

図形領域における算数的活動を取り入れた授業方法の研究

堀江侑加¹, 愛木豊彦²

身の回りには様々な立体が存在するにも関わらず、小・中学生にとって、図形領域の中でも特に空間図形の学習は難しいと考える。そこで、実際に空間図形を作るなどの具体的操作活動を通して、豊かな空間概念の育成を目的とした教材開発を行った。ここで教材は、小学生でも知っているピラミッドである。本論文では、7月28, 29日の2日間をかけて、岐阜県各務原市内の小学生を対象に行った実践について報告する。

<キーワード> 図形領域, 空間図形, 算数的活動, ピラミッド

1. はじめに

平成15年度教育課程実施状況調査教科別分析と改善点[1]によると、小学校・算数において、「第6学年では、三角柱や円柱に関する過去同一問題での通過率が、前回より下回った。」と示されている。また、中学校・数学においても、「第1学年では、「平面図形」に関する問題(5問中4問)、「空間図形」に関する問題(10問中6問)とともに、設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題が多いが、「空間図形」に関する問題のうち角柱、円錐などの表面積と体積を求める問題の通過率が他の問題より低く、作図問題では通過率が他の問題より高い傾向がある。」と示されている。

これらの結果から、図形領域において、平面図形については理解できているが、空間図形については、十分な理解が得られてないと予想される。その要因として、図形の豊かな感覚の育成がまだ十分に図られておらず、様々な図形に触れるなどの経験が不足していることが考えられる。表面積と体積を求める問題の通過率が低かったことから、錐体の底面積や高さというものを意識できていないのではないかと考えられる。そこで、具体的操作

活動を通して空間図形に触れながら、底面積や高さが意識できるような授業はできないだろうかと考えた。

また、小学校学習指導要領算数科[2]の図形領域では、作業的・体験的な活動など算数的活動を通して、基本的な平面図形や立体図形について理解できるようにし、図形についての豊かな感覚を育てるとともに、様々な問題解決の場面で図形の定義や図形の性質を活用して、適切に判断したり、的確に表現したり、処理したりできるようにすることを主なねらいとしている。

そこで、これらを踏まえ、立体を作成する作業的・体験的な活動を通して、立体の底面積や体積を認識できるような教材開発を行った。

2. 教材について

(1) 教材の説明

私たちの身のまわりにある多くの具体物は立体である。児童は実生活の中で、いろいろな立体に囲まれて生活している。そこで、教材を考えるにあたって、児童にとって算数というものが身近に感じられるように、身のまわりにある立体に着目し、さらに、児童が興

¹岐阜大学大学院教育学研究科

²岐阜大学教育学部, 科学研究費(特定領域研究), 課題番号 17011034

味・関心を持つことができるような大きいものを作ることを考えた。

教材開発にあたって、大きいものにこだわった理由は、次の3つである。1つ目に、前回の授業実践 [3] の経験から、児童は大きいものを作ることに興味・関心を持つと感じたからである。2つ目に、大きいものを作るには見通しを持つことが必要と考えられるからである。そして、3つ目に、大きいものを一人で作るのは難しいので、班のみんなと協力しなければいけないからである。

それらを考慮して、教材に選んだのが、どの児童も一度はテレビや本で見たことがあるであろう「ピラミッド」である。

本教材は、20cm × 20cm × 5cm の大きさの発泡スチロールを用いて、ピラミッドを作る計画を立てて、実際に作るというものである。このピラミッド作りの中には、多くの算数が使われている。例えば、ピラミッドを美しく見せるためには、傾きが直線でなければならない。つまり、1段目と2段目を10cm ずらしたならば、2段目と3段目も10cm ずらすというように、ずらす長さを一定にすることが重要である。また、段数とそこで使う発泡スチロールの個数には、数列の考え方が使われている。例えば、1段増やすごとに10cm ずつずらした、4m × 4m × 1m のピラミッドを作るのに必要な発泡スチロールの個数を求めるために、数列の考え方が使われる。

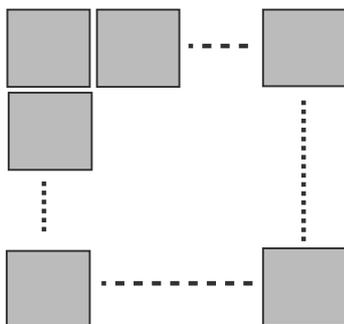


図 1

具体的には、 a_n を下から n 段目の発泡スチ

ロールの個数とすると、一番下の段は、1 辺が 4m の正方形の枠だけなので、 $a_1 = 76$ となる。そして、1 段上がるごとに 1 辺が 20cm ずつ短くなっていくので、

$$a_{n+1} = a_n - 4 \quad (1 \leq n \leq 18)$$

従って、

$$\begin{aligned} a_n &= 76 + (n - 1)(-4) \\ &= -4n + 80 \end{aligned}$$

$$a_{19} = 4$$

である。また、 $a_{20} = 1$ なので、発泡スチロールの総数 S を求めると、

$$\begin{aligned} S &= 1 + \sum_{k=1}^{19} a_k \\ &= 1 + \sum_{k=1}^{19} (-4k + 80) \\ &= 761 \end{aligned}$$

となる。つまり、4m × 4m × 1m のピラミッドを作るためには、761 個の発泡スチロールが必要となる。

本講座では、各班に 20cm × 20cm × 5cm の発泡スチロールを 700 個配り、その限られた個数の中で、大きいピラミッドを作ろうという課題を提示した。1つの班に 700 個という制限をつけたのには、700 個あれば、自分より大きいピラミッドを作ることが可能であることと、限られた個数の中で、どれくらいの大きさのものが作れるのか、また、大きいピラミッドを作るためにはどんな積み方をしていくのかを児童に考えさせたいという意図がある。また、中を空洞にし、入り口をすることで、使う発泡スチロールの個数が減り、より大きいピラミッドを作ることができる。さらに、入り口をすることで、自分たちで作ったピラミッドの中に入ることができ、立体を内側から見るという体験ができる。この経験が、錐体の高さや底面との位置関係を把握す

る際の援助になると考えた。

(2) 教材の特徴

本教材の特徴は次の3点である。

(A) 大きいものを作ることから、自ら進んで計画を立てることができる。(B) 図形のみならず、他の領域の学習を含む。(C) 図形を内側から見るができる。

(3) 教材のねらい

本教材のねらいは、次の3つである。

- (i) 見通しを持って計画を立てることができる。
- (ii) 具体的操作活動を通して、空間図形に触れることができる。
- (iii) 具体的操作活動の中で、規則性を見つけることができる。

3. 実践の概要

(1) 実践について

平成17年7月28, 29日の2日間(1日目49人, 2日目46人)をかけて、岐阜県各務原市内の小学生4, 5, 6年生を対象に実践を行った。授業の流れは以下の通りである。

1. 仲間集めゲームをする。
2. ピラミッドについて紹介する([4, 5])。
3. 班ごとに分かれて計画を立てる。
4. ピラミッドを作る。
5. 品評会をする。

(2) 活動の様子

児童を4つの班に分け、班毎で活動を行った。どの班も、大きいピラミッドを作るために、作り方や外形に試行錯誤していた。ここで、班の活動を紹介する。

< 1班 >

計画

みんなの意見をとり入れて立てた。

$900 - 10 \times 12 = 580$
 $580 - 24 = 556$

$9 \times 4 = 36$	$36 \times 2 = 72$	$10 \times 4 = 40$	$72 \div 40 = 1.8$
$8 \times 4 = 32$	$32 \times 2 = 64$		
$7 \times 4 = 28$	$28 \times 2 = 56$		
$6 \times 4 = 24$	$24 \times 2 = 48$		
$5 \times 4 = 20$	$20 \times 2 = 40$		
$4 \times 4 = 16$	$16 \times 2 = 32$		
$3 \times 4 = 12$	$12 \times 2 = 24$		

みんなの感じ!

写真1

写真1は、みんなの意見を取り入れて立て

た計画書である。

この班は、ピラミッドを2, 3段組み立てて、1段目, 2段目に使う発泡スチロールの個数をそれぞれ計算していく中で、1段目と2段目, 2段目と3段目を作るために使った個数の差に着目した。そして、1段上がるごとに使う発泡スチロールの個数は、一定の数だけ減るという規則性を見つけ、電卓を使って1段目から10段目までに使う発泡スチロールの総数を導いていた(写真2)。これらの考察をもとに、段数: 10段, 縦: 2m, 横: 2m, 高さ: 3mのピラミッドを作るという計画を立てた。



写真2

ピラミッド作り

この班は、高さを重視しており、より高いピラミッドを作るために、中を空洞にしていた。また、使う発泡スチロールの数が少なくても高くなるように、発泡スチロールを立てて使うなど、積み方を工夫していた(写真3)。



写真3

高さが3mのピラミッドを作る計画を立て、上半分と下半分に分けて作成した。3mのピラ

ミッドが完成した時点で、まだ発泡スチロールが145個残っていたので、もう1段増やすことができるかを計算して、もう1段増やした。

児童の感想

・壊れないかしんぱいだったけど、3m30cmという高いピラミッドができてうれしかったです。たくさん計算できてうれしかったです。式を立てるのは難しくて大変でした。ノビルサーを通して、友達がたくさんできたし、計算ができてよかったです。

・700個の発泡スチロールであんなにも高い(3m30cm)のピラミッドができてとてもうれしかった。あと、算数の勉強もできたので良かったです。

< 2班 >

計画

写真4は、この班が立てた計画である。

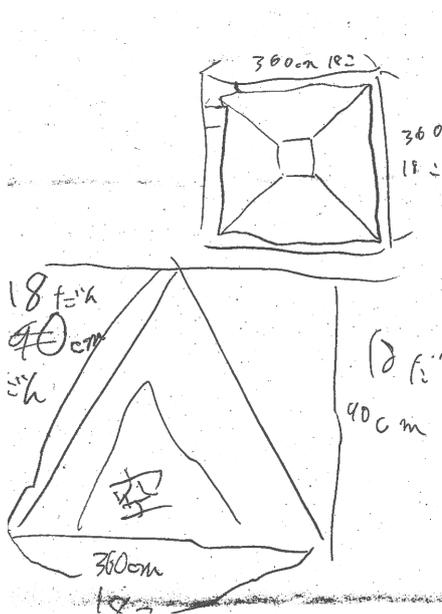


写真4

この班は、5段のピラミッドを組み立てて、1段1段に使う発泡スチロールの個数について規則性があることに気づいた。そこで、電卓を使って個数を計算し、段数:18段、縦3m60cm、

横:3m60cm、高さ:90cmのピラミッドを作るという計画を立てた(写真5)。



写真5

ピラミッド作り

当初の計画より、使う発泡スチロールの個数を減らして、ピラミッドを18段から19段にした(写真6)。



写真6

児童の感想

・計算を最初にして、18段だったので、少しでも大きくと思い、使う発泡スチロールを少なくして19段作りました。難しかったこともあったけど、がんばってつくれてよかった。
 ・2日間、夏季講座をやって、計算をして、段の数や何個必要かがわかった。中は空洞で壊れそうだった。

< 3班 >

計画

写真7は、この班が立てた計画である。

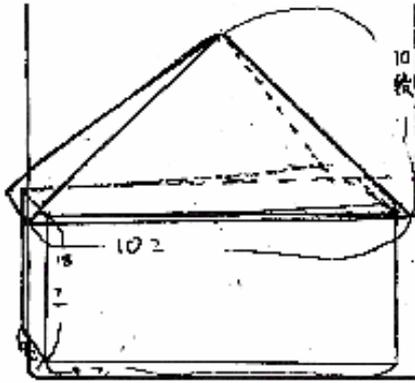


写真7

この班は、発泡スチロールを全部使って、接着剤などは用いず、実際に組み立てて計画を立てた。この班のピラミッドは、家のような形をしていて、段数：28段（壁：18段，屋根：10段），縦：1m80cm，横：1m80cm，高さ：1m40cmのピラミッドを作るという計画を立てた（写真8）。



写真8

ピラミッド作り

屋根班と壁班に分かれて作業を行った。屋根班は、10段のピラミッド型の屋根を作っていた。壁班は、外壁が壊れないように頑丈にしていた。外壁を作るのは簡単そうで、すき間があまりないので難しいようであった（写真9）。



写真9

児童の感想

・ぼくは、これまでにピラミッドを作ったことがなかったので、今回オリジナルのピラミッドを作れたので楽しかったです。屋根班，壁班と分かれてきちんと協力できたのでよかったです。算数は、もともと好きだったけど、前よりもっと好きになれたので良かったです。

・いろいろ計算してピラミッドを作ることが楽しかったです。あと、屋根を作るのが大変だったけど、みんなでがんばれたのでよかったです。

< 4班 >

計画

写真10は、この班が立てた計画である。

$$7+6+5+4+3+2+1=28$$

$$24+20+16+12+8+4+1=75$$

階数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
個数	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
合計	421														

$$16+17+18+19+20+21=23$$

$$60+69+68+72+76+80+84$$

写真10

この班は、7段のピラミッドを組み立ててみて、1段1段に使う発泡スチロールの個数について規則性があることに気づいた。そこで、電卓を使って個数を計算した結果、段数：18段，縦：3m80cm，横：3m80cm，高さ：90cm

のピラミッドを作るという計画を立てた（写真11）。



写真11

ピラミッド作り

1段1段に印をつけて線を引き，発泡スチロールを貼る位置がわかるように工夫していた。こうすることによって，ピラミッドの傾きを一定にしていた（写真12）。



写真12

接着剤が乾くまで，使っていない発泡スチロールを積んで支え，崩れないように工夫していた（写真13）。

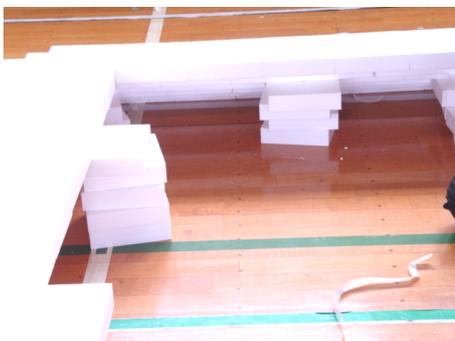


写真13

児童の感想

- ・ピラミッドづくりは難しかったし，算数をたくさん使って，ためになるピラミッドづくりだと思いました。
- ・みんなと楽しく作り，発表もたくさんして，みんなのいいところを見つけれてよかった。これからも算数を使っていきたい。

4. 授業に対する考察

先に述べた3つのねらいが達成できたかどうかを考察する。

(i) 見通しを持って計画を立てることができる。

発泡スチロールがたくさんあったことなどから，児童はこの教材にすぐ興味を持った。発泡スチロール700個という量は，聞いただけでは想像できず，見たとしても，あまりに多くてどれくらいのピラミッドができるかは想像することができない。計画をしっかり立てなくては数が足りなかったり，失敗したりする。そこで，どの班も何段か作るなどして使う個数を把握し，しっかり計画を立ててから作業に取り掛かっていた。また，作業の中でも，すぐ接着剤でくっつけるのではなく，一度並べて個数を確かめつつ，作成していた。それらのことから，このねらいについては達成できたと考える。

(ii) 具体的操作活動を通して，空間図形に触れることができる。

ピラミッド作りの過程の中で，図形を上から見たり，下から見たり，横から見たりと，いろいろな方向から見る事ができた。また，どの班も入り口を作って，中を空洞にしており，完成したら中に入れるようにしていたため，空間図形を外側だけでなく，内側からも見る事ができた。そのようなことから，このねらいも達成できたと考える。

(iii) 規則性を見つけることができる。

発泡スチロールを最初にすべて並べてみるのではなく，1段ずつ並べていく中で，使う発泡スチロールの個数に関する規則性を見つ

け、電卓で個数を計算する姿が多く見られた。また、活動の中で児童から「何か規則性がありそうだ。」という声が出ていた。それらのことから、このねらいについても達成できたと考える。

5. 今後の課題

最初に述べたように、本教材は錐体の底面積や高さを正確に認識できるようになることを意図して開発した。

そして、本講座において児童は、内側からもピラミッド（錐体）を見るという経験をした。この経験が錐体の底面積や高さ認識に有効であるかどうかを検証する必要がある。これが、1つ目の今後の課題である。

次に、この教材を通常授業で扱えるようにすることである。今のままでは、大量の発泡スチロールを必要とするため予算的にも、時間的にも困難である。従って、発泡スチロールに代わる安価な材料を探すか、発泡スチロールをもう一度使えるような進め方を考えたい。また、今回、講座終了後に、児童が作成した

作品をゴミ処理場で廃棄処分にしたが、総合的な学習の時間でこの教材を扱った場合、そのゴミ処理の段階も授業の一部に取り込める可能性がある。

最後に、新たな教材開発である。授業を終えて、より多くの子どもに算数の楽しさや良さを知って欲しいと強く思い、算数を楽しめるような教材を開発しようと考えている。

引用文献

- [1] 国立教育政策研究所，教育課程研究センター，<http://www.nier.go.jp/homepage/kyoutsuu/index.html>
- [2] 文部科学省，1999，小学校学習指導要領解説，算数編，総則編.
- [3] 岩田恵司，愛木豊彦，山田雅博，2004，平成16年 ノビルサー夏季講座実施報告書.
- [4] 吉村作治，1979，ピラミッドの謎，講談社.
- [5] ケヴィン・ジャクソン，2004，図説大ピラミッドのすべて，創元社.