

体験的な活動を重視した数学教材の開発

兼松 明¹，愛木豊彦²

関数の学習は，日常に見られる事象を題材として進められていく。その学習においては，数値データが理想化されているため，現実との距離を感じる。このように架空的に関数を学ぶのではなく，自分達が主体となって実験などを行い，問題を解決していく中で，関数の有用性を実感することができるのではないだろうか。そう考えて，パラシュートを題材として，体験的な活動を重視した教材開発を行った。本論文はその教材の内容及び，中学校3年生を対象として行った実践の結果とそれに対する考察をまとめたものである。

<キーワード> 関数の有用性，実験，グラフ

1. はじめに

平成16年12月に「生徒の学力到達度調査」(PISA 2003)と「国際数学・理科教育動向調査」(TIMSS 2003)[1]の2つの国際学力調査の結果が相次いで公表された。その結果，算数・数学，理科について，我が国の児童生徒の学力は，国際的にみて上位にあるものの，一部に低下が見られた。TIMSS 2003の質問紙調査の結果を見ると「数学は楽しいか」という質問や「数学への積極性」を問う質問において，国際平均を大きく下回る状況が見られた。そのため，数学的な知識だけでなく，その有用性や学習意義が分かるような指導をすること，学習内容についての意味の理解，学んでいることのよさの理解などを重視した指導が必要であると文部科学省は述べている。したがって，表面的な学習にとどまるのではなく日常生活の事象を，学習した数学の知識を使って解決していく経験を積ませることが今後より重要になっていく。

また今回，岐阜市立青山中学校のご協力により，選択授業の時間を頂き授業実践することが出来た。学習指導要領[2]に示されている

ように，選択授業としての数学では，現実の事象の中から課題に対して，それを調べたり解決したりする中で，使われている数学の役割を理解したり，そこに潜んでいる数学的な背景を見出したりする課題学習が求められる。したがって，日常の問題場面に直面させ，そこから課題を見出し，数学的考察を行い，生徒が主体となって問題の解決を図っていくといった学習を目指した。

そこで今回，このような学習ができる，作業と実験を取り入れた授業案を開発した。特に授業のねらいを，実験をし，実験結果をグラフ化したりするなどの数学的活動を通して，関数のよさを実感することができることとした。本論文ではその教材を紹介し，実践結果を報告する。

2. 教材の概要

本論文で紹介する授業の題材は，高いところからでも鶏の卵が割れないように落とすことができるパラシュートのかさの形を考察することである。

具体的には，面積一定という条件の下で，パ

¹岐阜大学教育学部

²岐阜大学教育学部，科学研究費（特定領域研究），課題番号 17011034

ラシュートのかさの形がどのようなとき、落下速度が最も遅いかについて考える。この場合、かさの形は三角形・四角形などの多角形や円などの曲線に囲まれた図形など多くのものがある。ここでは面積一定という条件で、考察を簡略化するため、形を長方形だけに限定した。

授業の流れを簡単に説明する。ビニールのごみ袋から面積 900cm^2 の長方形を6個切り取る。それらをかさとするパラシュートをつくる。このとき、面積 900cm^2 長方形で最も短い対角線の長さは、正方形のときある。したがって、滞空時間をより長くし実験値の誤差を減らすためにも、紐の長さを $30\sqrt{2}\text{cm}$ と設定する。また、おもりは粘土で 5g にそろえる。そして、落下速度が最も遅いパラシュートのかさの形を実験から追究する。

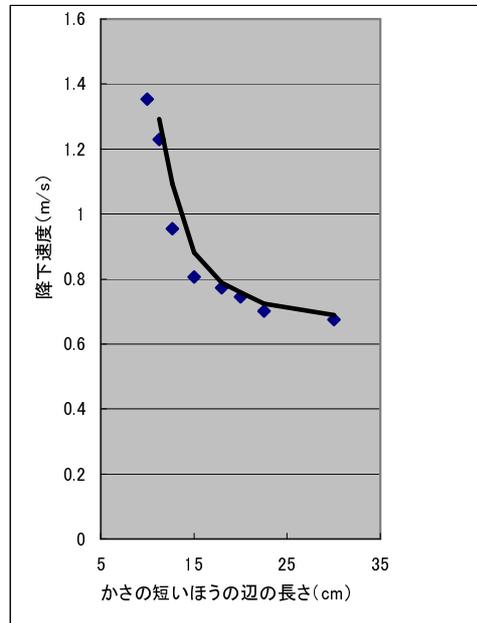
また考察後、どんなかさの形なら鶉の卵を安全に着陸させることができるのかを調べるために実際に鶉の卵をパラシュートに吊るして、実験を行った。具体的には落とされた後の卵の破損状況が、中身が飛び出すくらいなのか、殻にひびが入った程度なのかを詳しく観察する。そして、卵の殻に微かにひびが入った程度であれば、卵を安全に落とすことが出来たと見なすことにした。またその後、卵が無事だったかさの短い方の辺の長さをグラフにかき込む活動を行った。

この教材の良さとして、以下の3点をあげる。

- 多様な関数が存在することを理解できる。
- 数学と他の学問とのつながりを感じられる。
- 数学の有用性を感得できる。

まず、1点目について述べる。面積が一定ならば、かさの形が正方形に近づけば近づくほど落下速度が遅くなるということが、この実験の結果からわかる。かさの短い方の辺の

長さ \times 落下速度の2量を取り出し、それらの関係を表やグラフを用いて考察する。そのグラフはグラフ1のようになり、反比例のグラフに近い。



(グラフ1)

生徒はこれまでに式で表すことができる関数を中心に学習してきた。そこで本教材のような式で表すことのできない関数を取り扱うことにより、これまで学習してきた以外の関数もあるという多様性を伝えることができる。

つぎに2点目について述べる。数学は、思考の道具として他の学問と密接に関わりあっている。本教材でもそれを実感することができる。その一つがパラシュートの原理そのものである。真空状態にない限りパラシュートのかさは、速さ v に比例した空気抵抗 kv を受ける。ここで、 k はかさの面積や形などによって定まる正の比例定数である。落下にともなって速度が速くなると空気抵抗も大きくなる。重力が一定なので、やがて重力と空気抵抗がつりあう。すると、パラシュートに働く合力が0なので、運動の第一法則により等速運動をする。そのときの速度を「終端速度」という。これは高校物理で学習する内容であ

る。授業では実験後の意見交流時に、終端速度に触れ数学という学問が他の学問とのつながりをもっていることを子どもに伝える。

3点目は、身近な問題について、実際に実験を行って、その結果を表やグラフにまとめ、問題解決を図っていくことで数学の有用性を実感できると考える。

3. 授業実践の概要

教材の実践結果について、述べる。

授業名 「パラシュートで安全着陸させよ!!」

実施日 平成17年12月7日 第6校時
16日 第5校時
22日 第5校時

場所 岐阜市立青山中学校 格技場

参加者 数学選択の中学校3年生(13人)

ねらい 実験をし、実験結果をグラフ化したりするなどの数学的活動を通して、関数のよさを実感することができる。

主な授業の流れは次の通りである。

1. 面積一定で辺の長さが違う長方形のかさをもつパラシュート3種類を提示し、どれを用いれば、鶉の卵が最も安全着陸するかと予想する。

2. 自分達の予想が正しいのか確かめるために「最も降下速度が遅いパラシュートのかさの形を実験からわりだそう。」と課題を設定する。さらにパラシュートのかさの形と降下速度の関係を考察することが目的であるということを確認し、実験を開始した。

3. グループに分かれ、実験で使用するパラシュートの長方形のかさ(長方形の縦と横の長さの比率が異なる)を6通り考える。具体的には、以下の(a)~(f)の流れである。

4. 作業および実験をし、結果に対して考察する。

(a) 6種類のパラシュートを作成する。
(作業)

ここでパラシュートの作り方の手順を説明する。

ビニール袋にペンで長方形をかき、カッター又はハサミで切り取る。

長方形の各頂点にテープで紐を貼る。

四本の紐の端を一点にあわせて粘土で包み込む。

(b) 脚立に乗り、高いところから6種類のパラシュートを落とし、それぞれの滞空時間を計る。(実験)

(c) 1種類のパラシュートを5回落とし、それらの平均滞空時間を求める。

(d) 電卓を用いてそれぞれのパラシュートの降下速度を求める。

(e) 表に実験値を記入してグラフをかく。

(f) 2量の関係(かさの短いほうの辺の長さ)と降下速度)について考察する。

5. 意見交流を行う。その際に、「終端速度」の簡単な解説をする。

6. 短い方の辺の長さが何cm以上のかさをもつパラシュートを使えば、鶉の卵を割らずに地上に落とせるかという新たな課題を設定する。そして、実験で使用したパラシュートを用いて新たな実験を行う。

(a) そのときの鶉の卵の破損状況を書き、降下速度を測定する。

(b) 4(e)のグラフにおいて作成した、鶉の卵が割れなかった辺の長さ $X = \bigcirc$ の直線を記入する。

7. 意見交流を行う。

8. まとめる。

1~3を1時間目に行い、3を2時間目に行い、3~7を3時間目に行った。

実験をするに際し、次の点に留意した。実験の誤差をできるだけなくすために、パラシュートを作る準備及び実験の仕方・注意点を提示した。また、実験を円滑に進行できるように、あらかじめパラシュートの部品(紐,粘土)をグループごとに用意した。

4. 子どもの活動

実験は生徒 13 人と大学生 2 人で、3 人一組の 5 グループ構成で行った。

以下、あるグループだけに着目して活動の様子及び実験結果を紹介する。

(1) 生徒が決めたかさの形

10×90 15×60 18×50

20×45 25×36 30×30 (単位は cm)

(2) 作業の様子



(写真 1)

何人かの生徒がビニール袋の端を利用して綺麗に形を作っていた(写真 1)。自分の分が終わったあと、仲間を手伝う姿も見られた。

(3) 実験(3節の4)の様子

高さ 2.65m (写真 2)

実験結果

X	10	15	18	20	25	30
Y	2.39	1.60	1.35	1.38	1.22	1.08

X は長方形の短い方の辺の長さ (cm)

Y は降下速度 (m/s)



(写真 2)

はじめは、パラシュートの糸が絡まったり、ストップウォッチを押すタイミングが定まらなかったりなどして一つのデータを得るだけでも苦労している様子だった。しかし実験の回数を重ねていくうちに、失敗の回数も減り、効率よく円滑に実験を進められるようになった。

かさの形によって、パラシュートの落ちる様子が大きく異なるのを自分の目で確認することで、驚いたり、感動したりする生徒が何人か見受けられた。

(4) 2 量の間を考察する活動

実験値から、電卓を用いて降下速度を求め 2 量の間についてグループごとに相談しながら考察をしていた。

生徒の考察結果

- かさの形が正方形に近づけば、降下速度もそれに伴って遅くなる。

- グラフから正方形のかさが最も安全に落とすことができると分かる。
- グラフが反比例のような形になった。

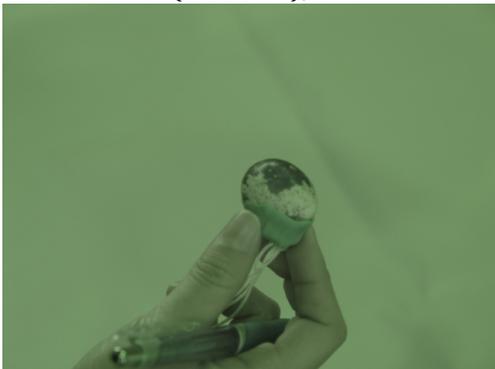
考察の活動を通して、かさの短い方の辺の長さが約 15cm 以上から降下速度は緩やかに遅くなっていくのが、表やグラフから発見することが出来た。

(5) 実験 (3 節の 6) の様子

実験結果

長方形の短い方の辺の長さが 15cm 以上のかさをもつパラシュートなら鶉の卵は割れない。

寒くて粘土が固くなっていたこともあり、パラシュートに粘土で卵をつけるのを苦労している様子だった (写真 3)。



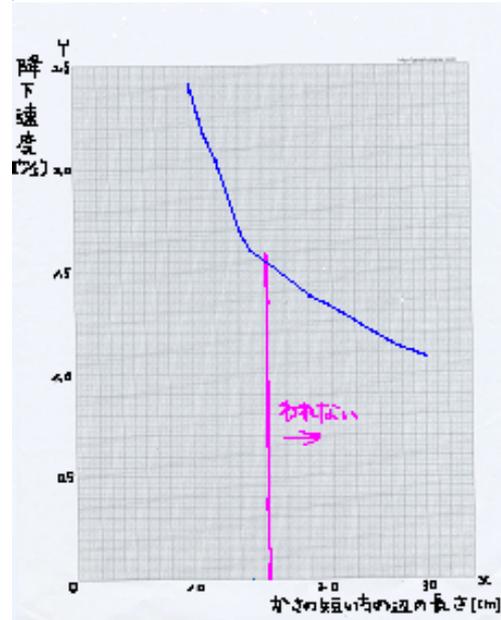
(写真 3)

また、卵だけを落として、パラシュートを吊るした場合の卵の破損状況及び降下速度と比較するグループもあった。

実際に卵を用いた実験は生徒の興味・関心を引き出すものがあったようで、生徒は積極的に活動することができていた。

多くのグループが、かさの短い方の辺の長さが、15cm 以上ならば鶉の卵は割れないという実験結果を得た。パラシュートの効果について驚く生徒が多く見受けられた。これは事前の予備実験の結果に比べて、ほぼ近い結果であり、多くのグループで正確な実験が行われたと判断できる。

(6) 生徒がかいたグラフ



(グラフ 2)

グラフ 2 は、実験値を紹介したグループの生徒がかいたものである。得られた実験値から座標平面上に点を取り、その近似曲線をかいた。また実験 (3 節の 6) で得られた実験値 $X = 15$ の直線を記入する活動も行った。

5. 実践結果とその考察

授業後にアンケートを実施した。その回答をもとに本授業のねらいの達成度、及びそれに対する考察を行う。

(1) 生徒の感想

- 実際卵をつけたパラシュートを落として目でみて確かめることができたのでよく結果がわかったし、楽しかった。
- 式に表すことができないけど、こうやってグラフにできることは、身の回りにある!!ということがわかりました。
- 自分で作業して、実験して結果を見つけると、数学の授業でこんな法則があると教えられるよりも納得できました。
- グラフをかくと意外にも反比例な曲線になり驚いた。
- 今まででは式をかいて計算してグラフを描いていたけど、日常の疑問から考え

ての関数だったから面白かった。

- 自分で調べたいと思ったことをやると、さらに楽しいだろうと思うので、何かそういうものを見つけたいです。

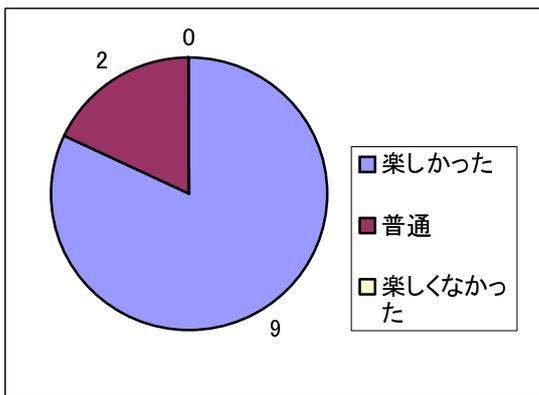
問題を解決するために実験をし、得られた実験値から数学的考察するといった活動は、生徒の学習意欲を高める活動となり、机上で学習するよりも数学の有用性を実感できるものだと感じた。

(2) アンケート結果とその考察

題材に対する興味・関心

本教材が生徒の興味・関心を惹いたものであったかを調査した。

質問「実際にパラシュートを作って実験してみることは…」

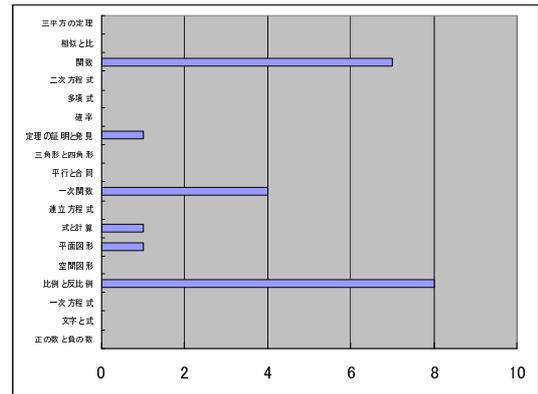


多くの生徒が積極的に取り組めたため、このような結果になったと考える。ただし「普通」と回答した生徒がいたのも事実である。繰り返しの作業が多く、実験に変化があまり見られないため、単調になりがちで、楽しいと感じられなかったと考える。したがって実験回数などについて考え直す必要があるだろう。

教材の位置付け

質問「今回の授業は、中学三年間の数学の中でどの単元を使ったと思いますか。」

本教材が今まで学習してきたどの単元と繋がっていると感じたのか調査した。アンケート紙にすべての単元名を列挙し、そこから複数選択するようにした。



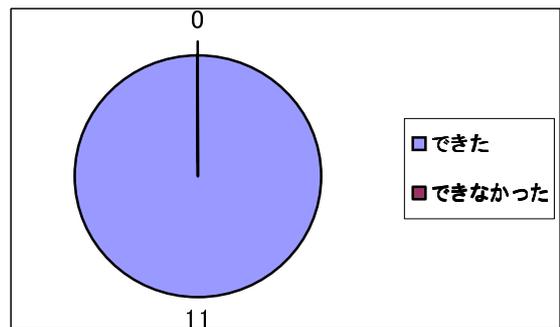
2量の関係をグラフに表したときに、反比例のような曲線をかいたのでそれに驚きを感じ、「比例・反比例」の単元を一番多く選択したと考える。つぎに「関数」、「一次関数」が続いて多く選択された理由としては、日常の事象の問題解決を図っていく上で関数的考察が有効であることを実感した子どもが多かったと推測している。

以上より本教材は、関数領域と深く結びついていると、多くの生徒が感じたことが分かる。

ねらいの達成度

本授業において、ねらいが達成されたかどうかを調査するために次の3つをたずねた。

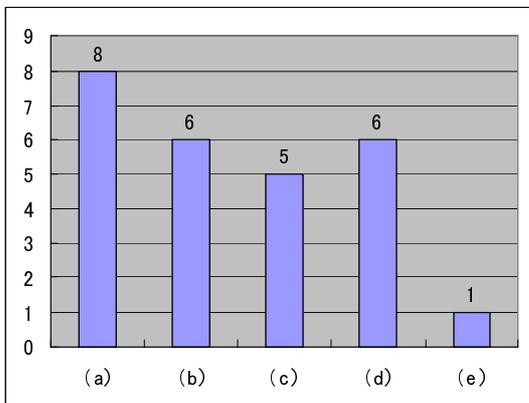
質問1「関数が日常生活に深く結びついていると感じることができましたか。」



したがって、生徒にとって関数の良さの一つである日常生活との関連が感じられた教材だったといえる。

質問2「関数のよさや便利さはどんなところだと思いますか。」(回答は、以下の5つの項目から複数選択)

- (a) 2量の関係を知ることができる
 (b) 未知の部分も予測することができる
 (c) 式にあらわすことによって2量の間
 係を簡潔・明瞭に表せる
 (d) グラフ化できる
 (e) その他



2量を取り出してその関係を考察することが、課題解決に繋がったので、(a)の項目が最も選択されたと考える。今回、式を求めたり、式からグラフをかいたりという考察を行っていないため、(c)の項目を選択する生徒が少なかったと思われる。

質問3「では今回の授業で関数のよさを具体的にどんなところで実感できましたか。」
 (記述回答)

- グラフ化ができること。
- 今まで考えてみなかったところで関数があつて関数的な見方で規則を見つけることができる。
- いくつかの結果からグラフを作ると、まだ実験していないパラシュートの降下速度も大体予想できる。
- グラフで表すことによって課題に対する結論が導き出せた。

などの回答が得られ、具体的に関数のよさを実感できた生徒が多くいたことが分かった。

以上より、授業のねらいは達成できたと判断する。つまり本教材は、中学生にとって関数の有用性を実感できる教材だといえる。

6. 今後の課題

今回の実験はデータに誤差が出やすい。実際、誤差によって、パラシュートの落ちる速さの順番が入れ替わってしまったグループがいくつかあった。また作業に時間がかかりすぎてしまい、実験や考察に余裕を持つことができなかった。したがって、もし再度この授業を実践する機会があれば、指定するパラシュートのかさの面積を大きくしデータにはっきりした違いを生み出すことや、作るパラシュートの個数を減らすといった改善をしたい。

またパラシュート以外にも、身近な自然現象に潜む数学をより多く発見し、数学の有用性を感じられる教材研究を続けていきたい。

最後に、授業実践にあたり、多大なご協力をいただいた岐阜市立青山中学校、吉村先生、生徒の皆様心から感謝いたします。

引用・参考文献

- [1] 文部科学省 - PISA2003(数学的リテラシー)及びTIMSS2003(算数・数学)結果の分析と指導改善の方向 - <http://www.mext.go.jp/shotou/gakuryouku/siryu/05071101.htm>
- [2] 文部省, 1999, 中学校学習指導要領(平成10年12月)解説 数学編 -, 大阪書式株式会社.
- [3] 村岡恵理・愛木豊彦, 2003, 法則の発見を課題とする授業実践報告, 岐阜数学教育研究, Vol.2, pp.54-64.
- [4] 岩崎美奈・愛木豊彦, 2004, 身近な現象の自由研究を主題とする授業実践報告, 岐阜数学教育研究, Vol.3, pp.54-66.