

規則を発見し、それを活用する教材の開発

吉井裕哉¹，愛木豊彦¹

児童・生徒が「数学の楽しさ・良さ」を実感するには、自ら身近な生活のいろいろな場面で用いられている数学を発見し、発見したことを活用し問題解決することが重要だと考える。そこで「卓球のサーブを出す順番」を題材とし、そこで起きる事象に「規則」を見つけ、それを使って能率的に問題を解決することに重点をおいた教材の開発を行った。本論文では、その教材の内容とそれを用いて行った授業実践の概要と結果について報告する。

<キーワード> 規則の発見，数理的な処理，剰余類，卓球

1. はじめに

2008年9月に改定された中学校学習指導要領解説数学編において、中学校数学科の目標に「事象を数理的に考察し表現する能力を高める」とある。これは、日常の事象を数理的に定式化し数学の手法によって処理し、その結果を現実と照らし合わせて解釈したり、発展的に考えたりすることができるようになることを意味している。さらに、この目標は「数学的活動の楽しさや数学の良さを実感しそれらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」と続く。

このような目標の実現を目指し、生徒が日常生活における事象を数理的に考察することで、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感できる教材の開発を行った。

今回の実践で選んだ題材は「卓球のサーブを出す順番」である。卓球という中学生にとって身近なスポーツから隠れた規則を見つけることは、生徒も意欲・関心を持って取り組めるものと考えた。見つけた規則を活用することで、事象を数理的に考察し、能率的に処理する能力も身につけられるのではないかと考えた。

2. 授業の概要

2.1 題材について

現行の卓球公式ルールでは、シングルの試合において「サーブは1人2本ずつ、交互に出す」となっている。例えば、AさんとBさんが卓球の試合をし、最初にAさんがサーブを出すものとする。このときサーブを出す順番は、

A A B B A A B B …

となる。このように、サーブを出す順番には A A B B という周期性がある。ただし、卓球は10対10で得点の合計が20点になると「デュース」となり、それ以降は、A B A B と1本ずつ交互に出していく。このように20点を境にして規則が異なるので、得点の合計が20点未満の場合だけを考えることにする。

サーブを出す人	得点の合計				
A	0	4	8	12	16
A	1	5	9	13	17
B	2	6	10	14	18
B	3	7	11	15	19

(表1)

¹岐阜大学教育学部

サーブを出す人と得点の合計をまとめた表 1 から、得点の合計を 4 で割ったとき、割り切れるまたは 1 余れば A さんのサーブ、2 または 3 余れば B さんのサーブということがわかる。このことを文字式を使って表わせば、得点の合計 S が

$$S = 4n \text{ または } S = 4n + 1 (n = 0, 1, 2, 3, 4)$$

と表わされるときは A さんのサーブであり、

$$S = 4n + 2 \text{ または } S = 4n + 3 (n = 0, 1, 2, 3, 4)$$

と表わされるときは B さんのサーブである。これを規則 1 と呼ぶことにする。

次に、得点の合計を 2 で割った $S/2$ について考える。

$$S = 4n \text{ のとき } S/2 = 2n$$

$$S = 4n + 1 \text{ のとき } S/2 = 2n + 0.5$$

$$S = 4n + 2 \text{ のとき } S/2 = 2n + 1$$

$$S = 4n + 3 \text{ のとき } S/2 = 2n + 1 + 0.5$$

なので、得点の合計を 2 で割って、その値が偶数か偶数+0.5 のときは A さんのサーブであり、奇数か奇数+0.5 のときは B さんのサーブである。これを規則 2 と呼ぶ。

このように、得点の合計とサーブを出す人の関係を表わす規則は文字式を使って表現することができる。また、これらの規則を使えば、表 1 を使わなくても得点の合計からサーブを出す人が分かる。

2.2 授業のねらい

今まで述べてきたことをもとに、授業のねらいを次のように設定した。

- I 得点の合計を見て、サーブを出す人が簡単にわかる規則を見つけ、それを数学的に表現することができる。
- II 見つけた規則を使い、能率的に考えることができる。
- III 規則を発見することの有用性に気づき、事象を数理的に考察することに興味、関心が持てる。

2.3 授業の展開

この授業では「卓球のサーブを出す人の順番に関する規則を見つけよう。」という問題を取り扱う。中学生がこの問題を考える際に困難だと予想されるのは次の 2 つである。

- (i) 卓球のサーブを出す順番に関するルールを知らない。
- (ii) 剰余類を扱ったことがないので 4 で割ることに気づくかどうか。

(i) を解消するために、授業の導入で実際に卓球の試合をして、誰がサーブを出すのかを得点の合計が 3 点になるまで説明することにした。

(ii) に対しては、規則を見つける手がかりとなるように表 2 をヒントカードとして提示することにした。生徒に表の続きを記入させる。そして、完成した表を横に見ることで、規則に気づくことができると考えた。

サーブを出す人	得点の合計			
A	0	4		
A	1	5		
B	2			
B	3			

(表 2)

以上をふまえ、授業展開を次のように計画した。

- (1) 卓球の実演とサーブを出す順番の説明
- (2) 課題設定

「得点の合計が 17 点のとき、誰のサーブになるか」という質問をした後、「合計点からサーブを出す人が簡単にわかる規則を見つけよう」と課題を設定する。

- (3) 個人追究

課題を示した後、見通しが持てない生徒には、次のように指導をする。

- ① 資料1の表を用いて、19点までの得点の合計とサーブを出す人の関係を調べさせる。
- ② ①で見通しが持てない生徒にはヒントカードを配り、規則を見つけやすくする。ヒントカードの意図、使い方については、(ii)で示してある。

(4) 全体交流・まとめ

見つけた規則を発表させる。そして「規則を見つければ、その規則を使って事柄を効率よく考え、まとめることができる」とまとめる。

(5) 評価問題

(1) Aさんのサーブで試合が始まったとする。得点の合計が18点のとき、次は誰のサーブですか。

(解答)

$$18 \div 4 = 4 \text{ 余り } 2$$

$$18 \div 2 = 9 \quad \text{答え B さん}$$

(2) Aさんのサーブで試合が始まって、得点の合計が3点です。14点後は誰のサーブですか。

(解答)

$$(3 + 14) \div 4 = 4 \text{ 余り } 1$$

$$(3 + 14) \div 2 = 8 \text{ 余り } 0.5 \quad \text{答え A さん}$$

このように発見した規則を使えば、評価問題を簡単に解くことができる。そして、規則を発見することの有用性を生徒が感じられると考えた。

3. 実践結果

3.1 授業実践

講座名：「サーブで商タイム」

場所：岐阜県岐阜市立青山中学校

実施日：平成21年12月2日(水)

第4校時

対象：中学3年生 (38名)

授業は選択教科「数学」の時間である。

3.2 活動の様子

課題を提示した後、学習プリント(資料1)

を配った。そして見通しの持てない生徒に得点の合計とサーブを出す人を学習プリントの表に書きこむように指示した。それでも、規則が見つけられない生徒が多かったので、ヒントカード(資料2)を配り、表2を完成させるようにした。この結果、かなりの生徒が見通しを持てたようだった。その一方、ヒントカードを使わずに、規則2を見つけた生徒もいた。

4. 考察

授業後にアンケートを実施した。その結果の一部を紹介する。

① 評価問題

(1)(2)ともに正解 … 31 / 36人

(1)を正解 … 36 / 36人

② 評価問題を解いた感想を教えてください。

- ・(1)は分かったけど(2)は最初、全然わからなかった。
 - ・規則を使うことによって表を使わなくても、簡単に計算1つで(サーブを出す人が)見つけることができてよかったです。
 - ・難しかったけど、分かると楽しいと思った。
 - ・思ったよりもすぐに答えを出すことができる。
 - ・規則がわかると、答えが簡単にでてうれしかった。
 - ・表や式を使って考えると難しい部分がある。
- ③ 合計点とサーブを出す人について考えた感想を書いてください。
- ・表を作って考えれば、分かりやすいことが分かった。
 - ・サーブを出す人は数えないと分からなかったけど、今回、計算すれば求められると分かりました。
 - ・分かっていることから規則性を見つけ出すのは楽しかった。
 - ・ヒントカードがとても分かりやすかった。
 - ・ヒントがないとわからなかった。
 - ・むずかしかった。表から見つけるのが大変

だった。

④授業の感想を教えてください。

- ・身近な数の規則性を見つけるのは難しかったけど、分かると楽しくて、問題を解くのが楽しかったです。
- ・これからの生活に生かしていけるといいと思いました。
- ・式で考えてみたり、表で考えてみたりと、いろんな方法で考えることができて良かった。
- ・卓球を実際にやってくれて場面が想像しやすかった。
- ・実際に問題を実演すると興味も出るしとてもたのしく解けてよかった。スポーツにもいろいろな数学が関係しているところがあっておもしろいと思った。
- ・サーブを出す順番は数学で求められる。
- ・意味が分からなかったけど教えてもらって分かった。

次に、本授業のねらいの達成度について考察する。

Iについて

ほとんどの生徒が学習プリントや、ヒントカードに自分が見つけた規則をまとめていた。しかし、文字式などを使って規則を表現している生徒は少なかった。さらに、アンケートの回答にもあるようにヒントカードや机間指導の補助がないと規則が見つからず、自力で表現しまとめることができない生徒が多かった。これらのことから、規則を自分で表現したり、まとめたりすることはできなかったことがわかる。よって、このねらいは、あまり達成できなかったと考える。

IIについて

評価問題(1)は全員(1)と(2)の両方とも正解した生徒は31人と、かなり多かった。また、アンケートの質問②に対し「規則が分かれば簡単に問題が解ける」という回答が多かったので、規則を使って事象を能率的に考えられたことが分かる。よって、このね

らいは達成できたと考える。

IIIについて

アンケートの質問③や④の回答からも分かるように、規則性の発見に興味を持ち、数学的な面白さに気づいた生徒が多かった。さらに、それを生活に生かしたり、ほかにも規則がないか探してみたいという回答もあったので、有用性を感じたと判断している。よって、このねらいは達成できたと考える。

5. 今後の課題

今回の実践における課題は、次の2点である。

1つ目は、自分たちの力で課題を解決できるように、見通しのはっきりした導入を行うことである。アンケートにもあるように、ヒントカードがなければ、規則の発見は生徒たちにとってかなり困難なものであった。そのために、生徒たちが見通しを持てる導入や課題設定が必要になってくると考える。

2つ目は、数理的な処理のよさについて、伝えきれなかったことである。アンケートの回答から、規則性の発見の面白さ、有用性については十分に理解が得られたと判断している。しかし、「文字式で表すと難しい」という回答があった。規則を言葉で表現するだけではなく、文字式で表現することで数理的に処理できたり証明を行うことができる。そういった数学的な表現の利便性を伝えられる授業展開やまとめが必要であると考ええる。

引用文献

- [1] 文部科学省，2008年，中学校学習指導要領解説数学編，教育出版株式会社。
- [2] 株式会社タマス卓球いろは

<http://qa.butterfly.co.jp/209/421/c957.html>

(資料1)

サーブで商タイム☆

問題

サーブを出す順番の規則を見つけよう。

3年 級 名前 _____

○卓球のルール ~サーブの出し方~
卓球のサーブは1人2点ずつ交互に出していきます。

カウントの合計点	0	1	2	3	4	5	6	7											
サーブを出す人	A	A	B	B	A	A	B	B											

問題 合計点からサーブを出す人が簡単にわかるような規則を見つけよう。

(資料2)

～考え方のヒント～

サーブを出す人	合計点			
	0	4		
A	0	4		
A	1	5		
B	2			
B	3			