岐阜数学教育研究
2009, Vol.8, 72-81

図形に関する算数的活動を取り入れた授業の提案と実践

岡田真子[1]，愛木豊彦[2]，佐治健太郎[2]

平成20年の学習指導要領(小学校算数科)改訂において算数的活動がより重要視されたことを受け，児童が意欲的に活動できる教材を開発していくことが今まで以上に重要だと考える。そこで，本論文では図形に関する算数的活動を取り入れた授業を提案する。ここでは，いろいろな図形を描いたり，作ったりする活動を通し，図形の特徴をとらえることで問題を解決することができるように課題を設定している。

＜キーワード＞定幅図形，算数的活動，平行，円，接線

1．はじめに

子どもたちの算数を学ぶ意欲を高めたいと考えている。そのためには，学ぶことの意義や楽しさを感じられるようにすることが重要である。そこで，算数を学ぶことの意義や楽しさを実感するために重要な役割を果たす算数的活動を取り入れた教材を開発する。学習指導要領において，算数的活動とは,「児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動」と定義されている([1])。ここで述べられている「目的意識を持つ」ことは学ぶことの意義を理解することに,「主体的に取り組む」ことは児童の学ぶ楽しさにつながると考えている。

今回は，図形を扱う算数的活動を取り入れて，図形の特徴を実感的に理解できるようになることを目的とした。

2．教材について

2.1.　定幅図形

ルーローの三角形は，どこの幅を測っても同じ値になる。このような図形は定幅図形と呼ばれており，その代表的なものは円である。マンホールの蓋が円なのは，円が定幅図形だからである。もし，正方形のように幅が一定でない図形であれば向きによってはそれが穴に落ちてしまう。また，イギリスの硬貨にも使われているルーローの七角形も定幅図形である。硬貨も自動販売機での使用を考えれば定幅図形でなければならない。

本論文で紹介する授業の題材は，任意の三角形から定幅図形をかく方法と，その定幅図形の性質の考察である。作図方法は2.2節で紹介する。その作図によって得られる定幅図形はどれもおにぎりのような形になるので，本稿ではその定幅図形を「おにぎり形」とよぶことにする。

2.2.　おにぎり形

2.2.1　作図方法

まず，△ABCをかき，各辺を延長する。ここでBCを一番長い辺とする。ABのB側の延長線上に，AD>ACとなるように点Dをとる。そして，Aを中心に半径ADの円弧をかき，直線ACのC側の延長線との交点をEとする(図1左)。次に，Cを中心に，半径CEの円弧をかき，直線BCのC側の延長線との交点をFとする(図1右)。

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部

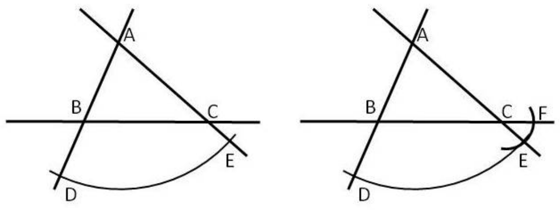

図 1

この操作を繰り返せば図 2 のような閉曲線をかくことができる。この作図方法によって得られる閉曲線をおにぎり曲線，おにぎり曲線で囲まれた図形をおにぎり形とよぶことにする。

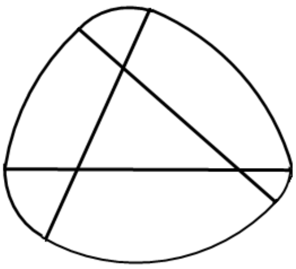

図 2

2.2.2 性質

この節では，おにぎり形が定幅図形であることを証明する。その前に，必要な用語を定義する。

定義 1[2] 連続関数 $p:[a,b]\to\mathbb{R}^2$ によって定められる平面上の曲線 $L=\{p(t)|a\le t\le b\}$ に対し，始点と終点が一致する $(p(a)=p(b))$ とき，L は**閉曲線**(図 3) であるという。また，$s_1,s_2\in(a,b)$ が，$s_1\ne s_2$ ならば $p(s_1)\ne p(s_2)$ となるとき，L は**単純閉曲線**(図 3 中央，右) であるという。

以下，本論文では簡単のため，C^1 級かつ，区分的に C^∞ 級である p に対し，閉曲線を定義することにする。

定義 2[2] 単純閉曲線上のどの 2 点を結ぶ線分も曲線の外部にとび出さないとき，曲線は**卵形線**あるいは**凸閉曲線**(図 3 右) と呼ばれる。

図 3

パラメータ t を用いて表現される平面上の曲線 $L=\{p(t)|a\le t\le b\}$ に対し，$|\frac{d}{dt}p(t)|\ne 0(t\in[a,b])$ ならば，t から弧長パラメータ s への写像 φ は全単射となる。このとき，φ の逆写像によって定まる，各 s に対する t の値を $t(s)$ とかくことにする。

ここで，卵形線の幅を定義するために次の性質を紹介する。

卵形線の性質[3] 平面上の曲線 $L=\{p(s)|0\le s\le \ell\}$(ただし，$s$ は弧長パラメータ) を卵形線，d を向きのついた直線とする。このとき，曲線 p の接線 $\bar{d}$ で，d と向きを込めて平行なものがただ一つ存在する。この接線 $\bar{d}$ と曲線 p の接点の集合は，1 点からなる集合か線分かのいずれかである。

この性質を用いて，卵形線の幅を次のように定義する。

定義 3 卵形線 L 上の各点 $p(s)$ の接線を ℓ_s とすると，ℓ_s の向きは $p'(s)$ である。卵形線の性質から，$-p'(s)$ と向きを込めて平行な接線がただ一つ存在する。この 2 つの接線は (向きを込めず) 平行である。この 2 つの平行線の距離を，卵形線 L 上の $p(s)$ における幅といい $W(s)$ とかく (図 4)。

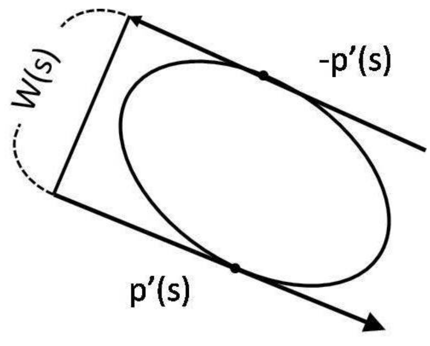

図 4

定義 4　卵形線 L に対し，L 上の各点 $p(s)$ における幅 $W(s)$ が s の値によらず一定であるとき，その曲線を**定幅曲線**といい，定幅曲線で囲まれた図形を**定幅図形**という。

以下，おにぎり曲線が定幅曲線であることを示すために，まず，おにぎり曲線が卵形線であることを示す。その準備として，次の卵形線に関する性質を紹介する。

パラメータ t を用いて表される平面上の曲線を $L = \{p(t)|a \leq t \leq b\}$ とし，$p(t) = (x(t), y(t))$ とおく。このとき $|\frac{d}{dt}p(t)| \neq 0 (t \in [a, b])$ とすると，L 上の各点における曲率は弧長パラメータ s によって，

$$\kappa(s) = \frac{\dot{x}(t(s))\ddot{y}(t(s)) - \ddot{x}(t(s))\dot{y}(t(s))}{(\dot{x}(t(s))^2 + \dot{y}(t(s))^2)^{3/2}}$$

となる。記号 $\dot{x}(t)$ は t による 1 階導関数，$\ddot{x}(t)$ は t による 2 階導関数を表す。

定義 5[2]　弧長パラメータ s で表される閉曲線 $\{p(s)|a \leq s \leq b\}$ に対し，曲率 κ が区分的に C^∞ 級で有界であるとする。このとき，曲率の絶対値の積分

$$\mu = \int_a^b |\kappa(s)|ds$$

を**全曲率**と呼ぶ。

性質 1[2]　任意の閉曲線の全曲率 μ に対し $\mu \geq 2\pi$ が成り立つ。また，$\mu = 2\pi$ が成り立つのは，曲線が卵形線のときに限る。

性質 2[3]　2 つの曲線 $p_1(s)$ と $p_2(s) (0 \leq s \leq \ell)$ をともに弧長パラメータで表わされた長さ ℓ の平面上の曲線とする。これらが回転と平行移動で重ね合わせることができるための必要十分条件は，すべての $s \in [0, \ell]$ に対し，両者の曲率が一致することである。

上の性質 1,2 を利用して，次の補題を証明する。

補題 1　おにぎり曲線は卵形線である。

(証明)　図 5 において $\angle\mathrm{BAC} = \theta_1, \angle\mathrm{ABC} = \theta_2, \angle\mathrm{BCA} = \theta_3$ とする。明らかに $\theta_1+\theta_2+\theta_3 = \pi$ である。また，作図の仕方から

$$r_1 + c + r_2 = r_2 + a + r_3 = r_3 + b + r_1$$

である。

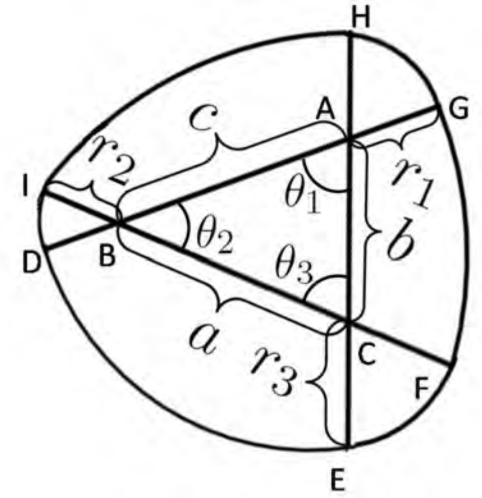

図 5

A を原点，直線 AB を x 軸，A を通り AB に垂直な直線を y 軸とする。ただし，$\overrightarrow{AB}$ の向きを x 軸の正の向き，y 軸の向きは x 軸の向きに対して左側にとる。このとき，性質 2 から，曲率の値は変わらないので，この座標平面上で全曲率 μ が $\mu = 2\pi$ となることを示せばよい。

各辺の長さを，図 5 のように a, b, c, r_1, r_2, r_3 を用いて表す。各弧の長さを求めると
$\overset{\frown}{\mathrm{DE}} = (c + r_2)\theta_1, \overset{\frown}{\mathrm{EF}} = r_3\theta_3, \overset{\frown}{\mathrm{FG}} = (a + r_3)\theta_2, \overset{\frown}{\mathrm{GH}} = r_1\theta_1, \overset{\frown}{\mathrm{HI}} = (b + r_1)\theta_3, \overset{\frown}{\mathrm{ID}} = r_2\theta_2.$

従って，おにぎり曲線の長さ ℓ は

$$\begin{aligned}\ell &= (c + r_2)\theta_1 + r_3\theta_3 + (a + r_3)\theta_2 + r_1\theta_1 \\ &\quad +(b + r_1)\theta_3 + r_2\theta_2 \\ &= (r_1 + c + r_2)\theta_1 + (r_2 + a + r_3)\theta_2 \\ &\quad +(r_3 + b + r_1)\theta_3 \\ &= (r_1 + c + r_2)(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ &= (r_1 + c + r_2)\pi.\end{aligned}$$

簡単のため，次の記号を使う。
$\ell_1=(c+r_2)\theta_1, \ell_2=\ell_1+r_3\theta_3,$
$\ell_3=\ell_2+(a+r_3)\theta_2, \ell_4=\ell_3+r_1\theta_1,$
$\ell_5=\ell_4+(b+r_1)\theta_3, \ell_6=\ell_5+r_2\theta_2=(r_1+c+r_2)\pi$

また，$\overrightarrow{AB}=(c,0), \overrightarrow{AC}=(b\cos\theta_1, b\sin\theta_1)$ である。ここで， パラメータ t を周上の点 P に対して，次のように定める。

$$t=\begin{cases}\angle\mathrm{DAP} & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{DE}}\text{ のとき}),\\ \theta_1+\angle\mathrm{ECP} & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{EF}}\text{ のとき}),\\ \theta_1+\theta_3+\angle\mathrm{FBP} & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{FG}}\text{ のとき}),\\ \pi+\angle\mathrm{GAP} & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{GH}}\text{ のとき}),\\ \pi+\theta_1+\angle\mathrm{HCP} & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{HI}}\text{ のとき}),\\ \pi+\theta_1+\theta_3+\angle\mathrm{IBP} & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{ID}}\text{ のとき}).\end{cases}$$

ただし，上の右辺の角はすべてラジアンで表されているものとする。また，$0\le t\le 2\pi$ である。さらに，上で定義した t を用いると，弧長パラメータは次のように表せる。

$$s(t)=\begin{cases}(c+r_2)t & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{DE}}\text{ のとき}),\\ \ell_1+r_3t & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{EF}}\text{ のとき}),\\ \ell_2+(a+r_3)t & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{FG}}\text{ のとき}),\\ \ell_3+r_1t & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{GH}}\text{ のとき}),\\ \ell_4+(b+r_1)t & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{HI}}\text{ のとき}),\\ \ell_5+r_2t & (\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{ID}}\text{ のとき}).\end{cases}$$

このとき，s は単調増加なので逆関数が存在する。それを $t(s)$ とおく。

さらに $p(t)$ を次のように定める。

$\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{DE}}$ のとき

$$p(t)=((c+r_2)\cos t,(c+r_2)\sin t),$$

$\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ のとき

$$p(t)=(b\cos\theta_1+r_3\cos t, b\sin\theta_1+r_3\sin t),$$

$\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{FG}}$ のとき

$$p(t)=(c+(a+r_3)\cos t,(a+r_3)\sin t),$$

$\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{GH}}$ のとき

$$p(t)=(r_1\cos t, r_1\sin t),$$

$\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{HI}}$ のとき

$$p(t)=(b\cos\theta_1+(b+r_1)\cos t, b\sin\theta_1+(b+r_1)\sin t),$$

$\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{ID}}$ のとき

$$p(t)=(c+r_2\cos t, r_2\sin t),$$

このとき，$\overrightarrow{OP}=p(t)$ となる。

まず，おにぎり形が閉曲線であることを示す。

$\hat{p}(s)=p(t(s))$ とおく。

点 D,E,F,G,H,I で $\hat{p}(s)$ が連続で，C^1 級であることを示す。

$\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{DE}}$ において，$s\to\ell_1$ とすると，$t\to\theta_1$ となる。よって，

$$\hat{p}(s)=p(t(s))\to((c+r_2)\cos\theta_1,(c+r_2)\sin\theta_1)$$

$s(t)=(c+r_2)t, \frac{dt}{ds}=\frac{1}{c+r_2}$ より

$$\begin{aligned}\frac{d}{ds}\hat{p}(s) &= \frac{dp(t)}{dt}\frac{dt}{ds}\\ &= (-\sin t(s),\cos t(s))\\ &\to (-\sin\theta_1,\cos\theta_1)(\text{as } s\to\ell_1).\end{aligned}$$

$\mathrm{P}\in\overset{\frown}{\mathrm{EF}}$ において，$s\to\ell_1$ とすると，$t\to\theta_1$ なので，

$$\begin{aligned}\hat{p}(s) &\to (b\cos\theta_1+r_3\cos\theta_1, b\sin\theta_1+r_3\sin\theta_1)\\ &= ((b+r_3)\cos\theta_1,(b+r_3)\sin\theta_1)).\end{aligned}$$

$s(t) = r_3 t, \frac{dt}{ds} = \frac{1}{r_3}$ より

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds}\hat{p}(s) &= (-\sin t(s), \cos t(s)) \\ &\to (-\sin\theta_1, \cos\theta_1) \ \text{(as } s \to \ell_1). \end{aligned}$$

作図より $c + r_2 = b + r_3$ なので，点 E で $\hat{p}(s)$ が連続で C^1 級であるといえる。

同様に，点 F,G,H,I でも $\hat{p}(s)$ は連続で C^1 級である。また，P $\in \overset{\frown}{\mathrm{ID}}$ のとき $s \to \ell_6$ とすると，$t \to 2\pi$ である。このとき，

$$\begin{aligned} \hat{p}(s) &= p(t(s)) \\ &= (c + r_2\cos t, r_2\sin t) \\ &\to (c + r_2, 0)(\text{as } s \to \ell_6), \end{aligned}$$

となり，$\hat{p}(0) = (c+r_2, 0)$ なので，$\hat{p}(0) = \hat{p}(\ell)$ である。よって，おにぎり形は閉曲線である。

次に，曲率を求める。

(I) $0 \le s \le \ell_1$ とする。このとき $0 \le t(s) \le \theta_1$ となる。よって，各 $t \in [0, \theta_1]$ に対し曲率を求めると，

$\dot{p}(t) = (-(c + r_2)\sin t, (c + r_2)\cos t)$,

$\ddot{p}(t) = (-(c + r_2)\cos t, -(c + r_2)\sin t)$ より

$$\begin{aligned} &\kappa(s) \\ = &\frac{(c + r_2)^2\{(-\sin t(s))^2 - (-\cos^2 t(s))\}}{\{(c + r_2)^2(\sin^2 t(s) + \cos^2 t(s))\}^{3/2}} \\ = &\frac{1}{c + r_2}. \end{aligned}$$

(II) $\ell_1 \le s \le \ell_2$ とする。このとき $\theta_1 \le s \le \theta_1 + \theta_3$ となる。各 $t \in [\theta_1, \theta_1 + \theta_3]$ に対し (I) と同様に曲率を求めると，

$\dot{p}(t) = (-r_3\sin t, r_3\cos t)$,

$\ddot{p}(t) = (-r_3\cos t, -r_3\sin t)$ より

$$\kappa(s) = \frac{1}{r_3}.$$

(III) $\ell_2 \le s \le \ell_3$ とする。このとき $\theta_1 + \theta_3 \le s \le \theta_1 + \theta_3 + \theta_2 = \pi$ となる。各 $t \in [\theta_1 + \theta_3, \pi]$ に対し曲率を求めると，

$\dot{p}(t) = (-(a + r_3)\sin t, (a + r_3)\cos t)$,

$\ddot{p}(t) = (-(a + r_3)\cos t, -(a + r_3)\sin t)$ より

$$\kappa(s) = \frac{1}{a + r_3}.$$

(IV) $\ell_3 \le s \le \ell_4$ とする。このとき $\pi \le s \le \pi + \theta_1$ となる。各 $t \in [\pi, \pi + \theta_1]$ に対し曲率を求めると，

$\dot{p}(t) = (-r_1\sin t, r_1\cos t)$,

$\ddot{p}(t) = (-r_1\cos t, -r_1\sin t)$ より

$$\kappa(s) = \frac{1}{r_1}.$$

(V) $\ell_4 \le s \le \ell_5$ とする。このとき $\pi + \theta_1 \le s \le \pi+\theta_1+\theta_3$ となる。各 $t \in [\pi+\theta_1, \pi+\theta_1+\theta_3]$ に対し曲率を求めると，

$\dot{p}(t) = (-(b + r_1)\sin t, (b + r_1)\cos t)$,

$\ddot{p}(t) = (-(b + r_1)\cos t, -(b + r_1)\sin t)$ より

$$\kappa(s) = \frac{1}{b + r_1}.$$

(VI) $\ell_5 \le s \le \ell_6$ とする。このとき $\pi + \theta_1 + \theta_3 \le s \le \pi + \theta_1 + \theta_3 + \theta_2 = 2\pi$ となる。各 $t \in [\pi + \theta_1 + \theta_3, 2\pi]$ に対し曲率を求めると，

$\dot{p}(t) = (-r_2\sin t, r_2\cos t)$,

$\ddot{p}(t) = (-r_2\cos t, -r_2\sin t)$ より

$$\kappa(s) = \frac{1}{r_2}.$$

次に，全曲率 μ を計算する。$\ell_0 = 0$ とおくと，

$$\begin{aligned} \mu &= \int_{\ell_0}^{\ell_6} |\kappa(s)| ds \\ &= \sum_{i=1}^{6} \int_{\ell_{i-1}}^{\ell_i} |\kappa(s)| ds \\ &= \frac{\ell_1}{c + r_2} + \frac{\ell_2 - \ell_1}{r_3} + \frac{\ell_3 - \ell_1}{a + r_3} + \frac{\ell_4 - \ell_3}{r_1} \\ &\quad + \frac{\ell_5 - \ell_4}{b + r_1} + \frac{\ell_6 - \ell_5}{r_2} \\ &= 2(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ &= 2\pi \end{aligned}$$

性質 1 から，おにぎり曲線は卵形線である。
□

次に，おにぎり形が定幅図形であることを，円の性質「円の接線は，その接点を通る半径に垂直である」を用いて証明する。

定理 1 おにぎり形は定幅図形である。
(証明) まず，図 6 において △ABC の各辺を延長してつくった 3 つの線分 DG,EH,FI の長さは，補題の証明で示したように全て等しい。図 6 のように各線分の長さを a, b, c, r_1, r_2, r_3 とおく。

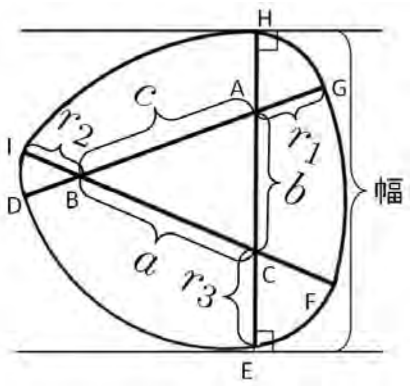

図 6

おにぎり曲線を L とおき，いつでも L の幅が線分 DG の長さと等しいことを示す。

L 上に 1 点 P をとる。そして，図 7 のように P と A を結び，その延長線と L との交点を Q とする。そして，点 P と点 Q における接線をそれぞれ m, m' とおく。このとき，m はおうぎ形の接線なので AP⊥m，同様に AQ⊥m' となる。よって，$m // m'$ なので，AP+AQ が L の点 P における幅である。

今，AP+AQ= $r_1 + b + r_3$ なので，AP+AQ=DG

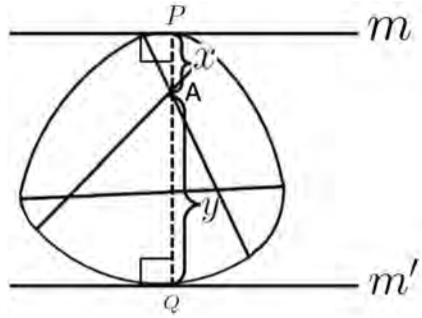

図 7

また，同様に考えると BP+BQ= $r_2 + c + r_1$，CP+CQ= $r_3 + a + r_2$ が成り立つ (図 8)。

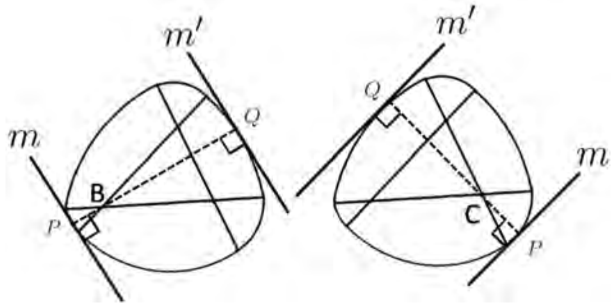

図 8

以上より，おにぎり曲線上の点では，幅はいつでも等しいので，おにぎり形は定幅図形である。 □

定理 1 は，次の補題 2 を使って証明することもできる。

補題 2
$v \in \mathbb{R}^2$ は $|v| = 1$ をみたす点とし，o を原点とする。v を通り $\vec{ov}$ に垂直な直線を ℓ とする。$x \in \mathbb{R}^2$ が ℓ によって二つに分けられる $\mathbb{R}^2$ の領域の内，原点を含む方に属するための必要十分条件は $\langle x, y \rangle < 1$ である。ただし，$\langle \cdot, \cdot \rangle$ は内積を表す。

2.3. 車について

2.3.1. 材料

市販されているミニ四駆，発泡スチロール製のカラーボード，竹ひご，瞬間接着剤，箱

2.3.2. 車のしくみ

ミニ四駆のタイヤにカラーボードで作った 4 つの合同なおにぎり形のタイヤを付ける (写

真1)。このとき，1つタイヤ(仮に前輪左とする)を接着した後，そのタイヤを車軸に沿って平行移動させた向きになるようもう一つのタイヤを接着させる。(前輪右のタイヤは真横から見れば向きは完全に一致している。)同じように後輪の向きは，前輪を車の後方へ平行移動した向きである。

また，土台となるミニ四駆は速く走るタイプのものよりオフロード型の方がいい。速く走るタイプの場合，タイヤの回転が速いので，振動しすぎて実験がうまくいかない。

写真1

写真1の状態で走らせると，タイヤが定幅図形であっても車体は振動してしまう。つまり，おにぎり形は円とは異なり，点対称な図形ではないため，いくら図形の中心あたりに車軸を固定させても車体が振動する。しかし，タイヤがどのように回転してもタイヤの幅は一定である。そこで，タイヤの上部に車の屋根を載せれば，走行中でも屋根の位置は安定している。そこで，車の屋根を4つのタイヤで支えるようにして載せることにした。そして，タイヤの回転によって屋根が前後に移動しないように，車体に棒をさし，車の屋根に穴をあけて固定させた(写真2)。その結果，図9のBの形のタイヤを持つミニ四駆とは振動の違いが明らかに分かるような走行をするようになった。

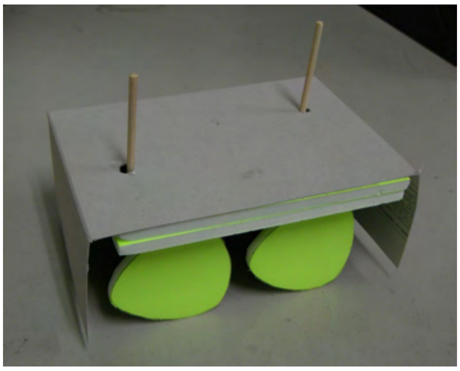

写真2

3．授業実践について

本授業では，“ おにぎり形 ”のタイヤでは車の屋根がゆれない理由を考える。その理由の考察に必要な既習事項は

・コンパスを用いた作図
・平行線ならば幅が常に一定であること
・円において，中心と円周上の点までの距離は常に一定であること

である。また，中学校で学習する「円の接線は，その接点を通る半径に垂直である」という円の接線の性質も必要である。このように既習の内容を使ったり，図形の性質を発見したりしながら学習が進められるよう授業案を作成した。

3.1. 授業のねらい

授業のねらいは次の3つである。

(A) **おにぎり形をかくことができる。**
(B) **図形を写したり，回転させたりする活動を通してこの図形の特徴を調べることができる。**
(C) **おにぎり形のタイヤでは，車の屋根がゆれずに進む理由が理解できる。**

3.2. 実践方法

場　所　：岐阜県各務原市立蘇原第二小学校
日　程　：平成21年2月9日
対象児童：5年生(8人)，6年生(11人)
講座名　：「不思議なおにぎり」
時間数　：全2時間を各学年ごとに実施

3.3. 授業の概要

授業内容
〇定幅図形ではないものとして，正方形の角を丸くしたもの (図 9 の B) を用意し，この図形をタイヤにした車を 1 号車とする。定幅図形であるおにぎり形の図形をタイヤにした車を 2 号車とする。タイヤを隠した状態で走らせ，2 台の車の走り方を見比べて，その違いを捉える。
〇 1 号車の方がよくゆれ，2 号車はあまりゆれずに走ることを知る。
問題：ゆれずに走る車のタイヤは A と B のどちらでしょう。

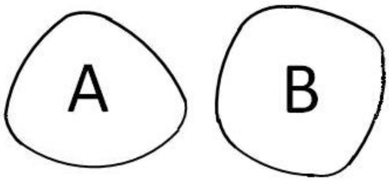

図 9

〇 2 号車のタイヤがおにぎり形であること知り，この図形について興味・関心を持たせる。
〇円以外のタイヤでもゆれずに進むタイヤがあることを知る。
〇定規，コンパスを用いておにぎり形をかく。
〇車の構造を理解する。
〇図形を写したり，回転させたりして，図形の特徴を調べる。
〇おにぎり形の高さが一定なので，車がゆれないことがわかる。
〇おにぎり形のタイヤを作り，車を走らせ，ゆれずに走ることを実感する。

3.4. 授業内容に関する児童の既習内容

・図形をかいたり，作ったり，敷き詰めたりする活動【ずらす，まわす，うらがえす】(第 2 学年)
・三角定規の利用，方眼を用いた直角三角形の作図【辺，頂点，直角，直角三角形】(第 3 学年)
・図形の性質を調べる活動【円，中心，半径，直径，球】(第 4 学年)
・コンパスの利用 (第 4 学年)
・コンパスを用いた二等辺三角形や正三角形の作図 (第 4 学年)
・直線をのばす (第 5 学年)
・平行な直線のはばはどこでも等しい【垂直，平行】(第 5 学年)

3.5. 学習到達目標

児童の既習内容をふまえて，以下の 4 点を学習到達目標とした。
・図形を回転させて，高さが一定であることがわかる。
・回転させながら図形を写しとり，一番高い点を結ぶと地面と平行な直線がひける (図 10)。
・3 つの線分 (図 6 における DG,EH,FI) の長さが等しいことがわかる。
・高さを測るときに地面に垂直な線分をひくと，どれも三角形の頂点を通る。

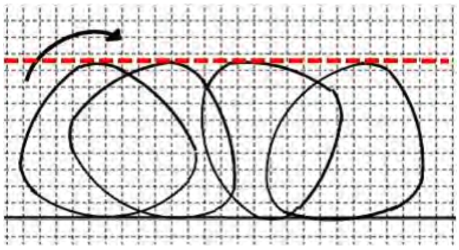

図 10

4．児童の活動の様子

おにぎり形を作図する際，異なる半径をもつ円弧がつながることを理解していた (写真 3)。また，児童それぞれの好きな長さで決めた三角形をもとにおにぎり形を作図したため，どんな三角形からでもおにぎり形をかけることが実感できたと考える。

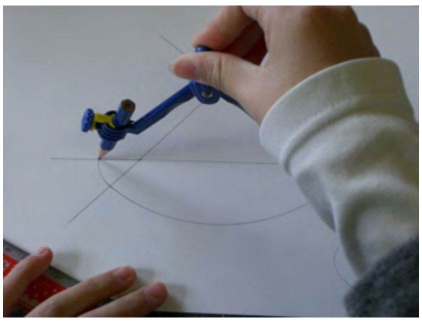

写真 3

５年生は，図形を回転させたり (写真 4) 方眼紙に図形を写していく (写真 5) ことで，おにぎり形の高さが一定であることを理解していた。

写真 4

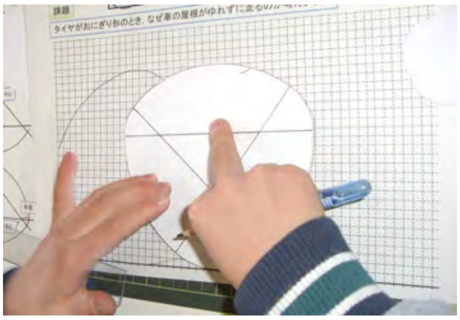

写真 5

６年生では，より丁寧に作図に取り組み，考察も深めることができた。特に，学習到達目標の４つ目である「高さを測るときに地面に垂直な線分をひくと，どれも三角形の頂点を通る。」ということが作図から発見できていた (写真 6)。

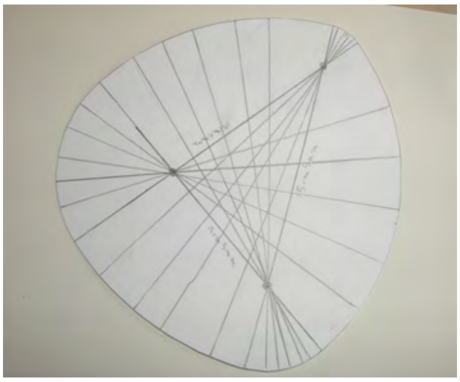

写真 6

５．アンケート結果と考察

５，６年生とも全員が「おにぎり形」のかき方をよく理解し，以下のように多くの性質を発見した。

【おにぎり形について発見したこと】
・回しても高さが変わらない。だから車の屋根がゆれない。
・高さを測る線をひくと全て同じ長さ。
・一番高いところを線で結ぶと地面と平行になっている。
・高さの線はすべて三角形の頂点を通る。

また，今までの算数の授業で習ったことの中で，今回の授業につかったものとして，次のことをあげていた。
・コンパスを使って円をかくこと。
・定規で三角形をかくこと。
・高さを測って回して確かめること。
・コンパスを使った三角形のかき方
・平行かどうか調べること。
・円を利用して別の形をかくこと。

車のタイヤを作って実験することだけでなく，新しい図形を覚えたことや，おにぎり形を作図することなどが楽しかったと言っていた児童がおり，算数としての学びが深い授業をすることができた。何より，アンケートで全員が今回の授業を楽しかったと答えてくれたことが授業者にとって嬉しいことであった。

６．今後の課題

今回の授業は，対象が小学生であったため実験や測定によって分かったことをもとに考えを進めた。その一方で，第２節で示したようにおにぎり形が定幅図形であることの証明の一部は，中学生でも理解可能である。従って，この題材で中学生を対象とした授業案を作成し，実践してみたい。

また，今回の授業では，ミニ四駆を用いて実験を行った。これは，モーターを利用しなければ，このタイヤをもつ車を前に進めることができなかったためである。このことを深く調べるために特異点におけるおにぎり形の車輪の運動について今後考察していく予定である。さらにその結果を高校生用の題材として教材化することも考えている。

引用文献

[1] 文部科学省，2008，小学校学習指導要領解説　算数編.

[2] 小林昭七，1992，曲線と曲面の微分幾何，裳華房.

[3] 梅原雅顕・山田光太郎，2002，曲線と曲面ー微分幾何的アプローチー，裳華房.