

## 関数を用いた予測を題材とする数学授業案の開発と実践

岩田和也<sup>1</sup>, 愛木豊彦<sup>2</sup>

様々な事象において、関数を用いると結果を予測できる場合がある。このことを中学生に感得させ、関数を学習する意味を明確に伝えなければならない。しかし、中学校の教科書（関数領域）では、理想化された数値のみを扱っているため、この良さを感じることができないのではないかと考えた。そこで、自ら実験を行うことで、現象の中に潜む数量の関係を見い出したり、それをもとに問題解決したりすることができるような授業を開発した。

<キーワード> 関数, 予測, 実験, 問題解決, 斜面での運動

### 1. はじめに

平成10年12月14日に学校教育法施行規則の一部改正と中学校学習指導要領[1]の改訂が行われた。中学校数学科の改善の基本方針の1つに「実生活における様々な事象との関連を考慮しつつ、ゆとりをもって自ら課題を見つけ、主体的に問題を解決する活動を通して、学ぶことの楽しさや充実感を味わいながら学習を進めることができるようにすることを重視する。」とある。

我々は既に、子ども達にとって身近な事象を題材とする問題解決的な授業案をいくつか提案し、実践を行ってきた。特に、中学生を対象とした関数的な見方や考え方を養う授業案を紹介する。

・愛木・近藤・井上[2], 課題「よりよいクーラーボックスを作ろう」

活動：発泡スチロールの板でクーラーボックスを作り、実験をし、それらをもとに、1番いいクーラーボックスとは何かについて考察する。

・愛木・井上・近藤[3], 課題「汚れの落ちる洗剤の量を見つけよう」

活動：洗剤の量をいろいろと変えて、最も汚れの落ちる洗剤の量を求める。

・愛木・村岡[4], 課題「ものの落ちるときの様子に関する法則を見つけよう」

活動：いろいろなものを落下させ、その様子をビデオに撮影する。そのビデオから、ものが落ちるときの法則を見つける。

授業[2,3]は最大値を求める問題、授業[4]は、関数関係の発見とその考察とみることができる。今回、教材開発を行うにあたり、最大値問題ではなく、逆問題を題材とすることにした。ここでいう逆問題とは、工学でよく扱われる問題で、与えられた状況を再現することである。例えば、壊れた建物から、それがどのように壊れたのかを考える問題である。数学的にいえば、2つの量 $x, y$ が $y = f(x)$ となっている場合、与えられた $y$ に対する $x$ の値を求めることに相当する。

逆問題を取り上げた理由について述べる。関数は現実の問題を解決するには欠くことのできないものであるにもかかわらず、中学生にとっては有用性が感じにくいように思われる。それは、実生活の中で関数関係を見い出

<sup>1</sup>岐阜大学大学院教育学研究科

<sup>2</sup>岐阜大学教育学部, 科学研究費(特定領域研究), 課題番号 17011034

したり、関数を用いて問題解決したりする経験が少ないことに起因していると考えた。従って、関数を用いることの良さの1つである予測を体験させたいと思い、逆問題を題材とした。

## 2. 授業の概要

### 2.1. 教材

斜面でものを転がすという身近な事象を観察し、予測するという教材を開発した。

まず、ボールなどのものを斜面から転がす。そのとき、例えば、斜面の傾きとものの転がった距離の関係を調べる。そして、ある指定された距離で、そのものが止まるような角度をグラフなどから求め、実際にそのようになるのかを実験で確認する。

このような教材を設定した理由を次に述べる。

- ・子どもの身近にある事象である。
- ・簡単な作業で時間をかけることなく実験を行うことができる。
- ・自分のアイデアを活かして、様々な実験が行える。
- ・自分で予測を立て、予測通りにいった場合、達成感を得ることができ、また新たな課題を見つけることもできる。

### 2.2. 授業のねらい

授業のねらいは以下の2点である。

- (1) 自ら課題を設定することができる。
- (2) 実験結果を的確に表やグラフにし、それらから、考察・予測をすることができる。

## 3. 実践結果

以下のとおりに実践を行った。

場所：岐阜県各務原市中央小学校

日程：平成17年，8月4日，5日

参加生徒：各務原市の中学生5人

### 3.1. 授業の流れ

#### 班分け

参加生徒を2つの班に分け、大学生を班長

として配置した。

#### 実験の計画・準備

活動場所(体育館)で、生徒たちに実験の説明をし、あらかじめ準備した転がるもの(ボールや車のおもちゃ)や実験に使いそうなもの(ベニヤ板やビニールテープなど)を体育館の真ん中に置いておいた。生徒達は、転がすものや何に注目して実験を行うか、またどのように実験を行うかを体育館の真ん中に置いてある具体物を見たり、触れたりしながら班で話し合っただけで決めた。各班の実験の計画・準備については後述する。

#### 実験の考察・予測

班で決めた計画・準備を基にそれぞれの転がすものの距離について調べた。ある程度実験を行った後に、班長が「 $m$ で止めよう!」という課題を出した。生徒は実験データを基に作られたグラフからどうすれば止められるかを予測し、実際に転がしてみることで課題達成を目指す。これについても後で述べることにする。

#### 発表会

Power Point や Excel を用いて実験結果や実験の様子をまとめ、その資料を使って発表の練習をしてから発表会を行った。

### 3.2. 班の活動の様子

2つの班の活動内容を紹介する。

#### 1班

(実験の計画・準備について)

1日目は球状のものや筒状のものをある程度選び、それぞれを転がしていく中で、データが安定しているものを自分が転がすものとした。また、生徒たちが同じ大きさで質が違うものや、同じ質で違う大きさのものの転がる距離の違いを調べたいと考えたため、それらも転がすものとして選び、それぞれの転がすものの重さも量った(写真1)。2日目は車のおもちゃに注目して実験を行った。

まずは、板(ベニヤ板)を体育館の壁に立て

かけることにより坂を作った。板のしなりが気になったので、板の下に発泡スチロールを詰め、坂のしなりをなくした。また、まっすぐ転がるように、長さが20m、幅が5cmの道を作った。幅を5cmにしたのは、基準を木のボールに設定し、その幅が5cmだったからである。また、道を作るために、板や定規、板目表紙やビニールテープを使った。最初のうちは頻繁に脱線したが、なぜ脱線したかをすぐに突き止め、補強作業を行っていった。そして、道と平行にメジャーを置き、それぞれの転がった距離について調べた(写真2)。

(実験内容について)

1班は話し合って転がす位置に注目した。坂の上から-10cm, -20cm, …と転がす位置を下げていったときの転がった距離について観察・考察した。止まったところで定規をあて、正確にデータをとるようにした(写真3)。それぞれの位置から転がして、その平均を転がった距離とした。それを-100cmまで行い、それぞれの実験データを取っていった。



写真3

(実験の考察・予測について)

生徒たちがそれぞれ違うものを転がしたので、班長はそれぞれの生徒に、異なる課題を出した。

A君…転がしたものはゴムで作られたサッカーボールのおもちゃ(1班では、サッカーボールと呼ぶ)で、課題は15mだった。A君はグラフより、坂の上から-48cm~-60cmの間から転がすと15mに止まると予測した。また、2日目に転がしたものは、車のおもちゃで、課題が5mであった。A君はグラフより、坂の上から-70cm~-80cmの間から転がすと5mで止まると予測した。

Bさん…転がしたものは発泡スチロールの玉で、課題は5mだった。Bさんはグラフより、坂の上から-10cm~-50cmの間から転がすと5mで止まると予測した。また、2日目に転がしたものは、車のおもちゃで、課題が4mだった。Bさんは実験の様子より、坂の上から-120cm~-140cmの間から転がすと4mで止まると予測した。

Cさん…転がしたものはやわらかい野球ボール(1班では、ムニムニボールと呼ぶ)で、課題は6mだった。Cさんは実験したときに、そのくらいで止まったので、坂の上から-35cm~-70cmの間から転がすとよいと考えた。また、2日目に転がしたものは、瓶にビー玉を入れたもので、課題は4mであった。Cさんはグラフより、-90cm~-100cmの間から転がすと4mで止まると予測した。

生徒が作成した発表会の資料の一部を紹介

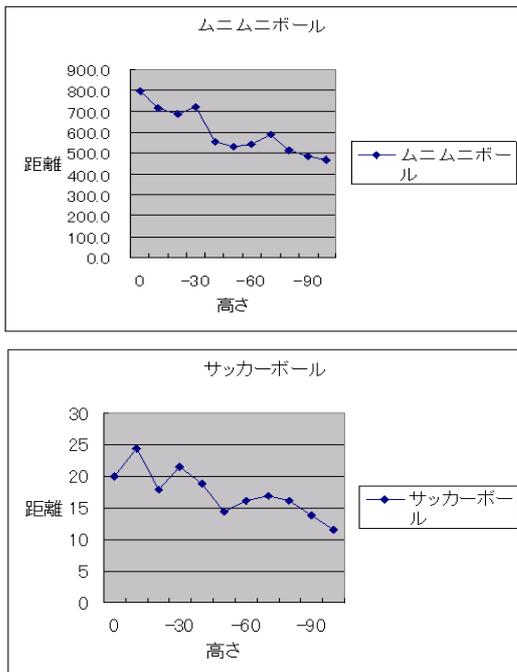


写真1



写真2

する。



上のグラフでは、横軸が坂の上からの位置、縦軸が実験で3回転がした距離の平均を表している。また、下のグラフも横軸が坂の上からの位置、縦軸が実験で3回転がした距離の平均を表している。ムニムニボールとサッカーボールは同じ大きさである。このように、ある条件が同じものを比較した実験の結果を発表した。

(生徒のまとめ)

- ・ 高い所からやると、スピードが出て、遠くまで行く。
- ・ 重い物は、遠くまで行く。
- ・ ミニカーよりも球の方が遠くまで行く。
- ・ 近くに止めたいなら低いところから、遠くに止めたいなら高いところから転がすとギリギリで止まりやすい。
- ・ 転がる距離は重さや硬さ、転がす高さや球の大きさによって変わってくる。止めたい距離によって、これらの条件を変えることでギリギリに止まる。

2班

(実験計画・準備について)

2班は、様々なものの中から、1台の車のおもちゃを転がすものに決めた。まずは、板を体育館の壁に立てかけることにより坂を作った。板のしなりが気になったので、板の下に発泡スチロールやダンボールなど様々なものを詰め、坂のしなりをなくした(写真4)。また、どのように走らせても車のおもちゃがまっすぐ走らないので、まっすぐ走らせるために、車のおもちゃの車輪の間の長さを測った。長さが6.5cmだったので、板目表紙を縦40cm、横6cmのサイズに切り、それを3枚重ねたものをまっすぐつなげていくことにより、モノレール型のレールを作った(写真5)。しかし、車が脱線を繰り返すので、レールの横に発泡スチロールをガムテープで貼り付けることで脱線を防ごうとした。しかし、それでも脱線を繰り返すので、レールのサイズはそのまま、5枚重ねたレールを作った。すると、脱線をする事はなくなった。また、坂と床に生じる段差が気になったので、段差の部分に画用紙を貼り付けることで段差を小さくした。そして、レールと平行にメジャーを置くことで車のおもちゃの転がった距離について調べた(写真6)。



写真4



写真5

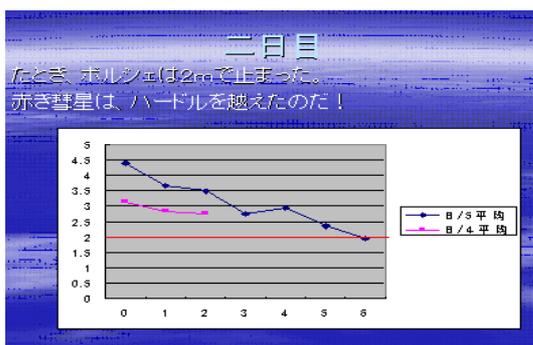


写真 6

(実験の考察・予測について)

班長からの課題は 2m だった。生徒たちはグラフと実験の様子からストッパーの数が 4 つか 5 つなら 2m で止まるだろうと判断した。しかし、それぞれの数で試してみても 2m を超えてしまったのでストッパーの数を 6 つにしてみると、2m ギリギリで止まった。

生徒が作成した発表会の資料の一部を紹介する。



左下のグラフでは、横軸がストッパーの数、縦軸が 5 回実験したときの転がった距離の平均を表している。また、1 日目のグラフをピンクの折れ線グラフで、2 日目のグラフを青色の折れ線グラフで表している。さらに、班長の問題であった 2m のラインに赤い線を引いている。

(生徒のまとめ)

- ・ストッパーの数を増やしていくにつれて転がる距離が縮む。
- ・レールの厚さが進む距離に影響することがわかった。
- ・ストッパーの大きさは、止め方に関係がな

かった。

- ・ストッパーの間隔は、30cm のときより 50cm のときの方がよく止まった。
- ・ストッパーの個数が多いほど、スピードが弱まっていく。
- ・レールの厚さは 3 枚よりも、5 枚が安定した。

ここで、双方の班における生徒の感想の一部を紹介する。

・最初はギリギリマスターなんて無理だと思っていたけど、やっていくにつれてもしかしたらできるという気持ちになりました。そして、2m ちょうどに止まったときは感動しました。また機会があったら参加したいと思った。

・失敗したり、成功したり、作ったり、こわれたりして、とっても楽しかった。達成感や充実感があって、2m の所で止まったときは、本当に感動した。来年もこの講座があったらやってみたい。

・難しいと思っていたけど、調べていくとギリギリで止めることができた。プレゼンテーションでグラフを作ってみると、どういう重さ、高さ、硬さ、大きさなら、どういうグラフになるかが一目でわかった。他のものだったらどうなるのかもこれからも調べていきたい。

#### 4. 考察

先に述べた 2 つのねらいについて考察する。

(1) 自ら課題を設定することができる。

具体的操作活動を取り入れた授業であったため、生徒はすぐにこの教材に興味・関心を持ち、積極的に活動した。具体物を見たり触れたりすることにより、様々なアイデアを出し合いながら協力して実験の計画や準備に取り組む姿勢が見られた。以上から、このねらいについては十分に達成されたと考える。

(2) 実験結果を的確に表やグラフにし、それらから、考察・予測をすることができる。

生徒は実験を積極的に行い、実験のデータを取り、それを基にグラフを作ることができ

た。そして、課題達成の場面において、1班の生徒は、予測の理由として「グラフから…」という言葉をよく発していた。2班の生徒は、予測の理由に「グラフから…」という言葉はなかったものの、グラフの傾きに注目して、課題達成のために予測を立てていた。これらのことから、このねらいについてはほぼ達成されたと考える

### 5. 今後の課題

1つ目は、授業前にはストッパーを使って転がることを制御することは想定できなかったことである。逆問題を解くという視点から見れば、ストッパーの個数は離散量であるため適当ではない。しかし、本講座では、生徒のアイデアを重視すべきと判断し、ストッパーの個数の考案を認めた。このような事態を通して、改めて、事前の準備の重要性を感じた。

2つ目は、転がすものの中に、データが不安定なものを入れたことである。事前の段階では、不安定なものとは安定なものがあった場

合、実験をすることで不安定なものは選ばれないだろうと考えていた。しかし、子ども達はその不安定なものを選んでしまった。mで止めるという課題の実現には安定なものの方が向いていることを考察させる手立てを考える必要があると感じている。

### 引用文献

- [1] 文部省, 1999, 中学校学習指導要領(平成10年12月)解説 数学編 .
- [2] 愛木豊彦, 近藤法和, 井上春奈, 2002, 実験を中心とする「総合的な学習の時間」教材の提案, 2002年度数学教育学会春季年会発表論文集, pp.1-3.
- [3] 愛木豊彦, 井上春奈, 近藤法和, 2003, 数理モデルを構成する授業実践, 2003年度数学教育学会春季年会発表論文集, pp.61-63.
- [4] 村岡恵理, 愛木豊彦, 2003, 法則の発見を課題とする授業実践報告, 岐阜数学教育研究, Vol.2, pp.54-66.