岐阜数学教育研究
2008, Vol.7, 18-31

数学的活動を取り入れた相似な図形に関連する教材の開発と実践

淺井洋佑[1]，愛木豊彦[2]

各機関が行っている学力調査などで，身に付けた知識・技能の活用ができていない子どもが少なくない現状が報告されている。そこで，日常生活と図形や関数との関わりを知り，身につけた知識・技能を活用することで，その有用性が感じられるような教材の開発を行った。本論文では，授業案を開発した背景やその内容，そして授業実践の結果について報告する。

＜キーワード＞数学の有用性，相似，誤差，正接，変化の割合

1. 序論

平成 20 年 1 月 17 日に発表された中央教育審議会の学習指導要領等の改善についての答申 [1] において,「基礎的・基本的な知識・技能については，相当数の子どもたちが概ね身に付けていると考えられる。しかし，身に付けた知識・技能を実生活や学習等で活用することが十分にできていない状況や，事柄や場面を数学的に解釈すること，数学的な見方や考え方を生かして問題を解決すること，自分の考えを数学的に表現することなどに課題がある」との報告がある。このことから，児童生徒は基礎的・基本的な知識や技能を身に付けてはいるが，それを活用することができていない現状が見えてくる。さらに知識・技能を活用する力が身に付いている児童生徒は基礎的・基本的な知識・技能も定着している傾向にあるが，知識・技能が定着しているからといって，それらを活用する力が身に付いているとは限らないという報告もある。

その原因として，児童生徒が，身に付けた知識・技能の活用する機会が少ないこと，また，その知識・技能が実生活の中でどのように活用されているのか知らないことが考えられる。教科書で扱う文章問題に具体的な場面設定は見られるものの，これだけでは，あくまで机上の学習に留まってしまっていることは否めない。また,「数量や図形についての作業的活動や体験的活動などを取り入れる授業が学校現場において次第に増えてきている」とされているが，学校現場において授業時間数などの問題から，このような算数・数学的活動を取り入れた実践が十分に行えていない状況もあるのではないだろうか。事実，算数・数学教育の課題の一つに，より多くの実践例の開発が挙がっている。

また，答申 [1] における算数・数学の学習指導要領に対する改善の基本方針の一つとして，

> 子どもたちが算数・数学を学ぶ意欲を高めたり，学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすることが重要である。そのために，学習し身に付けたものを，日常生活や他教科等の学習，より進んだ算数・数学の学習へ活用していくことを重視する。

とある。さらに，算数・数学を学ぶことの意義や有用性，社会全般における数学の果たす役割についての認識を高めることも課題の一

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部

つとされている。

そこで，算数・数学の意義や有用性を実感し，日常生活などへ活用できる力を身に付けられるような教材の開発を目指すこととした。

2. 授業開発の背景

2.1. 先行研究の結果から

教材開発にあたり，平成19年7月31日，8月1日の2日間，中学生5名を対象に行った実践 (淺井，愛木 [2]) を参考にした。この実践では，目標物の仰角を器具を用いて測定し，相似な三角形の相似比の性質を利用することで，その高さを求める。その過程で器具をより良いものにしていくことを目標とし，このような活動を通して数学の有用性を感じ，達成感を得ることをねらいとした。

ここで，その実践の流れを示す。

1. 2日間で行う内容を知り，課題を理解する。
2. 示された目標物の仰角を測定する器具の試作品と同じものを作成する。
3. 学習プリントを用いて，比と相似な図形の性質について学習する。
4. 目標物の仰角を測定する器具の試作品を用いて体育館の2階までの高さを求め，その数値やそこで感じたことなどを全体で交流する。その後，直接測った値と比較することで，誤差があることに気付く。
5. 活動を振り返り，器具のどの部分に問題があるかなど改良の方法について話し合い，より誤差が少なく測定できる器具を作成する。
6. 改良した器具を使い，様々な場所の高さを求める。
7. 測定結果や改良した点などを報告する発表会を行う。

この実践後に行ったアンケートから，生徒の感想の一部を紹介する。

- 意外にも数学の知識で実用的なものが含まれていることがわかってびっくりしました。
- もっと数学を使ってどんなことを求めることができるのかを考えていきたいです。
- 仕事で測定をしている人みたいに実際に測れたのがいい経験になりました。
- 考えて作ってという試行錯誤が自分のためになったと思った。

ここに述べた生徒の感想や，器具を改良し，直接測った高さ (320cm) との誤差が 2cm というかなり正確な値を求められたことなどから，本教材を通して，数学の有用性を実感できたのではないか。また，本教材を用いた授業が，生徒が日常生活に数学が用いられている場面を知ることに対しても有効であったと考える。さらに，授業中，積極的に活動する生徒の姿が見られた。これは,「目標物の仰角を測定する器具を改良していく」という生徒にとって具体的な課題設定の結果ではないだろうか。これらのことから，本教材を用いた授業は，第1節で述べた算数・数学教育の課題に対して有効であったと考える。

しかし，学校の通常授業において，ここで述べているような2日間という長い時間を確保することは難しいため，この授業の普及を考えた場合，授業案の見直しが必要であると考えていた。そこで，内容や時間配分を再検討し，授業時間を全2時間とした。

さらに実践[2]において,「器具の角度が26°～27°になるあたりで測定を行うと誤差が出にくい」といったように，測定に適した角度が存在するのではないかと感じた生徒がいたことから，新たに測定結果と直接測った値との間に生じる誤差に着目した。測定結果に誤差が生じる要因には，目線の高さの不安定さなども考えられるが，今回は手ぶれなどが原因となって生じる仰角を測定する際の誤差を取り上げる。目線の高さのずれ幅は数 cm と

小さいが，角度のずれによって生じる誤差は，水平距離によってその数値が大きくなる。そのため，この誤差が測定値に与える影響は大きい。また，正接の値を求める器具を使えば，簡単にその値を求められることなどが，この誤差を取り上げた理由である。

2.2. 誤差について

ここで，高さ h の目標物の仰角の測定値がずれたとき，高さの誤差が水平距離 x によってどのように変化するのか考察する。

仰角の真の値を θ とすると，$h = x\tan\theta$ となる。ここで，仰角の測定誤差はいつでも δ であるとすると，仰角の測定値は $\theta+\delta$ となる。このときの高さの測定値を h' とすれば，$h' = x\tan(\theta+\delta)$ となる (図 1，図 2 参照)。

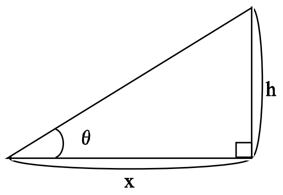


図 1

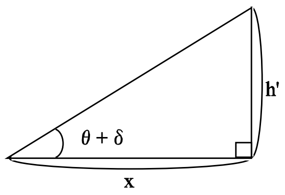


図 2

したがって，水平距離 x，仰角の測定誤差 δ に対する高さの測定誤差を $f_\delta(x)$ とすると，

$$\begin{aligned} f_\delta(x) &= h' - h \\ &= x\tan(\theta+\delta) - h \\ &= x\left(\frac{\tan\theta + \tan\delta}{1-\tan\theta\tan\delta}\right) - h \end{aligned}$$

ここで $\tan\delta = \varepsilon$ とおき，$\tan\theta = \frac{h}{x}$ を代入すると，

$$\begin{aligned} f_\delta(x) &= x\left(\frac{\frac{h}{x}+\varepsilon}{1-\frac{h}{x}\varepsilon}\right) - h \\ &= \left(\frac{h+x\varepsilon}{1-\frac{h}{x}\varepsilon}\right) - h \\ &= \frac{xh+x^2\varepsilon}{x-h\varepsilon} - h \\ &= \frac{xh+x^2\varepsilon-xh+h^2\varepsilon}{x-h\varepsilon} \\ &= \frac{\varepsilon(x^2+h^2)}{x-h\varepsilon} \end{aligned}$$

$f_\delta(x)$ の変化の様子を調べるために，$f_\delta(x)$ の 1 階導関数，2 階導関数を求める。

$$\begin{aligned} f'_\delta(x) &= \frac{2x\varepsilon(x-h\varepsilon)-(x^2+h^2)\varepsilon}{(x-h\varepsilon)^2} \\ &= \frac{2x^2\varepsilon-2xh\varepsilon^2-x^2\varepsilon-h^2\varepsilon}{(x-h\varepsilon)^2} \\ &= \frac{(x^2-h^2)\varepsilon-2xh\varepsilon^2}{(x-h\varepsilon)^2} \\ &= \frac{(x^2-h^2-2xh\varepsilon)}{(x-h\varepsilon)^2}\varepsilon \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f''_\delta(x) &= \frac{2\varepsilon(x-h\varepsilon)^3-(x^2-h^2-2h\varepsilon x)(x-h\varepsilon)}{(x-h\varepsilon)^4} \\ &= \frac{2\varepsilon(x-h\varepsilon)^2-(x^2-h^2-2h\varepsilon x)}{(x-h\varepsilon)^3} \\ &= \frac{2\varepsilon(x^2-2h\varepsilon x+h^2\varepsilon^2-x^2+h^2+2h\varepsilon x)}{(x-h\varepsilon)^3} \\ &= \frac{2h^2\varepsilon(1+\varepsilon^2)}{(x-h\varepsilon)^3} \end{aligned}$$

ここで，$f'_\delta(x)=0$ とすると，
$f'_\delta(x) = \frac{(x^2-h^2-2xh\varepsilon)}{(x-h\varepsilon)^2}\varepsilon = 0$ より，

$$\begin{aligned} x^2-h^2-2xh\varepsilon &= 0, \\ x &= h\varepsilon \pm \sqrt{h^2\varepsilon^2+h^2} \\ &= h\varepsilon \pm h\sqrt{\varepsilon^2+1} \end{aligned}$$

増減表は表 1 のようになる。

x	0	$\cdots$	h$\tan\delta$	$\cdots$	α	$\cdots$
$f(x)$			/			
$f'(x)$		↘	/	↘	0	↗
$f''(x)$	-	-	/	+	+	+

表 1

ここで，$\alpha = h\varepsilon + h\sqrt{\varepsilon^2+1}$ である。よって，$x=\alpha$ のとき，誤差が最小になる。

今，δ が十分に小さいとすると，ε も十分小さい。ゆえに，$\alpha \approx h$ となる。

以上より，誤差を最小にする水平距離は h と考えられる。

3. 教材について

ここで提案する授業においても，目標物の仰角を測定する器具 (写真 1) と正接の値を求める器具 (写真 2) を用いる。

写真 1

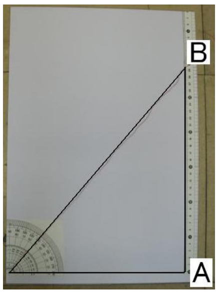


写真 2

生徒はこの 2 つの器具と，比と相似な図形の性質を利用して目標物の高さを求め，その際に生じる誤差について考察する。

以下，その測定方法を簡単に紹介する (図 3 参照)。

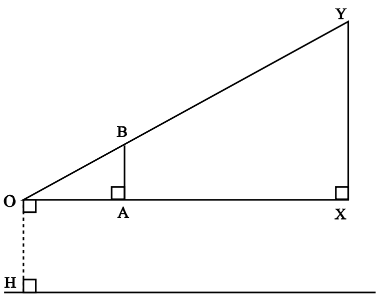


図 3

1. 目標物までの水平距離 (OX) と目線の高さ (OH) を巻尺で測る。
2. 「目標物の仰角を測定する器具」を使って目標物の仰角 ($\angle YOX$) を測る。
3. 測った角度を「正接の値を求める器具」に当てはめる (写真 2)。
4. AB の長さを読み取る。
5. $\triangle OAB \backsim \triangle OXY$ なので相似な図形の相似比の関係から，

$$OA : OX = AB : XY$$
$$XY = \frac{OX \times AB}{OA}$$

6. 目線までの高さ OH を加えれば，目標物の高さが求められる。

4. 授業の概要

4.1. 授業展開

これまでのことを踏まえ，全 2 時間の授業展開を以下のようにした。尚，この授業の指導案は本論文の最後に資料 1 として示す。

＜1 時間目＞

①高さの測定方法を示したプリント (文末資料 2) から，器具の使い方を知り，比と相似な図形の性質を利用して目標物の高さが求められることを知る。

②3 人 1 組になり，器具を用いて体育館の 2 階までの高さを求める (ワークシート (文末資料 3) を使って活動する)。

③直接測った値 (4m50cm) と比較し，誤差があることに気付く。また，誤差が一番小さくなった水平距離についても考察する。

＜2 時間目＞

④実験結果をもとに誤差が生じた原因を考え，目標物の仰角を測定する器具の角度のずれに着目する。

⑤1 時間目の実験結果から，どの水平距離で角度を読んでも，およそ 1 °のずれが生じてしまうことを確認する。また，すべての組の誤差が一番小さくなった距離を調べ，水平距離が短いと誤差が大きくなりそうだという予想を立てる。

⑥正接の値を求める器具とワークシート (文末資料 4) を使って，角度が 1 °ずれたときの正接の値を求める器具の値の差を調べる。

⑦活動から気付いたことを交流する。

1 時間目は先行研究 [2] の授業と同様に，器具を使った測定を行う。今回の目標物は体育館の 2 階までの高さ (4m50cm) とした。また，全員に比と相似な図形の性質を活用する経験をさせたいので，測定は 3 人 1 組で行うことに

した。生徒には「どこから測るとより正確に高さを求められるだろうか」と発問し，水平距離を変えながら，一番誤差が小さくなる水平距離を探すことを目標とした。尚，授業では時間短縮のため，測る水平距離は2m，5m，10m，15m，20m の 5 つとし，早く測り終えた組から好きな水平距離で測るという方法をとった。

2 時間目は誤差についての考察である。第2.2 節から，誤差を最小にする水平距離が存在すること，すなわち，目標物からの水平距離が遠すぎても近すぎても誤差が大きくなることがわかる。

第 2.2 節で示したように，

$$f_\delta(x) = \frac{x\tan\delta(1+\tan^2\theta)}{1-\tan\theta\tan\delta}$$

なので，目標物から遠い (x が大きい)，つまり，θ が小さい (θ が 0 に近い) ときは，

$$f_\delta(x) \approx x\tan\delta$$

ゆえに，x の影響で $f(x)$ の値，すなわち誤差が大きくなる。

また，目標物に近い (x が小さい)，つまり，θ が大きい (θ が $\frac{\pi}{2}$ に近い) ときは，

$$\begin{aligned} f_\delta(x) &= \frac{x\tan\delta(1+\tan^2\theta)}{1-\tan\theta\tan\delta} \\ &= \frac{x\tan\delta(\frac{1}{\tan\theta}+\tan\theta)}{\frac{1}{\tan\theta}-\tan\delta} \text{より，} \\ f_\delta(x) &\approx \frac{x\tan\delta(+\tan\theta)}{-\tan\delta} \\ &= -x\tan\theta \end{aligned}$$

ゆえに，$\tan\theta$ の影響で誤差が大きくなる。

しかし，施設の都合上，長い水平距離での実験ができないことや，授業時間などの理由から，目標物に近付くにつれて誤差が大きくなる原因を考えることのみに焦点を当てた。また，目標物に近いほうだけを考えることにより，関数 $y=\tan x$ が $x=\frac{\pi}{2}$ で発散するということを，器具を使って調べさせることができる。このような理由から，この授業では 50 °より大きい角度について調べることとした。

予備実験から，目標物の仰角を測定する器具の角度を読む際に，どの水平距離で角度を読んでも，およそ 1 °のずれが生じてしまうという意見が出ること，水平距離 2m をよいとする組は出ないことが予想できる。このように，1 時間目の結果を考察することから授業の導入を行う。生徒は水平距離が短くなる，すなわち仰角が大きくなるにつれて，角度が 1 °ずれたときの正接の値を求める器具の値の差がどうなっていくかを検証する。

この授業で生徒には，実生活で数学が使われている場面を知り，その有用性を実感してほしい。また，角度が大きくなるにつれて目標物の仰角を測定する器具の角度が 1 °ずれたとき，正接の値を求める器具の値の差が大きくなっていくこと，その結果，高さを求める際の誤差も大きくなることに気付かせたい。さらに，角度が大きくなると，角度が 1 °ずれたときの変化の割合が大きくなるので誤差も大きくなる，といった関数的な見方がでてくることも期待する。

4.2. 授業のねらい

ここまで述べたことをもとに，授業のねらいを以下の 3 つとした。

(a) 比と相似な図形の性質を利用することを通して，数学の有用性を感じることができる。

(b) 比と相似な図形の性質を用いて目標物の高さを求めることができる。

(c) 実験結果を表にまとめ，自分の考えをより確かなものにしようとすることができる。

相似という図形に関わることから生じた誤差について考えていく過程で，変化の割合などの関数的見方を用いると，自分の考えをより確かなものにできる。このような，数学に

おける領域を超えたつながりにも興味を持ってほしい。

5. 実践の概要

授業名：誤差調査隊
実施日：平成20年3月3日，5日
場　所：岐阜大学教育学部附属中学校
対　象：中学3年生38名
時間数：全2時間

5.1. 活動の様子

＜1時間目＞

体育館での活動ということもあって，生徒たちが生き生きと活動する姿が見られた。測定についても，初めは戸惑っていたが，手順と理論を理解すると，素早く行動することができていた(写真3)。また，比と相似な図形の性質については既習事項であったため，目標物の高さを求める計算について困難を示す生徒はいなかった(写真4)。

写真3

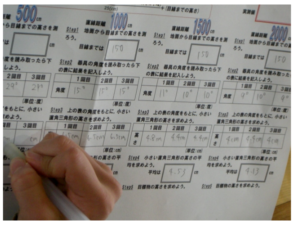


写真4

指定した水平距離を測り終えた生徒たちからは,「もっと距離を長くして考えてみたい」といった声が聞こえた。最終的に直接測った値との誤差が2cmとなった組もあり，どの組もかなり正確な値を求めることができていた。また，実験を行いながら誤差の原因を考える生徒もいた。

以下，どの水平距離が一番誤差が小さくなったのか，その組数をまとめておく。尚，表2において，組数の合計が14になるのは，10m, 20mについての誤差が同じ値になった組があったためである。

水平距離 (m)	2	5	10	15	20
組数 (全13組)	0	5	7	0	2

表2

＜2時間目＞

1時間目の終わりに，誤差が生じる原因の一つが，手ぶれなどによる仰角を測定する際のずれであると気付く生徒の姿が見られた。このことから測定結果と直接測った値との誤差に関して，生徒の関心は高かったようである。また，こちらが指示をしなくても，巻尺や糸を駆使して，より大きな角度について調べようとする生徒の姿が見られた(写真5)。

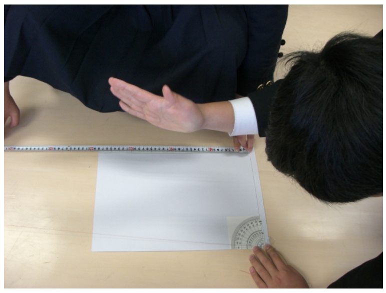
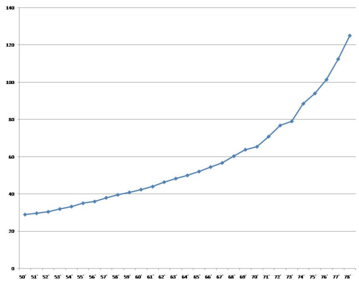


写真5

机間指導中，必要に応じて生徒にグラフ用紙を渡し，自由にグラフを描かせた。なぜなら，自発的に関数的な見方をすることで，誤差についての考えを深めてほしいという生徒に対する思いがあったからである。以下，ある生徒の実験結果及び考察を記載しておく(表3，グラフ1，一部編集)。

角度 (度)	50	51	…	64	65	…	76	77	78
高さ (cm)	29.0	29.7	…	50.0	52.1	…	101.4	112.4	125.0
差 (cm)		0.7	…	1.7	2.1	…	7.4	11.0	12.6

表3



グラフ 1

＜考察＞

角度が大きくなるほど 1 °ずれたときの高さの差が大きくなっている。近くから測定したときは，角度が大きくなるから，それだけ 1 °ずれたときの誤差が大きくなる。だから近くのときはあまり正確に求められなかった。

6. 授業に対する考察

授業後に生徒に対してアンケート (文末資料 5) を行った。本節では，その回答や授業の様子をもとに，ねらいの達成について考察する。

6.1. 生徒の感想

アンケートに寄せられた生徒の感想の一部を紹介する。尚，アンケートの回収数は 33 であった。

- これから数学で学んだことを日常生活の中で生かしていきたい。
- 実際にやってみると，便利だと思ったし，楽しいと思うことができた。
- 中学の数学の内容はあまり普段の生活にはつながらないと思っていたけど，実際に使っていけたことがすごいと思った。
- 数学がいろいろなことに利用できるんだなと初めて実感しました。今までは数学は成績をよくするためだけの勉強で，学校生活が終わったらもう役に立たないと思っていたけど，就職してからも役に立ちそうな気がしてきました。

6.2. ねらいに対する考察

(1) 授業のねらい (a) について

「相似な図形や比の性質は便利だと思いましたか？」という質問に対し，思った，やや思ったと回答した生徒が 88 % に上った。その理由には,「測れないもののおよその数値がわかるから」といったことが挙がっていた。また,「数学を日常生活に生かしたい」,「数学は便利だと思った」といった感想を多くの生徒からもらうことができた。このことは，生徒が数学の有用性を感じることができていた結果であると考えられる。よって，このねらいは達成できたと考える。

(2) 授業のねらい (b) について

「相似な図形の相似比と，比の性質を使って目標物の高さを求めることができましたか?」という質問に対し，できたと回答した生徒が 97 % であった。また，既習の内容を扱ったこと，補助プリントを配布したこともあり，ほとんどの生徒がスムーズに計算を行うことができていた。既習事項の応用という意味でこのねらいを設定したが，このような点も含め，ねらいは達成できたと考える。

(3) 授業のねらい (c) について

生徒の学習プリントをみると，表をもとに，角度が大きくなると，角度が 1 °ずれたときの正接の値を求める器具の値の差も大きくなっていくことから，誤差も大きくなるという結論を導いた生徒が多かった。しかし，時間が少なく，70 °付近までしか調べることができなかった生徒も多くいたようである。80 °以上の大きな角度まで調べることができれば，一層考えが確かなものになったのではないかと考える。このことから，このねらいは概ね達成できたと考える。

以上のように，授業をするにあたり，先に掲げた 3 つのねらいはほぼ達成できたと考える。また,「今回の授業で数学に対する意識は変わりましたか?」という質問についても，やや変わったと回答した生徒の数を含めると約 80 %が意識が変わったと回答している。この結果から，数学的活動を取り入れた授業は,

生徒の数学に対する意識を変えるという点においても，非常に有効であると考えることができる。

7. 今後の課題

授業の中で関数的な見方ができていた生徒がいたこと，アンケートで，本授業が関数領域に関わっていると答えた生徒もいたことは収穫であった。また，こちらの予想以上に中学校数学の様々な単元に関わっていると生徒が感じていたことが，アンケートの回答からわかった。しかし，誤差について考えていく際，角度のずれに着目するための導入がスムーズにいかなかったことなど，授業方法について改良の余地がまだまだある。

そこで，このような点を踏まえ，今後も，本教材を用いた授業方法の研究を行いたい。さらに，問題解決の過程で，正接や微分の考えを用いることができるため，本教材を高校生用の教材として改良していくことも考えている。

引用文献

[1] 中央教育審議会，2008，幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）.

[2] 淺井洋佑・愛木豊彦，2007，図形領域における数学的活動を取り入れた教材の開発と実践，岐阜数学教育研究第 6 号，p.18-32.

[3] 文部省，1999，中学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）解説—数学編—.

資料 1.

本時の展開 (1/2 時)

＜本時の目標＞

仲間と協力して測定し，相似な図形と相似比の関係を用いて目標物の高さを求めることができる。

学習活動	教師の指導・援助
◎相似な図形と相似比の関係を使って，目標物の高さを求めることができることを知る (思い出す)。 ◎器具の使い方，測定方法の説明を聞く。 ◎どこから測るとより正確に高さを求められるか予想する。 ・近いほうがよい。 ・どこでも同じ。 ・遠くのほうがよい。 器具を使って体育館の 2 階までの高さを求めるとき，どこから測るとより正確に高さを求められるだろうか。	・自己紹介。 ・測定時に誤差が生じることを述べる。 ・器具の使い方，測定方法を説明する。 ・「どこで測ったらより正確に高さを求められると思う？」という投げかけをする。 ・器具を配布する。
◎ 3 人 1 組で活動する。 ～手順～ ・目線までの高さを測る。 ・器具を使って目標物までの角度を測る (3 回)。 ・正接の値を求める器具を使って小さい直角三角形の高さを測る。 ・小さい直角三角形の高さの平均を求める。 ・目標物の高さ＝$\frac{(\text{目標物までの水平距離})\times(\text{小さい直角三角形の高さの平均})}{25}$＋目線までの高さ という式に値を代入して値を求める。	・初めに遠くから測る組，近くから測る組を決める。 ＜配布物＞ ・器具 ・正接の値を求める器具 ・理論と方法を説明した用紙 (資料 2) ・ワークシート (資料 3) ・巻尺 ・水平距離を知るための紐
以上のような測定を，水平距離をいろいろと変えつつ数回行う。 ◎測定結果をまとめる。 ・実際の値と比べて誤差がある。 ◎結果から考察を行う。・水平距離が 20～30m あたりで誤差が一番小さくなる。 求めた高さと直接測った値との誤差は水平距離によって変わる。 ◎誤差が生じた原因について考える。	・目標物は体育館の 2 階までの高さ (4m50cm) とする。 ・目標物までの水平距離はあらかじめこちらで指定しておく。(2m，5m，10m…) ・水平距離と目標物までの高さが直角になるように測らせる (誤差要素の削減)。 ・戸惑っているグループへの補助を行う。 ・最後に直接測った値 (4m50cm) を提示する。

本時の展開 (2/2 時)
＜本時の目標＞
器具の数値を表にまとめることを通して，角度が大きくなるにつれて，角度が1°ずれたときの小さい直角三角形の高さの差が大きくなり，目標物の高さの誤差も大きくなることが分かる。

<table>
<tr><th>学習活動</th><th>教師の指導・援助</th></tr>
<tr><td>◎前時の結果を聞く。
・5m，10m で測ったときに一番誤差が少なかった組が多かった。
・2m がよいとした組は一つもなかった。
・近すぎるとよくなさそう。
・近いと角度が大きくなり，遠いと角度が小さくなる。

◎近くで測るのがよくない理由を考える。
・水平距離の値は小さくても，角度の誤差による器具の値の差 $(x-y)$ が大きくなるため，結果的に誤差が大きくなってしまう。
$\frac{水平距離}{25} \times (x-y) \quad (x>y) \quad x,y$：器具の値
角度が1°ずれたときの器具の値がどうなっていくのか調べよう。</td><td>・近いと角度が大きくなり，遠いと角度が小さくなることを図を書いて押さえる。
・どの水平距離に関しても，測定時の角度が1°くらいずれていたことを言う。
・2m が一番よいとした組がなかったこと」をきっかけに話をする。
・生徒の直接測った値 (2m の値) を取り上げ，実際に計算して示す。</td></tr>
<tr><td>◎正接の値を求める器具を用いて，角度を変えながらその高さを測る。
◎値を表にまとめる。
角度｜50°｜51｜···｜61°｜···｜81°｜82°
高さ｜29.8｜30.7｜···｜46.0｜···｜150.6｜168.9
差｜1.1｜0.9｜···｜2.6｜···｜13.8｜18.3
◎表から気付くことをまとめる。
・角度が小さいと，1°ずれたときの高さのずれも小さい。
・角度が大きいと，1°ずれたときの高さのずれも大きい。
・角度が大きくなるにつれて高さの差が大きくなる。

・高さの差が大きくなると，1°ずれたときの誤差も大きくなっていく。

角度が大きくなると，器具の角度が1°ずれたときの高さのずれも大きくなっていき，誤差も大きくなる。
◎「高さの差」について，別の言い方を考える。
・高さの増加量→変化の割合
◎アンケートを記入する。</td><td>・もっと近くで測ったとき，つまり器具の角度が大きくなるとき，誤差はどうなるのか考えようと発問し，課題提示をする。
・ワークシートを配布する。
・班毎に作業させる。
・班に1つずつ正接の値を求める器具を配布する。
・糸，巻尺は机間指導中に必要に応じて渡す。
・グラフが描けそうな生徒には，方眼紙も渡す。</td></tr>
</table>

資料 2.

これでわかる！高さの求め方の手順！！

1．目線までの高さを巻尺で測る。

頭の先までの高さではありません。間違えないように！！

2．目標物の真下からの直線距離を測る。

ここが必ず直角になるように注意しよう。

3．目標物までの角度（仰角）を，器具を使って測る。

3 回測ろう。

一つの距離に対して必ず同じ人が 3 回測るようにしよう。

4．測った角度を小さい直角三角形を作る器具に当てはめ，小さい直角三角形の高さを測る。

3. で測った角度をもう一つの器具に当てはめて高さを測ろう。

小さい直角三角形の高さはこの部分。

5．高さの平均を求める。

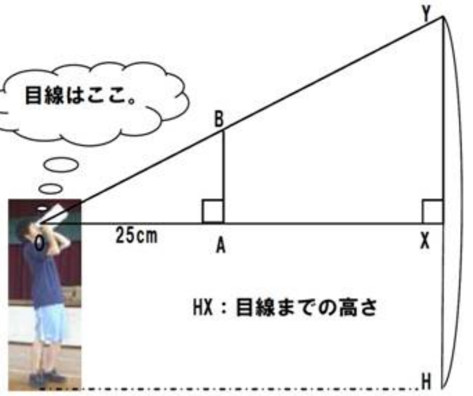
（小さい直角三角形の高さの合計）÷3
＝（高さの平均）

ここまで測ってわかったことをまとめてみると…

- 目標物までの直線距離：OX
- 小さい直角三角形の高さの平均：AB
- 小さい直角三角形の底辺の長さ：OA（25cm）
- 目線までの高さ

ここで，次のような相似な直角三角形を考える。

目線はここ。



△OAB∽△OXY なので
相似な図形の相似比の関係から
OA：OX＝AB：XY

比の性質を使うと，$XY = \dfrac{OX \times AB}{25}$

これに目線までの高さを加えれば，目標物までの高さが求まる。
すなわち，目標物の高さは，

（目標物の高さ）
$= \dfrac{（目標物までの直線距離）\times（小さい直角三角形の高さの平均）}{25(cm)}$
＋（目線までの高さ）

で求められる。

資料 3.

誤差調査隊ワークシート

3年 3組　班（　　）（　　）（　　）

直線距離をいろいろ変えて測ってみよう！！

$$(\text{目標物の高さ}) = \frac{(\text{目標物までの直線距離}) \times (\text{小さい直角三角形の高さの平均})}{25(\text{cm})} + (\text{目線までの高さ})$$

実測値　　cm

直線距離 200 cm

Step1 地面から目線までの高さを測ろう。

目線までは　　cm

Step2 器具の角度を読み取ったら下の表に結果を記入しよう。

	1回目	2回目	3回目
角度			

（単位：度）

Step3 上の表の角度をもとに，小さい直角三角形の高さを求めよう。

	1回目	2回目	3回目
高さ			

（単位：cm）

Step4 小さい直角三角形の高さの平均を求めよう。

平均は　　cm

Step5 目標物の高さを求めよう。

　　cm

直線距離 500 cm

Step1 地面から目線までの高さを測ろう。

目線までは　　cm

Step2 器具の角度を読み取ったら下の表に結果を記入しよう。

	1回目	2回目	3回目
角度			

（単位：度）

Step3 上の表の角度をもとに，小さい直角三角形の高さを求めよう。

	1回目	2回目	3回目
高さ			

（単位：cm）

Step4 小さい直角三角形の高さの平均を求めよう。

平均は　　cm

Step5 目標物の高さを求めよう。

　　cm

直線距離 1000 cm

Step1 地面から目線までの高さを測ろう。

目線までは　　cm

Step2 器具の角度を読み取ったら下の表に結果を記入しよう。

	1回目	2回目	3回目
角度			

（単位：度）

Step3 上の表の角度をもとに，小さい直角三角形の高さを求めよう。

	1回目	2回目	3回目
高さ			

（単位：cm）

Step4 小さい直角三角形の高さの平均を求めよう。

平均は　　cm

Step5 目標物の高さを求めよう。

　　cm

直線距離 1500 cm

Step1 地面から目線までの高さを測ろう。

目線までは　　cm

Step2 器具の角度を読み取ったら下の表に結果を記入しよう。

	1回目	2回目	3回目
角度			

（単位：度）

Step3 上の表の角度をもとに，小さい直角三角形の高さを求めよう。

	1回目	2回目	3回目
高さ			

（単位：cm）

Step4 小さい直角三角形の高さの平均を求めよう。

平均は　　cm

Step5 目標物の高さを求めよう。

　　cm

直線距離 2000 cm

Step1 地面から目線までの高さを測ろう。

目線までは　　cm

Step2 器具の角度を読み取ったら下の表に結果を記入しよう。

	1回目	2回目	3回目
角度			

（単位：度）

Step3 上の表の角度をもとに，小さい直角三角形の高さを求めよう。

	1回目	2回目	3回目
高さ			

（単位：cm）

Step4 小さい直角三角形の高さの平均を求めよう。

平均は　　cm

Step5 目標物の高さを求めよう。

　　cm

☆実測値との誤差を考えよう☆

直線距離	200	500	1000	1500	2000
誤差					

実測値との誤差が一番小さかった直線距離は・・・　　cm

資料 4.

誤差調査隊ワークシートその2

3年 3組 氏名

角度が 1° ずれたときの器具の値がどうなっていくのか調べよう。

角度	50°	51°	52°
高さ			

角度	
高さ	

角度	
高さ	

☆学習の振り返りを書こう☆

資料 5.

誤差調査隊アンケート

3 年　　組　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

☆ 今回，2 時間の授業はどうでしたか？

楽しかった　　　　普通　　　　楽しくなかった

☆ 相似な図形の相似比と，比の性質を使って目標物の高さを求めることができましたか？

できた　　　　できなかった

☆ 相似な図形や比の性質は便利だと思いましたか？

思った　　やや思った　　あまり思わなかった　　思わなかった

その理由は？

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

☆ 今回扱った内容は中学校数学のどの単元に関わっていると思いますか？(複数回答可)

中 1：正の数，負の数　文字と式　1 次方程式　比例と反比例　平面の図形　空間の図形

中 2：式と計算　連立方程式　1 次関数　平行と合同　三角形と四角形　定理の発見と証明　確率

中 3：多項式　平方根　2 次方程式　関数　相似と比　三平方の定理

その理由は？

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

☆ 今回の授業で数学に対する意識は変わりましたか？

変わった　　やや変わった　　あまり変わらなかった

その理由は？

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

☆ 感想を書いてください。

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

Did you enjoy this program? Thank you so much.