

算数の有用性が感じられる教材の開発とその実践 ～「水分け算」を用いた整数の見方に対する問題を通して～

嶋田 珠理¹, 山田雅博¹

近年、算数・数学嫌いな子どもが増えていると言われている。その理由の一つとして「どうして算数・数学が必要なのか分からない」と子どもが感じていることが挙げられる。つまり、自分たちの身の回りで、算数・数学が使われていることが感じられにくいのである。そこで、子どもたちに少しでも、身の回りの算数に触れてほしいと思い、和算のひとつである「油分け算」に焦点を当て、研究・授業実践を進めた。

<キーワード> 算数の有用性, 倍数, 約数

1. はじめに

国際数学・理科教育動向調査の2003年調査(TIMSS2003)による「算数の勉強が楽しいか」という質問に対して、日本では「強くそう思う」と答えた児童の割合が29%であり、国際平均値の50%よりも21ポイント下回っている。これは国際的に見て低いレベルにある。算数の有用性が感じられないということが、算数の楽しさを低減させる深刻な原因となっていると考えられる。このような問題を解決するためにも、子どもたちに身の回りの事柄と算数との関連性を意識的に伝えていくことが必要だと考えられる。

そこで、和算を取り入れた教材の開発を進めた。和算は江戸時代に始まり、庶民の間で楽しまれていた。和算が楽しまれていた理由としては、日常生活に関係した問題が扱われていたことが考えられる。例えば今回取り上げた「油分け算」は、大きな容器に入っている油を2つの容器で二等分するという問題である。油分け算は、実際に生活場面の中から出てきた問題を取り扱っているため、身の回りの算数を体験するには、とてもよい教材になるのではないかと考えた。さらに、油分け

算の問題解決には、小学校6年生の既習事項である「倍数・約数」が使われる。既習事項を用いて問題を解決することにより、算数の有用性が感じられるのではないかと考えた。本論文では、問題の設定を油ではなく水としているので、「水分け算」と呼ぶことにする。

水分け算は先に述べたように、もともとは2つの容器で二等分する問題である。今回は二等分することだけに留まらず、2つの容器を使って量ることのできる水の量はどれだけあるかというところまで考察した。その結果、量ることのできる水の量と2つの容器の容量との関係を見つけ出した。その関係を見つける過程において、小学校6年生で学習する整数の見方(倍数・約数)を用いるので、6年生を対象とした教材として開発を進めようと試みた。本論文では、その教材と授業実践について述べる。

以前、水分け算の教材化と実践を行った一例として、山路・山田[2]の「数学的な見方や考え方を高める教材開発とその実践」がある。[2]での授業は、子どもたちに自由に容器の大きさを設定させ、どんな量が作れるか調べる実験の個数を競わせるというものだった。自

¹岐阜大学大学院教育学部

主性や試行錯誤をねらいとしていたが、実践においては、たくさん実験をやることに重点を置いたため、子どもたちは2つのカップの容量と作れる量の規則性にたどりつくことはできなかった。今回我々は、倍数・約数に気づきやすいようなカップの大きさをあらかじめ選び、子どもたちに提示することで、規則性を見つけることを重視した。実験結果を吟味し、算数的な考察を大切にしたいと考えた。そして、倍数・約数の有用性を感じられることをねらいとした。

2. 水分け算について

以下のことがすでに証明されている ([2])。

2つの容器の容量を $n(\ell)$, $m(\ell)$, n と m の最大公約数を d とすると量ることのできる水の量は,
 $d(\ell)$, $2d(\ell)$, $3d(\ell)$, \dots , $n + m(\ell)$
 (ただし n, m は自然数, $n \geq m$ とする。
 また, $n + m$ は d の倍数である。)

3. 教材について

教材のねらいは以下の3つである。

- (1) 体験的な活動から問題場面を理解したり、考える楽しさを感じられること。
- (2) 整数の見方の理解を一層深めること。
- (3) 算数の有用性を感じられること。

ねらい(1)について述べる。最初に、算数を作り出す過程を子ども自身が体験・実感することはとても大切である。この活動を通して、子どもたちは、解決方法や答えについて考える。また、これからの学習や生活において学んだことを大いに生かしていくきっかけにもなると考える。今回は、水やカップなどの具体物を使うことで問題場面を正確に理解できるようにし、次に半具体物に置き換え、慣れたら表だけを用いて考えられるようにすることも大切にしたいと考えた。このような抽象化を進めていくことで、表のよさも理解することができる。

ねらい(2)について述べる。2つの容器を使って量ることのできる水の量に関する規則性を探す中で、2つの容器の容量を表す整数や、量ることのできる量を表す整数を見て、どんな関係があるのかを考えることになる。いくつかの実験結果から、関係を推測する。このような帰納的な考え方は、算数の考え方の一つであり、小学校で大切にしたいことでもある。このように、整数の見方を利用して問題を解決することで、理解が一層深められると考える。

ねらい(3)について述べる。学習指導要領 [3] には「最大公約数及び最小公倍数を形式的に求めることに偏ることなく、具体的な場面に即して取り扱う程度とする。」と書かれている。しかし、倍数や約数の考え方は、分数の通分や約分にだけ使われているというイメージが強く残り、具体的な場面から離れてしまいがちなのではないかと感じている。そこで、生活に即した問題場面での問題解決を行う中で、倍数や約数が使われることに気づくという体験をすることが、子どもたちが算数の有用性を感じるいい機会になるのではないかと考えた。

4. 授業のねらい

この授業でのねらいは、次の2点である。授業のねらい①が教材のねらい(1)と対応、授業のねらい②が教材のねらい(2)及び(3)と対応している。

- ① 体験的な活動を通して、自ら考える力を養い、考えることの楽しさを感じることができる。
- ② 実際の問題解決場面において、既習の内容が有効に使われることを感じるができる。

以下に、ねらいの設定の理由について述べる。

1つ目のねらいは、「生きる力」の育成を目指したものである。平成10年に中教審答申

で述べられた「生きる力」は、多様な意味を持つが、今回はその中から、自分で課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する能力に焦点を当て、それを育てることにした。体験的な活動の中で、問題解決能力を高められるとともに、体験的な活動を取り入れることによって、考えることの楽しさも感じやすいのではないかと考えたからである。

2つ目のねらいは、身の回りの問題を解決するために、算数の授業で学習した内容が使えることを理解してほしいと思ったからである。そしてこの授業をきっかけに、算数がいりいな場面で使われていることに目を向けられるようになればと考えた。

このような2つのねらいを達成するために、次のような工夫をした。まず、授業中ずっと水を使って実験をすることはできない。その理由は、時間がかかること、水はこぼす可能性が高いこと、そしていつまでも具体物に頼るのは算数的活動とは言えないと考えたからである。そこで、体験的な活動を取り入れるために、半具体物を準備した。水1 dlを発泡スチロールのタイル1枚に置き換えた。これをカップに出し入れすることによって視覚的にも捉えやすくなると考えた。

カップの容量については先にも述べたように、授業者が定める。倍数・約数が使われていることに気づくことがねらいであるので、倍数・約数に気づきやすい数字を選んで、子どもたちには必ずそのカップでの実験を行うよう指示した。そして授業者が提示したカップでの実験が終わったら、カップの容量をグループで自由に決めてもよいとした。また、子どもたちの課題追究の時間には、誘導的な指導はせずに、活動の進め方は子どもたちに任せた。そのことで、子どもたちの自主的に考える力を養うことができると考えたからである。

6年生の既習事項との関係について次に述べる。6年生では「数や図形の見方」という

単元の中で、倍数・公倍数・約数・公約数について学習する。水分け算では、2つの容器の容量や作ることのできる水の量という数に着目して、その関係を追究することになるので、整数の見方について深められると考えられる。整数を多様な見方をすることで、倍数・約数が使われていることに気付くことを大切にしたいと考える。

5. 授業の様子

岐阜県本巣市立外山小学校の6年生7名を対象に、平成18年1月26日に実践を行った。しかしこの日は1名欠席したため、実際には6名で授業を行った。授業の指導案は本論文の最後にある。

以下に、授業の流れに沿って子どもたちの活動の様子を記載する。

問題提示

大きなやかんの中に8dlの水が入っています。5dlと3dlのカップを使って、4dlずつに分けることができるでしょうか。ただし、2つのカップには目盛りはありません。

この問題を提示する際に、子どもたちが今日の問題に意欲的に取り組めるように動機づけとして、8dlの水と2つのカップしかない場面を想像させる話をした。そのことで、どうして4dlずつに分けるのかということ、子どもたちが理解できる。「4dlずつ分けられるかどうか」という問題を見ると、児童の何人かはすぐに、カップの水をうつす操作を空中で行いながら、4dlの水を作る方法を考えていた。

最初は、「え～、無理じゃないの?」という反応を見せた子どもたちも、しばらく時間をとって予想を聞いてみたところ、全員が「4dlずつ分けられる」に手を挙げた。

ルール・表の提示

本授業で適用したルールは以下である。

1. 5dl のカップを満タンにする。
(5dl のカップが空のとき)
2. 5dl のカップから 3dl のカップへ水をうつしてもよい。
(3dl のカップが満タンになるように)
3. 3dl のカップが満タンになったら水をやかんに戻す。

ルールを提示しようとしたとき、「なんでルールが必要なのだろう」と疑問に思った児童もいたようだった。実際、ある児童は「ルールなんてあるの?」という言葉で口にしていった。我々が水分け算について考えた際、水のうつし方にルールをつけておかないと、無駄な操作が出てきてしまうことが分かった。そこで、ルールを提示したが、子どもたちがいろいろ試してみる中で気づくことができたのではないかと思った。

ルールは事前に紙に書いたものを用意しておいたので、ひとつずつ読みながら黒板に貼っていった。しかしそれだけでは分かりにくいと感じたので、その後やかん、カップ、水を使って実際に操作を行いながら、ルールの定着を図った。ルールを説明している間、一人の児童は問題について考えていて、途中で「僕もう分かった!!」と言った。

カップの中の水の量を明確にするため、下のような表を用いることにした。

5dl の容器の水の量	5	2	2	0	5	4	
3dl の容器の水の量	0	3	0	2	2	3	
2つの容器の水の量の合計	5	5	2	2	7	7	

最初は全体で、やかんとカップ、水を使って実際に操作を行い、カップの中の水の量を確認しながら表に数字を書き込んでいった。何回かやるうちに、要領が分かってきたようだった。また、「4」という数字が出てくると、

子どもたちは「4dl ができた」と、予想が当たったことに嬉しそうな表情をしていた。

課題設定

5dl と 3dl のカップを使って 4dl ずつに分けられることが分かった時点で、もう一度表を見るように言った。それは、4dl 以外の量も作れていることに気付かせるためである。5, 2, 3, 7dl も作れていることから、それ以外に作ることでできる量はないのかという疑問が出てきた。また、カップの容量を変えるとどうなるのだろうという疑問から、課題を次のように設定した。

いろいろな大きさのカップを使って、作ることのできる水の量の秘密を見つけよう。

グループごとの取り組み 1

ここで授業者から提示したカップの容量は次の4つである。

- ・ 5dl と 3dl のカップ
- ・ 6dl と 2dl のカップ
- ・ 5dl と 4dl のカップ
- ・ 6dl と 3dl のカップ

< Aグループ >

5dl と 3dl のカップ、6dl と 2dl のカップを使った場合の実験にまず取り組んだ。半具体物をずっと使いながら、表に数字を書き込んでいたが、すぐに終わってしまった。この2つの結果を見て、「カップの容量がどちらも奇数だと、1dl, 2dl, 3dl... とできるけど、カップの容量が偶数だと、2dl, 4dl, 6dl... しかできない」と、秘密見つけを始めた。

そして「他の大きさのカップでやってみてもいいですか?」という自主的に進めていこうとする姿も見られた。あとで行う予定だった 6dl と 4dl のカップに取り組んだ。

両方偶数のカップにしたのは、やはり先ほどの予想があったからだと思う。その後、8dl と 3dl のカップを選んだのは、一方が偶数の容量でもう一方が奇数の容量の場合もあるということに気づいたからだと考えられる。

< Bグループ >

5dl と 4dl のカップ, 6dl と 3dl のカップを使った場合の実験に取り組み始めた。Bグループは、最初から半具体物を使わずに、表に数字を書き込んでいった。次の数字を書き込む前に必ずルールを確認している姿から、ルールに忠実にやろうとする気持ちがとても伝わってきた。頭の中では水の移動が行われていた。

しかし途中からは、算数の苦手な児童に対して、同じグループの児童が半具体物を使いながら説明し、みんなが理解しながら進んでいけるようにという配慮が見られた。算数が苦手でも、半具体物を使うと水の量が分かりやすいので、タイルの数を数えながら、表に数字を書き込んでいた。

中間交流

子どもたちから出た結果は以下のようになった。

5dl と 3dl のカップを使って作ることのできる水の量
1dl, 2dl, 3dl, 4dl, 5dl, 6dl, 7dl, 8dl

6dl と 2dl のカップを使って作ることのできる水の量
2dl, 4dl, 6dl, 8dl

5dl と 4dl のカップを使って作ることのできる水の量
1dl, 2dl, 3dl, 4dl, 5dl, 6dl, 7dl, 8dl, 9dl

6dl と 3dl のカップを使って作ることのできる水の量
3dl, 6dl, 9dl

この結果を見て、分かることや疑問に思うことを聞いてみた。

・カップの容量がどっちも奇数だと、1dl, 2dl, 3dl … とできるけど、カップの容量が偶数だと、2dl, 4dl, 6dl … しかできないと思っていたけど、6dl と 3dl の結果を見て、あてはまらないのが疑問です。(Aグループの児

童より)

・6dl と 2dl のカップを使って作れるのは2の倍数ばかりで、6dl と 3dl のカップを使って作れるのは3の倍数ばかりなので、倍数が関係しているのかなと思いました。(Bグループの児童より)

この時点で、最大公約数という言葉は出てこなかった。どのカップの組み合わせにも共通して言えることを探そうということを確認し、次の段階に移った。

グループごとの取り組み 2

ここで授業者から提示しようと考えていたカップの容量は次の2つである。中間交流までの秘密見つけでは最大公約数が関係していることに気づいた児童はいなかったが、この2つの実験を行うことで、さらに倍数・約数に気づきやすくなるのではないかと思い、この2つを設定した。

・6dl と 4dl のカップ

・9dl と 6dl のカップ

しかし一方はすでにAグループが自主的に行ったので、Bグループにのみ9dl と 6dl のカップで実験を行うように提示した。

< Aグループ >

自分たちでカップの容量を考えて、いろいろな場合を試していた。しかし半具体物から離れることはなかった。その中で、作れた水の量が、ある数字の倍数になっていることに気づき、ある数字はどこから出てきたのか考えるようになった。しばらくして一人の児童が、カップの容量の最大公約数になっていることに気づいた。そのことにグループ全員が納得したようだった。

「どうして最大公約数が関係すると思う？」という問いかけに対しては、とても頭を悩ませていて、結論は出ていなかった。

< Bグループ >

用意していた9dl と 6dl のカップを使った場合を実験した。先程と同じく半具体物を使ったので、水の量の変化が分かりやすいようだった。

た。Aグループに比べて実験の回数は少なかったが、作れた水の量を見て秘密を探す姿は見られた。秘密見つけをする中で、中間交流で倍数が関係していそうだと予想していた児童が、「分かった!!」と、笑顔で説明し始めた。それを聞いた同じグループの児童も納得したようで、自分の言葉でまとめを書き始めた。

6dlと4dlのカップを使って作ることのできる水の量
2dl, 4dl, 6dl, 8dl, 10dl

9dlと6dlのカップを使って作ることのできる水の量
3dl, 6dl, 9dl, 12dl, 15dl

まとめ・全体交流

2つのカップの容量の最大公約数の倍数が、作ることのできる水の量になっていることは、全員がまとめとして書けていた。また、その量は2つのカップの容量の和までであることを書いている児童も多かった。

また、次のような言葉の式で結果を表した児童もいた。

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{l} \text{2つのカップの} \\ \text{容量の合計} \end{array} \right) \div \left(\begin{array}{l} \text{2つのカップの容} \\ \text{量の最大公約数} \end{array} \right) \\ & = \text{(作ることのできる水の量の個数)} \end{aligned}$$

これは、作ることのできる水の量の個数に着目したところは新しい見方と言える。

6. 授業実践の結果と考察

[1] アンケート結果より

1. 授業は分かりやすかったですか？
 とても分かりやすかった 5人
 分かりやすかった 1人
 ふつう 0人
 分かりにくかった 0人

2. 授業の中で難しいなと感じたことは何ですか？
 ・作ることのできる水の量の実験をして、そこから分かることを考えること。(3人)
 ・最大公約数がどうして関係しているかということ。(1人)
 ・練習問題(1人)
 ・ない。(1人)

3. 授業の中で楽しかったことは何ですか？
 ・実験して分かると楽しい。
 ・実験して表に書き込んだり秘密を見つけたりすることが楽しかった。
 ・いろいろな量で実験できたこと。
 ・カップを使って実験したこと。
 ・水をうつしたこと。
 ・グループでやったこと。

4. 授業で勉強したことが、見えそうだと感じられましたか？

感じられた	5人
なんとなく感じられた	1人
感じられなかった	0人

[2] ねらいに対する考察

・教材のねらい(1)に対して

最初にやかんやカップ、水を使って問題場面をみんなで確認したことで、問題場面の理解は深まったと感じている。その後、半具体物の利用によって、グループ内で協力しながらみんなが理解できるまで、説明し合っていた様子も見られた。いろいろな大きさのカップを使って実験に楽しさを感じることができたということは、アンケート結果にも表れていた。

・教材のねらい(2)に対して

子どもたちは我々が考えていたより、帰納的に考えることに慣れていたようだった。それは、いくつか実験が終わった時点で、自分たちでカップの容量を決めて、実験を進めて

いく姿から感じられた。最大公約数や倍数という考え方が出てくるまでに、多少時間はかかったが、そのことで、整数の見方に対しては深まったのではないかと思う。

・教材のねらい(3)に対して

倍数・約数が使われていると気づいたときの子どもたちの反応から、子どもたちの中に今までなかった算数に対する見方が生まれたのではないかと思う。ただ問題を解くために倍数や約数を覚えるのではなく、身の回りの問題解決としても使われることを感じられたと、アンケート結果からも言えるだろう。

7. 実践の振り返りと今後の課題

まず、今回授業を行ったクラスは、事前に考えていたよりも、自主的に進めていくことができるクラスであったため、少し物足りない部分もあったのではないかと感じた。例えば、ルールの設定は、子どもたちの活動の中で、自然に出てきたのではないかと思う。今回の授業では、早く解くことが目標ではなかったので、操作の回数が増えても、何 dl の水が作れるかということは分かったであろう。また、グループにも偏りがあった。事前に意図的に分けておけば、偏りはなくなったと思うが、それがいいかどうかは分からない。今回も、偏りがあったとはいえ、それぞれのグループのよさは、しっかり出ていたと思う。このようなことから、子どもたちにとって、もっと充実した授業にするためには、子どもの実態の把握を徹底しなければならないと感じた。

授業の流れとしては、問題で「分ける」と

いう言葉を使い、途中で「作る」という言葉に変えたことで、問題の意識が子どもたちから離れてしまったように感じた。問題を分かりやすい場面に設定し、その問題解決の中で算数が使われていることに気づいてほしいと願っていたが、我々の願いの伝え方も足りなかった。授業以外の場面で、既習事項が使えることを感じてもらうためにも、最後にもう一度問題に戻り、「結局、何 dl のカップを持っていけば、一番得なのだろうか?」と問うなど、算数の有用性を感じられる方法は他にもたくさん考えられたのではないかと反省している。

このような反省もあるが、今回の実践から、水分け算は倍数・約数の有用性を感じられる教材として有力であることが分かった。水分け算だけでなく、今後は算数の有用性を感じさせる教材として、和算を研究していきたいと感じている。

最後に、本巣市立外山小学校の先生方には大変お世話になりました。この場を借りて、感謝の意を表します。ありがとうございました。

引用・参考文献

- [1] 文部科学省，国際数学・理科教育動向調査の2003年調査（TIMSS2003）。
- [2] 山路健祐・山田雅博，2002，「数学的な見方や考え方を高める教材開発とその実践～和算の教材化と実践～」，岐阜数学教育研究，Vol.1，31-40。
- [3] 文部省，小学校学習指導要領解説 算数編，平成11年5月

過程	学習活動	援助・留意点																																																
導入	<p>問題提示</p> <p>大きなやかんに8dlの水が入っています。5dlと3dlの컵を使って、4dlずつに分けることができますでしょうか。ただし、5dlと3dlの컵に目もりはありません。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・予想をたてる。 ・前で実際に行ってみる。 <p>ルール確認</p> <p>① まず5dlの컵を満タンにする。(5dlの컵が空のときに限る。)</p> <p>② 5dlの컵から3dlの컵へ水をうつすことはできる。(3dlの컵が満タンになるように。)</p> <p>③ 3dlの컵が満タンになったときに限り、水をやかんにもどす。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・操作の様子は表に書き込んでいく。 <table border="1" data-bbox="268 981 986 1115"> <tr> <td>5dlの컵 (dl)</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3dlの컵 (dl)</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2つの컵の合計 (dl)</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>7</td> <td>7</td> <td></td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> ・5 dlの컵の中に4 dlが作れることが分かる。 ・ほかに何 dlの水が作れるのだろうか?? ・컵の大きさを変えるとどうなるのだろうか?? 	5dlの컵 (dl)	5	2	2	0	5	4		3dlの컵 (dl)	0	3	0	2	2	3		2つの컵の合計 (dl)	5	5	2	2	7	7		<ul style="list-style-type: none"> ・やかん・컵・水を用意し、視覚でも捉えやすくする。 ・水をこぼさないよう気をつけるようにはするが、新聞紙やぞうきんを用意しておく。 ・ルールを最初に提示するが、実際に操作を行いながら確認することで、水の流れが一定の方向であることを分かるようにする。 ・水を操作する、表に数字を書き込む、という役割を児童に分担し、ルールや表の書き込み方に慣れることができるようにする。 																								
5dlの컵 (dl)	5	2	2	0	5	4																																												
3dlの컵 (dl)	0	3	0	2	2	3																																												
2つの컵の合計 (dl)	5	5	2	2	7	7																																												
展開	<p>課題設定</p> <p>いろいろな大きさの컵を使って、作ることのできる水の量の秘密を見つけよう。</p> <p><グループA></p> <table border="1" data-bbox="268 1451 1029 1585"> <tr> <td>5dlの컵 (dl)</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>3dlの컵 (dl)</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>2つの컵の合計 (dl)</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>7</td> <td>7</td> <td>4</td> <td>4</td> </tr> </table> <table border="1" data-bbox="603 1619 1024 1753"> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>0</td> <td>3</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>6</td> <td>6</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>8</td> </tr> </table>	5dlの컵 (dl)	5	2	2	0	5	4	4	1	3dlの컵 (dl)	0	3	0	2	2	3	0	3	2つの컵の合計 (dl)	5	5	2	2	7	7	4	4	1	0	5	3	3	0	5	0	1	1	3	0	3	3	1	1	6	6	3	3	8	<p>作ることのできる水の量の定義</p> <p>「どちらかの컵に入っている水の量」</p> <p>もしくは</p> <p>「2つの컵に入っている水の量の合計」のどちらでもよい。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・2つのグループに分け、それぞれ実験に使う컵の大きさを決める。 ・次の6つの実験は必ず行う。
5dlの컵 (dl)	5	2	2	0	5	4	4	1																																										
3dlの컵 (dl)	0	3	0	2	2	3	0	3																																										
2つの컵の合計 (dl)	5	5	2	2	7	7	4	4																																										
1	0	5	3	3	0	5																																												
0	1	1	3	0	3	3																																												
1	1	6	6	3	3	8																																												

6dl のカップ (dl)	6	4	4	2	2	0	6
2dl のカップ (dl)	0	2	0	2	0	2	2
2つのカップの合計 (dl)	6	6	4	4	2	2	8

・5dl のカップと 3dl カップを使ったら 1~8dl の水が作れた。

・6dl のカップと 2dl のカップを使うと、2, 4, 6, 8dl の水しか作れない。

・2, 4, 6, 8 は全部 2 の倍数になっているから、倍数が関係あるのかな。

・カップの容量も 2 の倍数になっている。

<グループ B>

5dl のカップ (dl)	5	1	1	0	5	2	2	0	5
4dl のカップ (dl)	0	4	0	1	1	4	0	2	2
2つのカップの合計 (dl)	5	5	1	1	6	6	2	2	7

3	3	0	5	4	4	0	5
4	0	3	3	4	0	4	4
7	3	3	8	8	4	4	9

6dl のカップ (dl)	6	3	3	0	6
3dl のカップ (dl)	0	3	0	3	3
2つのカップの合計 (dl)	6	6	3	3	9

・5dl のカップと 4dl のカップを使ったら 1~9dl の水が作れた。

・6dl のカップと 3dl のカップを使うと、3, 6, 9dl の水しか作れない。

・3, 6, 9 は 3 の倍数になっている。

グループ A とグループ B の交流

・それぞれ作ることのできた水の量を発表し合う。

・「2 の倍数」の「2」や「3 の倍数」の「3」は、どこから出てきたのだろう。

→ 2 つのカップの容量の最大公約数になっている。

- ・5dl のカップと 3dl のカップ
- ・6dl のカップと 2dl のカップ
- ・5dl のカップと 4dl のカップ
- ・6dl のカップと 3dl のカップ
- ・6dl のカップと 4dl のカップ
- ・9dl のカップと 6dl のカップ

・グループごとに実験するときには水を使わず、小さいタイル 1 枚を 1dl として操作する。ただし、必ず使わなければならないわけではない。

・2 つのグループで交流して、それぞれの実験結果を知り、そこから分かったことや新しく疑問に思ったことを出し合い、深めるようにする。

6dl のカップ (dl)	6	2	2	0	6	4	4	0	6
4dl のカップ (dl)	0	4	0	2	2	4	0	4	4
2つのカップの合計 (dl)	6	6	2	2	8	8	4	4	10

・6dl のカップと4dl のカップを使ったら2, 4, 6, 8, 10dl の水が作れた。

・2, 4, 6, 8, 10は2の倍数で、2は6と4の最大公約数になっている。

9dl のカップ (dl)	9	3	3	0	9	6	6	0	9
6dl のカップ (dl)	0	6	0	3	3	6	0	6	6
2つのカップの合計 (dl)	9	9	3	3	12	12	6	6	15

・9dl のカップと6dl のカップを使ったら3, 6, 9, 12, 15dl の水が作れた。

・3, 6, 9, 12, 15は3の倍数で、3は9と6の最大公約数になっている。

まとめ 分かったこと・気づいたことを自分なりにまとめて発表

★ カップの大きさと作ることのできる水の量の関係について

・2つのカップの容量の最大公約数を考えると
 5と3の最大公約数は1, 5と4の最大公約数も1,
 6と2の最大公約数は2, 6と3の最大公約数は3,
 6と4の最大公約数は2, 9と6の最大公約数は3
 作ることのできる水の量は、2つのカップの容量の最大公約数の倍数になっている。
 また、その数は2つのカップの容量の和までになっている。

練習問題

・容器の容量の最大公約数が関係していることを確認するために、6dl のカップと4dl のカップ, 9dl のカップと6dl のカップを使った場合を試してみるように指示する。

・時間があれば他の容量の容器の場合を試してみてもよいことにする。

(ただし、容器の容量は一桁の整数で、2つの容器の容量が異なるようにする。)

・2つの数字の最大公約数と差が同じになる場合があるが、それは偶然であり、必ずしもそうではないということを確認する。

・必ずしも全員が同じ結論になっていなくてもよい。

・確かめの問題をする。