岐阜数学教育研究
2009, Vol.8, 16-21

乱数表を題材にした授業の開発と実践

竹内雅人[1], 愛木豊彦[2]

現代社会において，統計は，様々な問題を解決するために重要な役割をはたしている。また，新しい学習指導要領においても，統計を扱う「資料の活用」が領域として設定された。そこで，この領域に関する教材研究が重要と考え，この領域を学習することの意義を実感できるような授業を開発することにした。授業の題材は統計的手法の一つである乱数表を用いたシミュレーションである。本稿では，2009 年２月に行った実践の内容について報告する。

＜キーワード＞乱数表，シミュレーション，確率

1. 序論

2008 年 3 月 28 日に改訂された中学校学習指導要領 ([1]) において,「資料の活用」領域が新しく定められた。この新しい領域に関して，[1] で次のことが述べられている。

> 急速に発展しつつある情報化社会においては，確定的な答えを導くことが困難な事柄についても，目的に応じて資料を収集して処理し，その傾向を読み取って判断することが求められる。「資料の活用」の領域では，そのために必要な基本的な方法を理解し，これを用いて資料の傾向をとらえ説明することを通して，統計的な見方や考え方及び確率的な見方や考え方を培うことが主なねらいである。

このことから，急速に変わっていく情報化社会において，子供たちが統計を学習する必要性が高くなってきていることがうかがえる。そこで，統計的な見方や考え方，確率的な見方や考え方の有用性を感じられるような授業の開発を行うことにした。

2. 授業の概要

2. 1. 教材について

本論文で提案する授業において，５人でジャンケンをしたときに，あいこにならず決着がつくまでに何回かかることが最も多いのかを，乱数表を用いたシミュレーションによって考察する。

今回，ジャンケンに関する乱数表を用いたシミュレーションを選んだ理由は，新しい中学校学習指導要領において乱数が取り上げられることになったからである。[1] では，乱数を用いる例として，標本調査を挙げている。授業開発段階で，それを念頭におき，いろいろな調査について検討したが，生徒が必要性を感じられるようなものを見つけることができなかった。そこで現代社会で乱数を使っているものの代表であるシミュレーションを取り上げれば有用性を感じられるのではと考え，この題材を選んだ。乱数を発生させるには，乱数さいやコンピュータを用いるなどの手段があるが，ここでは乱数表を用いる。コンピュータを使うと簡単に実験を数多くすることができるが，乱数発生や作成の仕組みが分かりにくい。とはいえ，これからの社会に生きてゆく子供達にとって，コンピュータによるシミュレーションに関する知識は十分に重要である。そこで，乱数さいなどの物理的

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部

乱数発生ではなく，人間が作り出した乱数である乱数表を用いることにした。これが，コンピュータによるシミュレーションを理解する上での基礎になるものと考えている。

次に，問題を「5人でジャンケンしたときに，あいこにならず決着がつくまでの回数で最も多いものを求める」とした理由について説明する。まず，ジャンケンは誰でも知っているので，ルールの説明をしなくてよいことが第一の理由である。また，積の法則を学習していない中学生にとって，樹形図だけでこの問題に現れる確率の値を求めることは，複雑で難しく，シミュレーションを用いなければこの問題を考えられない。さらに，実験しようとした場合，5人が何度もジャンケンをしなければならないが，乱数表を用いれば1人で，かつ，短時間で調べられるので，生徒はこのことに有用性を感じるのではないかと考えたからである。

次に，ジャンケンをする人数を5人に設定した理由を述べる。そのために，この事象に関する確率の値と期待値を求める（[2]）。n 人でジャンケンをしたときに1回で勝負が決まる確率を $p(0 < p < 1)$ とおく。あいこにならず決着がつくまでに要した回数を X とする。さらに，自然数 k に対し $X = k$ となる確率を $P(X = k)$ で表すことにすると，$P(X = k) = q^{k-1}p(k = 1, 2, \cdots,)$，ただし，$q = 1 - p$ である。ここで，

$P(X = k) = q^{k-1}p > q^k p = P(X = k+1)$

なので，$P(X = k)$ は k に関して単調減少である。つまり，1回目で勝負が決まる確率が1番大きいことが分かる。

次に，X の期待値 $E(X)$ を求める。

$P(X = k) = p_k$，$f(t) = \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} p_k t^k$ とおくと，

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} pq^{k-1}t^k = \frac{p}{q}\sum_{k=1}^{\infty}(qt)^k = \frac{pt}{1-qt}$$

この級数が収束するための t の範囲は $-1 < qt < 1$ すなわち，$-1/q < t < 1/q$ である。今，$0 < q < 1$ なので，$1/q > 1$ である。よって，$t = 1$ はこの範囲にあるので，$f(t)$ は $t = 1$ で微分可能である。

$$f'(t) = \sum_{k=1}^{\infty} kp_k t^{k-1} = \frac{p}{(1-qt)^2}$$

より，$E(X) = f'(1) = \frac{1}{p}$ となる。

ここで，n 人でジャンケンをしたときの p と $E(X)$ の値をまとめたものが，表1である。表1で示したように，人数が4人以下だと，ジャンケンが続く平均回数は，2回以下であり，5人だと2.7回，6人以上だと3回をこえる。従って，人数を4人以下とした場合，生徒は経験から1回で決着がつくことが1番多いことが容易に予想できる。そのため，求めた結果に意外性が出るよう人数は5人以上がよいと考えた。逆にジャンケンをする人数が6人以上になると，ジャンケンが続く平均回数が大幅に増加し，乱数表を使ってシミュレーションをするのに，かなりの時間を要するので，人数を5人にした。

n	2	3	4	5	6	
p	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{14}{27}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{62}{243}$	
$E(X)$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{14}$	$\frac{27}{10}$	$\frac{243}{62}$	

表1

実際に乱数表を用いて，5人でジャンケンを行い決着のついた100通りを分類すると，表2のような結果になる。従って，100回ほどのシミュレーションを行えば，十分に問題の答えを得られることがわかる。

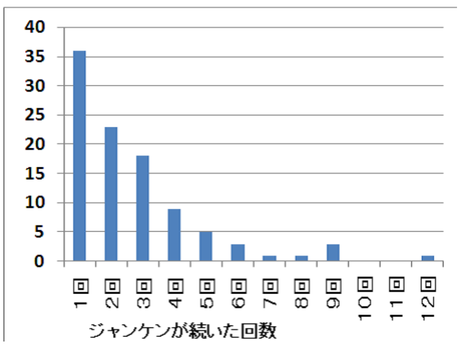

表2

2.2. 乱数表について

一般に0から9まで10個の数の系列において，等確率性と無規則性との２つの性質を持つ場合に，これを0から9までの10個の数からなる乱数列と呼び，それを順に記録したものが乱数表である ([3])。乱数列の発生方法として，つぼの中から10個の等質･等大の0から9までの数字が記載された球を混ぜて取る実験を繰り返し，その数を記録していくなどの手段もあるのだが，多くの乱数表には，レーマー法 ([4],[5]) をはじめコンピュータで発生させた乱数列が記載されている。また，多くの乱数表では，表３のように乱数列を，順番に２桁の数に区切って表記している。しかし，今回の授業では乱数列を１つ１つの数字として認識するので，乱数表を初めて扱う生徒にとって，表３のような表記では混乱を招きかねない。そこで，今回の授業では [6],[7] に記載されている乱数表を，表４のように１つずつの数字に区切り直し，生徒に配布することにした。

33	71	34	80	07
85	27	48	68	93
84	13	38	96	40
56	73	21	62	34
65	13	85	68	06

表３

3	3	7	1	3	4	8	0	0	7
8	5	2	7	4	8	6	8	9	3
8	4	1	3	3	8	9	6	4	0
5	6	7	3	2	1	6	2	3	4
6	5	1	3	8	5	6	8	0	6

表４

2.3. 授業の展開

生徒は，乱数表を扱うのは初めてなので，上記の問題をいきなり乱数表を使って解決することはできない。そこで，全２時間の本授業において，初めの１時間で，乱数表の特徴と使い方を学習する。

その１時間目の目的は，次の２つの乱数表の特徴を理解することである。

1. 数字が縦にも横にもバラバラに並んでいる（無規則性）。
2. 0から9までの数字がほぼ同じ割合で含まれている（等確率性）。

授業では，まず生徒に乱数表には縦にも横にも数字の並び方に規則がないことを確認させ，特徴１を理解させる。そして特徴２を理解できるように，まず乱数表から無作為に１列に並ぶ数字を抽出し，その中に0から9までの数字がそれぞれいくつずつ含まれているのか確認させる。しかし，抽出する乱数が少ない場合，表５のように含まれる個数にかなり違いが生じる。そこで，あらかじめ Excel を用いて100万個の乱数を発生させ，その中に0から9までの数字がそれぞれいくつずつ含まれているのかを示した表６のようなグラフを用意しておき，２つのグラフを比較させることによって，生徒に特徴２を理解させる。

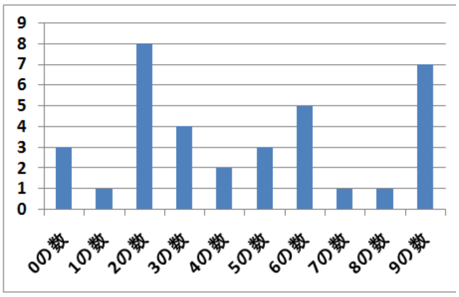

表５

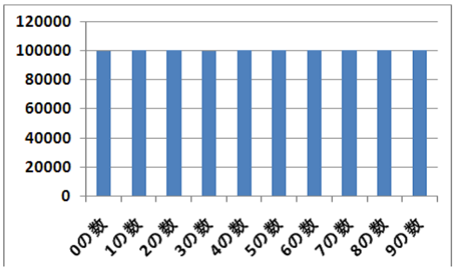

表６

ジャンケンにおいて，起こりうることがらは，グー，チョキ，パーの３つである。その３つが同じ割合で現れるよう，どのように０～９までの 10 の数を割り振るのかを考えるという活動を２時間目に行うが，この部分が本授業で最も重要だと考えている。なぜならば，乱数を使ったシミュレーションを行う際，この活動が必要になるからである。この活動が十分に理解できるよう１時間目で乱数表を用いて以下のゲームを行う。

コイントスゲーム
２枚のコインを投げたとき
２枚とも表なら２点
２枚とも裏なら１点
表・裏なら０点
とする。40 回投げたら
何点取れるだろう。

ここで，コイントスゲームを行う際の乱数表の使い方を説明する。まず，表７のように乱数表の縦２列を選ぶ。そしてコインを投げたときに，コインは表と裏しか現れないので，偶数がコインの表，奇数がコインの裏を表しているものと考える。

2 8 8 9	6 5	8 7 0 8
3 0 2 9	4 3	6 5 4 2
9 5 7 4	6 2	6 0 5 3
0 1 8 5	5 4	9 6 7 2
1 0 9 1	4 6	9 6 8 6

表７

2.4. 授業のねらい

第１節，第 2.1，2.3 節で述べたことをふまえ，本授業のねらいを以下の３点とした。

- 乱数表の特徴と使い方を理解できる。
- 実験の内容に合わせて乱数表を使うことができる。
- 実際に実験をしなくても，乱数表を使って結果を調べる経験を通して，乱数表に対する有用性を実感することができる。

2.5. 授業の流れ

＜１時間目＞

１.「５人でジャンケンをしたとき，何回で決着がつくことが一番多いだろうか。」という問題を示し，その解決手段として，乱数表を紹介する。

２．乱数表では，縦にも横にも数字がバラバラに並び，かつ 0 から 9 までの数字がほぼ同じ割合で含まれていることを確認する。

３．乱数表を使ってコイントスゲームをすることにより，乱数表の使い方を覚える。

＜２時間目＞

４．５人でジャンケンをするときの乱数表の使い方を考える。

５．乱数表を使って，上の問題について考察する。

3. 授業の概要

講座名：「簡単 !! シミュレーション」
場　所：岐阜県岐阜市立陽南中学校
実施日：平成 21 年２月 18 日第３校時，23 日第４校時
対　象：第３学年（18 日 10 名，23 日９名）

3.1. 各時間のねらいと内容

第１時
＜ねらい＞
乱数表の使い方と特徴を理解する。
＜活動内容＞
乱数表の特徴を調べた後，乱数表を用いてコイントスゲームを行い，結果について考察する。

第２時
＜ねらい＞
目的に合わせた乱数表の使い方を考え，シミュレーションをすることで，実際に実験をしなくても調べられることを理解する。
＜活動内容＞
前時に学習した乱数表の特徴と使い方を振り

返った後，問題をシミュレーションにより解決していく。

3.2. 活動の様子

第１時間目：課題設定

まず,「５人でジャンケンをしたとき，何回で決着がつくことが一番多いだろうか。」という問題を提示した。そして，この問題を実験して解決するのは面倒だということを実感させるため，実際にジャンケンを行わせた。これをうけて，問題を１人でかつ，短時間で調べるための手段として乱数表を導入し,「乱数表の特徴と使い方を調べよう。」という課題を設定した。

第１時間目：まとめ

生徒に乱数表の使い方を紹介し，コイントスゲームの結果を乱数表を使って調べた。表８は10人分の結果を集計したものである。明らかに０点となる割合が最も高く，生徒もこの実験結果より,「乱数表を使えば，実際にコインを投げなくても起こりやすさを調べられる」ことを実感できていた。

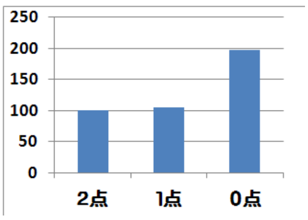

表８

第２時間目：課題設定

乱数表の特徴と使い方の復習をした後,「乱数表の使い方を考え，５人でジャンケンをする実験をしてみよう。」という課題を設定した。この際，何の手がかりもなければ生徒が乱数表の使い方に関して困惑するだろうと考え，表９と表１０を提示し，コイントスの実験をしたときと同じように，ジャンケンの場合も，グー，チョキ，パー，に数字を割り振ることを気付かせた。

コインの表	0, 2, 4, 6, 8
コインの裏	1, 3, 5, 7, 9

表９

グー	
チョキ	
パー	

表 10

第２時間目：個人追究

乱数表を使ってジャンケンの結果を調べる場合，グー，チョキ，パーの３つが同じ割合で現れるよう，０～９までの 10 個の数のうち，どれか１つを除いて数字を割り振らなければならない。例えば

グー	1,4,7		グー	1,2,3
チョキ	2,5,8	や	チョキ	4,5,6
パー	3,6,9		パー	7,8,9

などが考えられる。しかし，授業では，このことになかなか気づけずに悩む生徒の姿が目立った。そこで１度全体交流をして０～９までの 10 個の数の割り振り方を確認した後，乱数表を用いた実験を行った。

第２時間目：まとめ

生徒全員の実験結果を集計し，それを発表した（表 11）。表 11 からすべての生徒が,「５人でジャンケンをしたとき，１回で決着がつくことが一番多い」と結論づけることができていた。

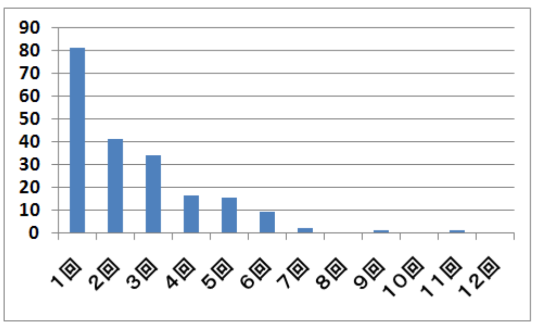

表 11

4. 授業に対する考察

第２時間目の授業後に，生徒９人に対しア

ンケートを実施した。その回答から授業に対する考察を行う。

4.1. 生徒の感想

- 乱数表はバラバラの数の表だからこそ，たくさんのデータを集めれば，課題を解決できることが分かった。
- 思っていたこととは裏腹に，ジャンケンはあまり続かないものだということを知り，その点に驚かされた。
- 実際にやると時間がかかる実験を，乱数表を使うと短時間で結果を調べることができた。
- 実際に実験をしなくても，数が不規則に並んでいる乱数表を使えばだいたいの確率を求められることが分かった。
- 乱数表を使えば，いくつ通りのものでも調べられそうだと思った。

4.2. アンケート結果

(１) 本教材に対しての興味・関心
楽しかった：８人
普通：１人
つまらなかった：０人
(２) 乱数表に対する有用性
便利だった：８人
役立たない：１人

4.3. ねらいの達成度

(１) 乱数表の特徴と使い方を理解できる。

生徒全員が，２つの特徴に気づき，コイントスの結果も，乱数表を使って詰まることなく順調に調べることができていた。よってこのねらいは達成できたといえる。

(２) 実験の内容に合わせて乱数表の使い方を工夫することができる。

乱数表を使ってジャンケンの結果を調べるときに，グー，チョキ，パーの３つが同じ割合で現れるよう，０～９までの 10 の数のうち，どれか１つを除かなければいけないのだが，そのことがなかなか気づけずに悩む生徒の姿が目立った。しかし全体交流の後は,「１つの数字を省いて考える」という発想に気づき，乱数表を活用する姿が見られたので，このねらいは達成できたといえる。

(３) 実際に実験をしなくても，乱数表を使って結果を調べることで，乱数表に関して有用性を実感することができる。

コイントスゲームの結果発表で表５を提示した際に，乱数表から求めた値と，確率の値が近かったことから，生徒は乱数表の有用性を実感することができていた。またアンケートの結果からも，ほとんどの生徒が乱数表の有用性を実感できていることがうかがえるため，このねらいは達成できたといえる。

5. 今後の課題

今後の課題は，生徒が自主的に活動する場面を設けることである。今回の授業では，乱数表を学習したことがない生徒に乱数表の特徴や使い方を教えなければならなかったので，どうしても教師の説明の部分が増えてしまい，生徒が自主的に乱数表を使って問題解決をする場面が少なかった。アンケートにも,「乱数表を用いてトランプやビンゴゲームの結果も調べることができそうだ。」という意見があったので，今後は，生徒が乱数表を用いて自主的に問題を解決する展開にしたいと考えている。

引用文献

[1] 文部科学省，2008，中学校学習指導要領（平成 20 年 9 月）解説―数学編―.
[2] 猪野富秋，伊藤正義，1981，数理統計入門，森北出版.
[3] 脇本和昌，1970，乱数の知識，森北出版.
[4] 宮武修，脇本和昌，1978，乱数とモンテカルロ法，森北出版.
[5]Birger Jansson，1966，Random Number Generators，Victor Pettersons Bokindustri Aktiebolag.
[6]P．G．ホーエル，1963，初等統計学，培風館.
[7] 稲葉三男，稲葉敏夫，稲葉和夫，2004，経済・経営統計入門第２版，共立出版.