

## 関数領域における問題解決型教材の開発，実践

高井利宗<sup>1</sup>

生徒に数学の有用性を感得させるために，身近な現象と数学を関連させた教材が盛んに開発されている。ここでは，さらに生徒が数学の授業で習ったことを利用して身近なことから考察することに焦点をあてた。本論文で紹介する授業の題材は，携帯電話のサービスであり，中学校で学習する比例や1次関数の表，式，グラフを用いて問題を解決する教材を提案する。

<キーワード> 比例，1次関数，グラフ，数学の有用性

### 1. 序論

生徒が数学を好きになるためには，数学が役に立つものであることを実感することが効果的であると考え，研究を進めてきた。そのためには，現実の問題，特に生徒が興味を持った現象に対し，数学を使って考察させることが必要だと考える。中学校で学習する，比例や1次関数の領域では，表，式，グラフをかき，それを利用して，例えば「1リットル入りの牛乳パック30枚から，5個のトイレットペーパーが再生できます。360枚の牛乳パックから何個のトイレットペーパーが再生できますか。」といった問題を解く。しかし，生徒はそのような問題に対して興味を持つのだろうか。問題が出題されたから解く，という機械的な作業と認識するであろう。そこで，生徒が興味を持つような現実の問題に対し，比例を使って解く経験を通して，比例が役に立つことを実感できると考え，本教材を提案する。

### 2. 教材について

#### (1) 教材の説明

今回，教材として選んだのは携帯電話の料金サービスである。現在，携帯電話は多く普及しており，生徒の身近にもありふれている。

今の携帯電話は，電話としての機能だけでなく，電子メールができたり，ホームページを見ることができたり，ゲームもできるため，中学生にとって魅力的なものであり，興味を引く教材である。

携帯電話の料金は，基本料金，通話料金，パケット料金といった様々な料金を合わせて月々払うものであるが，今回の授業で扱うのはパケット料金だけである。パケット料金というのは，電子メールなどのデータの送受信にかかる料金で，データの量はパケットという単位で表される。auが新しく始めたサービス「ダブル定額」(グラフ1)は，定額制という形でパケット料金を設定している。この料金システムの考察を通して，はじめに「ダブル定額」のグラフを見て直感的に感じるものと「ダブル定額」を使うときと使わないときのグラフの比較などによって分かることとを比べて，事象を詳しく調べることのよさを知ることができる。

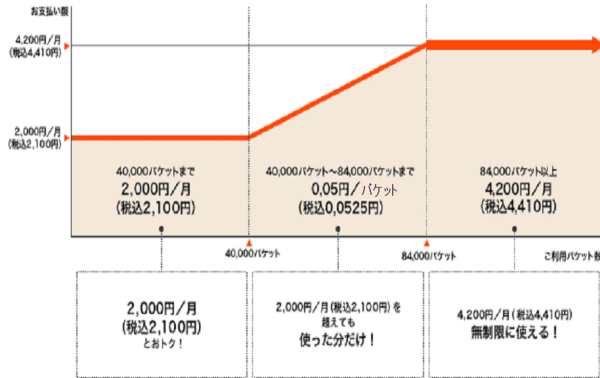
#### (2) 授業のねらい

##### ① グラフのよさを知ることができる。

授業で扱う題材は，グラフ1の料金体系で定まる「ダブル定額」と「ダブル定額」を使わ

<sup>1</sup>岐阜大学大学院教育学研究科

ないときとを比較することである。「ダブル定額」を使わない場合、料金は1パケット当たり0.2円である。



グラフ 1([1])

まず、 $x$  軸をデータの送受信量(単位パケット)、 $y$  軸を料金(単位円)として2つの料金体系のグラフを描く。そうすると、グラフの交点の  $x$  座標の値より多くデータを送受信するなら「ダブル定額」の方が得であり、そうでないなら「ダブル定額」を使わないほうが得であることがグラフから分かる。そして、グラフの交点は、 $y = 2000$  と  $y = 0.2x$  の交点であることがすぐ分かるため、交点の座標を求めることができる。もしグラフを使わなかった場合、どちらが得かを判断することは難しく、また、交点を出すときも、 $y = 0.2x$  のグラフは、「ダブル定額」のグラフ、 $y = 2000(0 \leq x \leq 40000)$ 、 $y = 0.05x(40000 \leq x \leq 84000)$ 、 $y = 4200(84000 \leq x)$  のどこと交わるのかを調べなければならない。その点、グラフを使った場合、視覚的に  $y = 2000$  の部分と交わることがすぐ分かるため、グラフのよさを知ることができる。グラフを使うことで、複雑そうに見える関係も視覚的に捉えることができるため、簡単に分析することができる。

② 既習内容を用いて現実の事象を調べることができる。

本授業の内容は、比例や1次関数といった、中学校で学習する関数の知識を必要とする。

既習内容を使い、問題解決する能力を育てる。特に、 $y = a$  の関数は、文章問題として扱われにくいいため、今回用いる「定額」から、 $y = a$  の関数についての理解を深めて欲しい。

③ 数学の有用性を知ることができる。

携帯電話の料金サービスという身近な現象を数学的に考察することにより、数学の有用性を知ることができると思う。

### 3. 実践と結果

#### (1) 実践内容

平成16年11月15日(月)、岐阜県武儀中学校で授業実践を行った。2年1組20人、2年2組22人を対象に同じ授業を1時間ずつ行った。授業の流れは次の通りである。

はじめに、グラフ1を見せる。このグラフを見て、ダブル定額は得かどうかを聞く。そのときに与える情報は、テレビのCMと全く同じキャッチフレーズ、「40000パケットまでは2000円、そこから84000パケットまでは使った分だけ、84000パケットからはいくら使っても4200円。」だけであり、ダブル定額を使わないときの料金は教えない。こうする理由として、より実際問題に近づけること、直感だけで判断することと詳しく調べて判断することの違いを理解させるためである。

生徒はダブル定額を使わないときの料金を表すグラフを、40000パケットから84000パケットまでのグラフの傾きと同じ傾きのグラフであると思いつくことが推測される。なぜなら、ダブル定額のキャッチフレーズで、「使った分だけ」という言葉を使っているからである。これにより、生徒は40000パケットまでしか使わない人はダブル定額は損をし、40000パケットから84000パケットまで使う人は得でも損でもない、84000パケットより多く使う人は得であると判断すると思われる。ここで、ダブル定額を使わないときの料金、「1パケット当たり0.2円かかる」を提示し、表、式、グラフを使って生徒に考えさせる。結果、10000パ

ケットまでしか使わない人はダブル定額は損であり、10000 パケットより多く使う人はダブル定額は得をすることが分かる。

(2) 実践結果，考察

授業後、本授業についてのアンケートを取った。アンケートの結果から、今回の授業の結果を考察する。

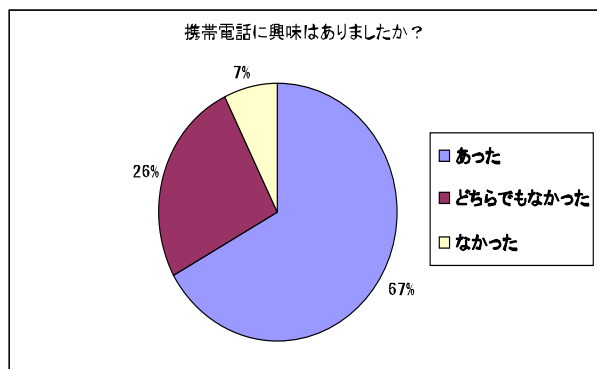


図 1

教材の携帯電話についての意識調査を行った。半数以上が携帯電話に興味を持っていることが分かった。予想した通り、中学生にとって携帯電話は魅力的な存在であることが分かり、生徒の興味をひく教材として適していると判断できる。

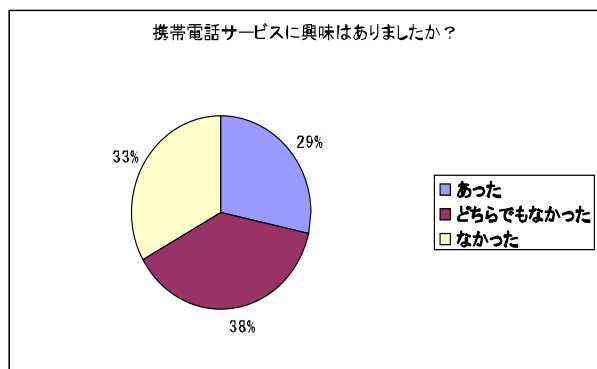


図 2

しかし、携帯電話のサービスに興味はあまりないようだ。おそらく携帯電話を使ったこ

とがないので、携帯電話にかかる料金を具体的に知らないことが原因であると考え。

しかし、本授業を行って、ほとんどの生徒が興味を持ったので、授業中に生徒の興味を引くことができる教材だと考える。

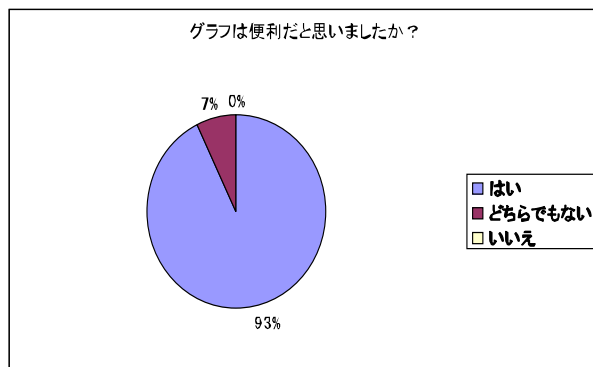


図 3

この質問より、ねらいの「グラフのよさを知ることができる。」についての考察を行う。

ほぼ全員がグラフは便利であると思ったようだ。授業中、全ての生徒はグラフを参考にしてまとめていた。表だけ、式だけでは考察することが難しく、グラフと併用することにより考察が簡単になるため、こう思った生徒が多いのではないかと推測する。

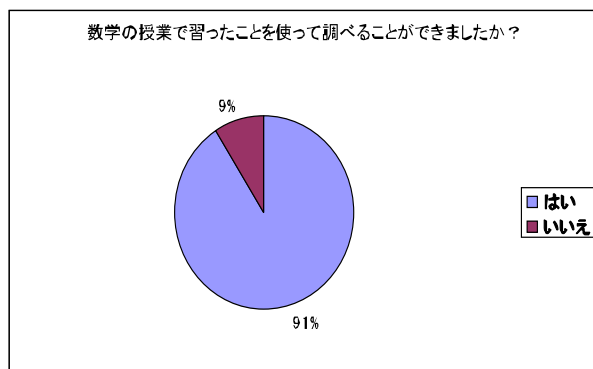


図 4

この質問より、ねらいの「既習内容を用いて現実の事象を調べることができる。」につい

での考察を行う。

今回の授業では、比例の表、式、グラフはもとより、グラフの交点を出すために連立方程式を使ったり、 $y = 2000$  のグラフがあったりと、既習事項を理解していないと解くことができない。最後の結論を出せたことや、アンケート結果より、このねらいを達成できた生徒が多数いると考える。

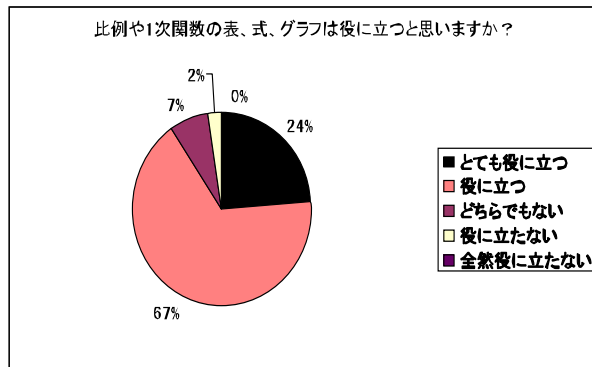


図5

この質問より、ねらいの「数学の有用性を知ることができる。」についての考察を行う。

8割以上の生徒が役に立つという回答だった。生徒の感想には、比例や1次関数が役に立つことに対して驚きを見せているものがあった。今回の授業で、生徒が今まで知らなかった、比例などのグラフの使い方を教えることができたと考え。

以下に生徒の感想を紹介する。

- ・身の回りの色々なことをも計算や式を使ってとけるのを実際にやって知ることができた。
- ・今日の授業をやって、今までに習ったことを使ってできたのでよかったです。
- ・料金サービスを、しっかり考えると、得にな

る人とならない人がいるから、びっくりしました。

・最初、ダブル定額はそんなに得にはならないと思っていたけれど、グラフとか使ったら、すごく得だということが分かったよかったです。

・グラフを使うと、一目で得とか分かるので、これからも使っていきたいです。

・数学は加減乗除の式だけしか役立たないと思っていたけど、意外にも難しげな1次関数が役立つとは思わなかった。数学を見直す1時間でした。

・パケットって今までよくわからなかったし、料金とかも色々と制度がある中で、どれがいちばん自分に合っているかもわからなかったけど、グラフとか表とか式を使えば、わかることがおもしろかった。

・もし今度どっちかわからない時があったらこういう風にして、調べてみたいと思う。

#### 4. 今後の課題

課題提示する前に、ある生徒が「1パケット0.2円だと、10000パケットより使う人は得になる」と発言し、その対応について困った。そのような場合に、臨機応変な対応が必要だと感じた。他にも何を  $x, y$  とおくのかの説明を疎かにしていたりと、反省すべき点が多々ある。

最後に、授業実践にあたり、多大なご協力をいただいた関係者の皆様に心から感謝いたします。

#### 参考文献

- [1] <http://www.au.kddi.com/topics/20040622doubleteigaku.html>  
(2005年3月現在)