac{a}{b}(c - d)$$

の形にせず,

$$b : (c - d) = a : (d - x)$$

の式に直接，数値を代入していた生徒も黒板に書かれた生徒の考えを見て,「ああやったほうが簡単だ。」と言っていた。



(写真 3)

4．授業に対する考察

授業後にアンケートを実施した。その回答の一部を紹介する。

①今日の授業では，これまでに習った数学の内容でどんなものを使いましたか?

- 相似　（29 人）
- 比　（12 人）
- 証明　（7 人）
- 相似条件　（4 人）
- 代入　（2 人）
- 方程式　（1 人）
- 接点　（1 人）
- 同位角　（1 人）

②直接測ることができないものは，どうしたら求めることができると思いますか?

- 分かっている他の値を使い，求める。
- 文字に置きかえて求める。
- 相似を見つけて，比で求める。
- 証明
- いろいろなものを比べながら，相似な比を使って求める。
- 式を立てて計算する。

③授業の感想を書いてください。

- 直接測れなくても相似などを使えばわかることがわかりました。
- 証明が得意ではないけど，理科の日食と

関わらせてやってくれたので，とてもわかりやすかったです。
・大きい値を求めるのは大変だけど，求めることができたときの達成感がすごくあった。
・すごい大きな値でも相似の比を使うことで，値を求めることができることが分かった。
・なかなか測ることができないものだったけど，相似でわりと簡単にできて驚いたし楽しかったです。
・まだ相似について習ったばかりだけど，とても勉強になった。
・難しかったけど，ヒントカードでできてうれしかったです。

本授業のねらい（a）,（b）,（c）の達成度について考察する。

(a) について

授業後に行ったアンケートの「②直接測ることができないものは，どうしたら求めることができると思いますか?」という質問に対して,「相似を使う」や,「相似を見つけて比で求める」と答えた生徒が多くいた。また,「③授業の感想を書いてください。」に対して,「直接測れなくても相似などを使えばわかることがわかりました。」や「すごい大きな値でも相似の比を使うことで，値を求めることができることが分かった。」と書いた生徒がいた。以上から，ねらい (a) は達成できたと考える。

(b) について

授業後に行ったアンケートの「③授業の感想を書いてください。」に対して,「とてもおもしろかった。」と回答してくれた生徒がいた。また,「今日はこの前身近に起こった日食を学習して，相似などで長い距離を求めることができるのはビックリしました。」,「証明が得意ではないけど，理科の日食と関わらせてやってくれたので，とてもわかりやすかったです。」など，数学と理科とのつながりを感じた生徒がいた。

その一方で「難しかった。」と回答した生徒も見られた。相似の証明やその後の計算で難しいと感じたため，興味・関心を高めるところまではいけなかったと考える。よって，ねらい (b) の達成はやや不十分であった。

(c) について

学習プリントに「平行線の同位角なので」や「円の接線より」など，それぞれの角が等しい根拠を書いて証明することができていた。また，机間指導において,「どうして等しいの?」などの問いかけに，その理由を既習内容を使って答えていた。以上から，ねらい (c) は達成できたと考える。

5．今後の課題

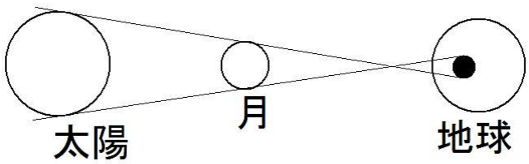
まずは，本教材の見直しである。今回の授業後のアンケートの感想に難しかったと書いた生徒が 33 名中 15 名いた。その要因は 2 つあると考える。

１つ目に，まだ相似の学習がすべて終わっていない段階で授業実践を実施したことである。今回対象の中学 3 年生は，全員が相似条件までは学習しているものの，相似の証明は既習のクラスと未習のクラスの人が集まっていた。

２つ目に，太陽の半径などの値を概数にせず，一の位まで厳密に示したことである。その方が，計算で出た値とその後に行う地図で調べる実際の値との誤差が少なく，生徒が数学の有用性をより実感できると考えたためである。しかし，授業では証明や x の値を求める式を立てることはできても，数を代入する段階において，扱う数の桁数が多かったため，計算ミスをしてしまい答えが出せなかった生徒が数名いた。このことから，例えば百の位や千の位を四捨五入するなどして，概数を用いれば，より多くの生徒が皆既日食の見える範囲を求めることができたのではないかと考える。

次に，新たな教材開発もしていきたいと考

えている。今回，皆既日食について調べていく中で，金環日食というものがあることを知り，興味を持った。これは図７のようになっており，これも今回のような教材にしてみたいと考えている。



(図 7)

謝辞　最後に，実践の場を提供してくださった岐阜市立青山中学校に感謝する。

引用文献

[1] 中央教育審議会, 平成 20 年 1 月,「幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要領の改善について（答申）」.

[2] 文部科学省，平成 20 年，中学校学習指導要領解説　数学編，教育出版株式会社.

[3] 国立天文台，2009 年 7 月 22 日皆既日食の情報,
http://www.nao.ac.jp/phenomena/20090722/

[4] 自然科学研究機構　国立天文台，平成 21 年 11 月 30 日，理科年表，丸善株式会社.

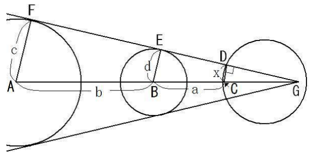
[5] 北海道大学情報基盤センター北館，日食とサロス周期,
http://www.hucc.hokudai.ac.jp/˜x10553/guide/guide.html

（資料 1）

<table>
<tr><th></th><th>ねらい</th><th>学習活動</th><th>指導（◇）と援助（◆）</th></tr>
<tr><td>導入</td><td>〇皆既日食を見ることができる範囲について興味を持つ。

〇見える範囲は，太陽と月の共通接線を使って示すことができることがわかる。</td><td>1. 皆既日食の写真や今年皆既日食を見ることができた範囲の地図を示し，本時で取り組む問題について知る。

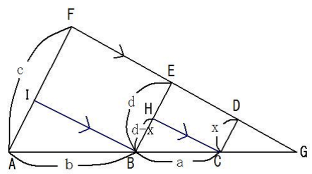
問題　皆既日食の見える範囲を調べよう。

2. 皆既日食の仕組みを説明し，どこの長さを求めればよいか理解する。
・太陽と月の 2 本の共通接線によって，示せる。
3. 補助線を引くことを説明し，相似になりそうな三角形を見つける。
・CD ＝ x（km）とおく。
・FE//IB，ED//HC となるように補助線を引く。


</td><td>◇今年の 7 月 22 日に見えた皆既日食の写真を示し，”どこで見ることができたのだろう”と問いかけることで，問題につなげる。皆既日食の仕組みについて，黒板で図を使い説明する。
◇相似になりそうな三角形を見つけてもらう。a, b などを使いたいため，今日は△ ABI ∽△ BCH を証明することを伝える。</td></tr>
<tr><td>展開</td><td>〇これまでに学習した，円の接線の性質，平行線の性質などを使えば，証明できることに気づき，△ ABI ∽△ BCH を示すことができる。

〇相似な三角形の対応する辺の比は等しいということを使って，x の値を求める式をつくることができる。</td><td>4. △ ABI ∽△ BCH であることを証明し，x の値を求めるという見通しをもつ。

課題　△ ABI ∽△ BCH を証明し，x の値を求めよう。



（証明）
△ ABI と△ BCH において，
円の接線の性質より，
∠ EFI ＝ ∠ DEH ＝ 90°
作図より，
∠ BIA ＝ ∠ CHB ＝ 90°…①
IB//FD，HC//FD より，
IB//HC
平行線の同位角は等しいので，
∠ IBA ＝ ∠ HCB…②
2 組の角がそれぞれ等しいので，
△ ABI ∽△ BCH　　（証明終）

△ ABI ∽△ BCH より，BA：AI ＝ CB：BH
よって，
$$b : (c-d) = a : (d-x)$$
$$x = d - \frac{a}{b}(c-d)$$</td><td>◇それぞれの角が等しいという根拠をはっきりとさせて証明できるようにする。
◆考えが進まない生徒には，“線分 HB と IA はどんな関係かな”，“線分 DE は円に接しているよね” と問いかけることで，平行線の性質や円の接線の性質を使えばよいことに気づくようにする。ヒントカードも活用する。

◇ CH//BI であることを使えば，∠ ABI ＝∠ BCH であることもいえる。いずれの方法でも「2 組の角がそれぞれ等しい」という相似条件を示すようにする。</td></tr>
<tr><td>まとめ</td><td>〇与えられた数値を代入し，地図上の距離を求めることができる。
〇直接測ることができない距離も，相似の性質などを使うことで，求めることができることを知り，数学の有用性に気づく。</td><td>5. 実際の値を代入し，皆既日食の見える範囲を求める。

$x = 135.6 \fallingdotseq 136$(km)

6. 皆既日食の見える範囲を示した地図を配布し，計算した値と近い値になっていることを確かめる。
7. 全体交流

まとめ　直接測ることのできないものも，相似の性質を使うと求めることができる。

8. アンケート記入。評価問題に取り組む。

評価問題　今日の図で，線分 CG の長さを求めよう。</td><td>◆電卓を貸し出す。◇黒板にかいてもらい，全体交流をする。

◇直接測ることができないものでも，相似の性質を使うと求めることができることや，宇宙などいろいろなところで数学が使われていることを伝える。</td></tr>
</table>

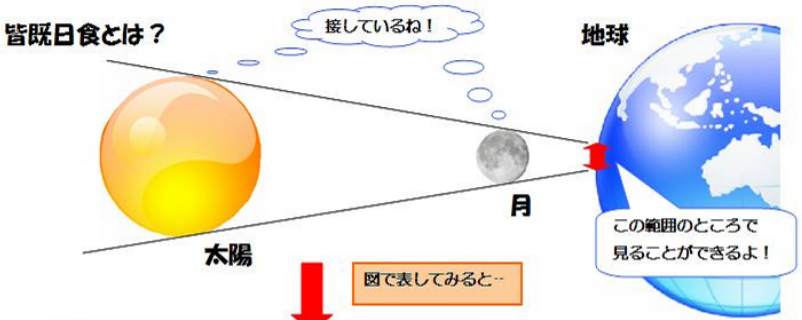
（資料 2）

皆既日食を見に行こう！

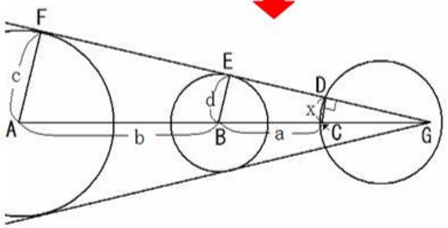
３年　　組　　名前

問題　　皆既日食の見える範囲を調べよう。

皆既日食とは？



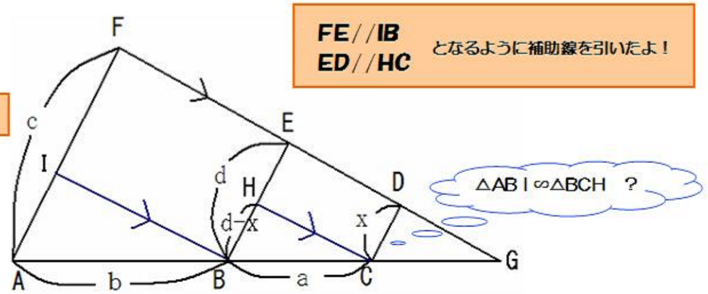
図で表してみると‥



CD の長さを求めたいね！

CD＝x（km）としよう

補助線を引く



FE//IB
ED//HC　となるように補助線を引いたよ！

課題

（証明）

（証明終わり）

xの値を求める式をつくってみよう！！

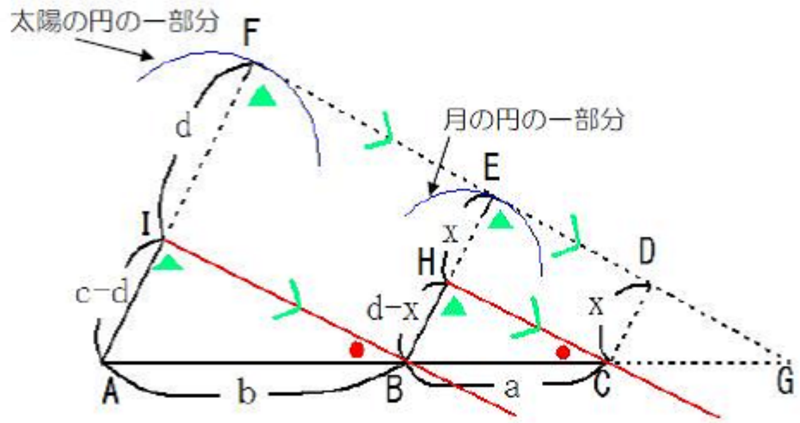
xの距離を求めよう！！

この値を代入しよう!

a＝350459（km）
b＝151734009（km）
c＝695500（km）
d＝1738（km）

（資料 3）

ヒントカード



等しい 2 組の角を見つけよう！

1 つ目…FD//IB，FD//HC　だから　IB と HC はどんな関係？（赤い線のところ）

ということは，●の角は…

見つけた等しい角＿＿＿＿＿＿＝＿＿＿＿＿＿（等しい理由：　　　　　　　）

2 つ目…F は円の接点だよね（青い線に注目）∠IFE=＿＿＿°

FE//IB だから，∠AIB=＿＿＿°（理由：　　　　　　　　　）

同じように，∠HED=＿＿＿°

ED//HC より，∠BHC=＿＿＿°

見つけた等しい角＿＿＿＿＿＿＝＿＿＿＿＿＿

よって，＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ので，△ABI∽△BCH

（使った相似条件を書こう）

相似な三角形の対応する辺の比は等しいから，

＿＿＿＿：＿＿＿＿＝＿＿＿＿：＿＿＿＿

を使うと，

＿＿＿＿＿＿＿＿＝＿＿＿＿＿＿＿＿

x＝　　の式に変形しよう！

（続きは学習プリントに書こう）