第9回岐阜数理科学研究会

日時：2019年9月9日 (月) 9時半 ～ 11日 (水) 12時半

場所：飛騨高山まちの博物館 研修室 (岐阜県高山市上一之町75番地)

幹事：宇佐美 広介, 亀山 敦, 柘植 直樹, 近藤 信太郎, 澤田 宙広 (岐阜大学)

プログラム

9月9日 (月)	9 : 30 – 9 : 40	澤田 宙広 (岐阜大学)
	9 : 40 – 10 : 30	津田 一郎 (中部大学)
	10 : 40 – 11 : 30	三波 篤郎 (北見工業大学)
		〔昼食〕
	13 : 30 – 14 : 20	梶木屋 龍治 (佐賀大学)
	14 : 30 – 15 : 20	山崎 昌男 (早稲田大学)
		〔コーヒーブレイク〕
	16 : 00 – 16 : 50	小澤 徹 (早稲田大学)
	17 : 00 – 17 : 50	菱田 俊明 (名古屋大学)
懇親会	18 : 30 –	〔銀風亭〕
10日 (火)	9 : 30 – 10 : 20	角 大輝 (京都大学)
	10 : 30 – 11 : 20	梶野 直孝 (神戸大学)
	11 : 30 – 12 : 20	木上 淳 (京都大学)
		〔昼食〕
	14 : 00 – 14 : 50	谷内 靖 (信州大学)
	15 : 00 – 15 : 50	加藤 淳 (名古屋大学)
		〔コーヒーブレイク〕
	16 : 30 – 17 : 20	荒井 迅 (中部大学)
	17 : 30 – 18 : 20	柴山 允瑠 (京都大学)
11日 (水)	9 : 30 – 10 : 20	小坂 篤志 (佛教大学)
	10 : 30 – 11 : 20	坂本 祥太 (東北大学)
	11 : 30 – 12 : 20	谷口 晃一 (名古屋大学)
	12 : 20 – 12 : 30	亀山 敦 (岐阜大学)

講演題目と概要 (講演順)

澤田 宙広 (岐阜大学工学部)　9月9日 (月)　9:30 – 9:40

開会の辞, 趣旨説明, 飛騨高山地方の和算と算額について

津田 一郎 (中部大学創発学術院)　9:40 – 10:30

題目：拘束条件付き自己組織化の典型例としての脳の機能分化とその数理モデル

概要：ヒトの大脳新皮質は５０程度のそれぞれ異なる機能を持つ領域に分かれている。これは発見者にちなんでブロードマンの機能地図と呼ばれている。また、皮質下にはさらに多くの機能領域が存在する。それぞれの機能領域ではさまざまなニューロン（神経細胞）活動によって機能が表現されている。このように脳の発達過程で機能が分かれていくことを機能分化という。少なくとも哺乳類の脳や鳥類の脳は特徴的な機能を発現する領域に分かれていて機能分化が進んでいる。最近、ヒトの大脳新皮質において与えられた課題を遂行するときに神経活動のシンクロ（同期）によって同一機能を表現する機能結合領域が調べられた。その結果、大脳新皮質は１００以上のさらに細かい領域に動的に分割されていることが分かってきた。これを機能分割という。ここではこの機能分割も含めて機能分化と呼ぶことにする。

自己組織化現象は非線形・非平衡統計物理の分野で理論化され、近年は数学的な定式化が進んだ。現象論的には、自己組織化とは微視的スケールの原子や分子の相互作用によって巨視的スケールで秩序状態が現れることをいう。秩序状態は様々な時間空間パタンとして自然界の様々な相で観測されている。流体現象に現れる熱対流やベローソフ・ジャボチンスキー反応における化学物質の濃度の振動現象などが典型例としてよく知られている。しかし、この枠組みでは機能分化の問題をうまくとらえることができなかった。そこで、我々は脳が処理する問題に応じて脳全体に特異な拘束がかかることで、拘束を満たすように機能要素になるニューロン群が生成されるという作業仮説を立て、機能分化を変分問題として定式化する研究に着手した。まだ研究は初歩的な段階であるが、本講演ではこの試みについて触れ、さまざまなレベルの機能分化を典型的に表現する数理モデルを提案する。

三波 篤郎 (北見工業大学工学部)　10:40 – 11:30

題目：力学系の記号表現について

概要：双曲型構造を持つ写像、１次元力学系、ローレンツ系などいくつかの力学系は、その軌道構造が記号力学系によって表現できることが知られている。このような表現が可能であれば、その構造はほぼ完全に理解できたことになる。非線型写像の中で最も基本的な写像であるエノン写像についても、記号力学系による表現の可能性について多くの研究がなされてきたが、このような非常に単純な写像についてすら、一般的には未だ解明されていない部分が多い。この講演では、エノン写像を中心として、非線型力学系の構造表現の難しさと、これまでに知られているいくつかの結果について紹介する。

梶木屋 龍治 (佐賀大学理工学部)　13:30 – 14:20

題目：半線形楕円型方程式の群不変解の存在

概要：次の楕円型方程式の対称解及び非対称解について考える。

$$-\Delta u = f(x)u^p, \quad u > 0 \ (x \in \Omega), \quad u = 0 \ (x \in \partial\Omega).$$

Ω は $\mathbb{R}^N$ の有界領域、$f \in L^\infty(\Omega)$。$O(N)$ を直交群とし、G をその閉部分群とする。$^\forall g \in G$、$g(\Omega) = \Omega$ が成り立つとき、Ω を G 不変領域と呼ぶ。$^\forall g \in G, x \in \Omega$、$f(gx) = f(x)$ が成り立つとき、$f(x)$ を G 不変関数と呼ぶ。同様にして G 不変解を定義する。レイリー商 $R(u)$ とその定義域 $D(R)$、ネハリ多様体 $\mathcal{N}$、G 不変な関数空間を以下に定義する。

$$\begin{aligned}
R(u) &:= \left(\int_\Omega |\nabla u|^2 dx\right)\left(\int_\Omega f(x)|u|^{p+1} dx\right)^{-2/(p+1)} \\
D(R) &:= \left\{u \in H_0^1(\Omega) : \int_\Omega f(x)|u|^{p+1} dx > 0\right\} \\
\mathcal{N} &:= \left\{u \in H_0^1(\Omega) \setminus \{0\} : \int_\Omega \left(|\nabla u|^2 - f(x)|u|^{p+1}\right) dx = 0\right\} \\
H_0^1(\Omega, G) &:= \left\{u \in H_0^1(\Omega) : u \text{ は } G \text{ 不変関数}\right\} \\
D(R, G) &:= D(R) \cap H_0^1(\Omega, G), \qquad \mathcal{N}(G) := \mathcal{N} \cap H_0^1(\Omega, G)
\end{aligned}$$

さらに大域的最小エネルギー R_0、G 不変最小エネルギー R_G を

$$\begin{aligned}
R_0 &:= \inf\left\{R(u) : u \in D(R)\right\} = \inf\left\{R(u) : u \in \mathcal{N}\right\} \\
R_G &:= \inf\left\{R(u) : u \in D(R, G)\right\} = \inf\left\{R(u) : u \in \mathcal{N}(G)\right\}
\end{aligned}$$

と定義する。$u \in \mathcal{N}$ かつ $R(u) = R_0$ のとき、u を大域的最小エネルギー解と呼び、正値になる。$u \in \mathcal{N}(G)$ かつ $R(u) = R_G$ のときに u を G 不変最小エネルギー解と呼ぶ。$H \subset G$ とする。ある仮定のもと、H 不変最小エネルギー解は G 不変でないこと、従って「G 不変正値解」と「H 不変であり G 不変でない正値解」の両方が存在することを示す。

山崎 昌男 (早稲田大学理工学術院)　14:30 – 15:20

題目：2D Navier-Stokes equations on the plane with time dependent external forces

概要：外力付きの 2 次元ナヴィエ・ストークス方程式を全平面で考える。外力を $\nabla \cdot F$ の形で与え、更に行列 F に空間変数に関する対称性を仮定する。F が空間変数について重み付き弱 L^p 空間に属するときに、ある対称性をもつ弱解の存在を示す。更に、適当な仮定の下で、解の一意性についても議論する。

小澤 徹 (早稲田大学理工学術院)　16:00 – 16:50

題目：微分型相互作用をもつ非線型シュレディンガー方程式の自己相似解

概要：微分型相互作用をもつ非線型シュレディンガー方程式の自己相似解の構成法を

説明する。

菱田 俊明 (名古屋大学大学院多元数理科学研究科)　17:00 – 17:50

題目 : Decay estimates of gradient of a generalized Oseen evolution operator arising from time-dependent rigid motions in exterior domains

概要 : 運動する 3 次元剛体の障害物の周りでの非圧縮粘性流の解析は通常、座標変換により一定外部領域での問題に帰して行う。剛体の運動が時間により変動する場合に、non-autonomous な線型化方程式の外部初期値境界値問題の生成する発展作用素の $L^q - L^r$ 減衰評価を考察する。発展作用素の生成は Hansel-Rhandi によって、0 階の減衰評価は講演者によって、それぞれ証明された。本講演では空間 1 階微分の $L^q - L^r$ 減衰評価を最適な形で示す。剛体の運動の時間依存性は、有界性と Hölder 連続性で十分である。主定理は autonomous な場合、すなわち障害物静止の Stokes 半群 (Iwashita、Maremonti-Solonnikov)、一様な速度で並進するときの Oseen 半群 (Kobayashi-Shibata)、一定角速度で回転するときの半群 (Hishida-Shibata) の評価をすべて包括している。

角 大輝 (京都大学総合人間学部)　10 日 (火)　9:30 – 10:20

題目 : 有理写像の複素解析的族に関係する generic なランダム複素力学系の性質と分類

概要 : 一次元ランダム複素力学系を考える。generic なランダム複素多項式力学系では、ランダム性（またはノイズ）の影響によって、決定論的な複素力学系と比べてはるかに秩序性が強まり、高々可算個の初期点をのぞいて、ほとんどすべての写像列についてリアプノフ指数が負となることなどを示す。また、そのようなシステムの分類を行う。このようにして、ランダム性がもたらす、ランダム力学系特有の現象の考察とそのメカニズムを探る。下記のプレプリントを参照のこと。
H. Sumi, Negativity of Lyapunov Exponents and Convergence of Generic Random Polynomial Dynamical Systems and Random Relaxed Newton's Methods,
https://arxiv.org/abs/1608.05230

梶野 直孝 (神戸大学大学院理学研究科)　10:30 – 11:20

題目 : フラクタル上のラプラシアンに対する解析学

概要 : フラクタル上のラプラシアンに対する解析学は、フラクタルにおける熱や波動といった基本的な物理現象を厳密に記述し解析することを目標とする研究分野である。フラクタル上では通常の偏微分の概念が意味をなさないため、自然な「ラプラシアン」をどのようにして定義するべきか（また何を以て「自然」とするべきか）は極めて非自明な問題となる。これに答えるには個々のフラクタルの幾何学的特性に対する慎重な考察が必要になり、過去 4 年間ほどの講演者の研究により幾分の進展は見られたものの、現在でもごく限られた範疇のフラクタルに対してしか満足できる解答は得られていない。

本講演の前半では、1980 年代後半以来よく研究されてきた古典的な場合である Euclid 自己相似的フラクタル上のラプラシアンについて、研究の現状を解説する。続いて本講演の後半では、講演者が 2015 年から取り組んでいる研究で得られた、Klein

群（Riemann 球面上の 1 次分数変換のなす離散群）の作用で不変な円詰込フラクタル（の幾つかの具体例）において「幾何的に自然なラプラシアンが構成でき Weyl 型固有値漸近挙動が成り立つ」という結果を紹介する。ここで固有値漸近挙動の主要部はフラクタルの Hausdorff 次元・測度で与えられ、これを以てラプラシアンは「幾何的に自然」と称している。

木上 淳 (京都大学大学院情報学研究科)　11:30 – 12:20

題目：空間の分割・距離・測度と次元

概要 : 空間の次元としては Hausdorff 次元がよく知られている。Hausdorff 次元は、距離に依存するので、同じ空間でも距離を取り換えればその値は変わる。それでは、距離を疑等角（円を一定の変形率以内の楕円変える）に変形する範囲では、Hausforff 次元はどのくらい変化するであろうか。簡単に分かることであるが、次元がいくらでも大きい距離を作ることは可能であるので、疑等角変形したときの次元の下限（= conformal dimension と呼ばれる。）が問題となる。本講演では、この conformal dimension の解析的な特徴づけを目標に、空間の距離・測度といった概念を分割とその上の重みを用いて考察する。

谷内 靖 (信州大学理学部)　14:00 – 14:50

題目：ある対数型不等式と Navier-Stokes 方程式の解の接続定理について

概要 : ある対数型不等式（Brezis-Gallouet-Wainger 型不等式）について考察する。また、その不等式の Navier-Stokes 方程式への応用も考察する。具体的には、適当な条件の下で、Brezis-Gallouet-Wainger 型不等式を満たす最大のノルム空間を求める。さらに、ここで求めたノルム空間を用いて、Navier-Stokes 方程式の解の Beale-Kato-Majda 型の爆発判定条件を改良する。また、Brezis-Gallouet-Wainger 型不等式と Trudinger 型不等式の関係についても考察する。

加藤 淳 (名古屋大学大学院多元数理科学研究科)　15:00 – 15:50

題目：波動・シュレディンガー方程式系の初期値問題の解の漸近挙動について

概要 : 波動方程式と Schrödinger 方程式の連立系の初期値問題の時間大域解の漸近挙動について考察する。典型例である空間 3 次元の Zakharov 方程式に関しては、小さな初期値に対し、漸近自由であることが Hani-Pusateri-Shatah(2013)、Guo-Lee-Nakanishi-Wang(2014) により示されている。この講演では、相互作用が湯川型など、漸近自由とは限らない場合に、解の漸近形がどのように定まるかを中心にお話しする。

荒井 迅 (中部大学創発学術院)　16:30 – 17:20

題目：On period doubling bifurcations

概要 : 力学系の「カオス的」な挙動が生じる過程を理解するうえで、周期倍分岐が特別な役割を果たしていることはよく知られている。本講演では、周期倍分岐がなぜこれほど特別な位置を占めているのか、記号力学系の代数的な不変量や、力学系の複素化などの幾何的な解析とからめて、考えなおしてみる。

柴山 允瑠 (京都大学大学院情報学研究科)　17:30 – 18:20

題目：変分法によるポテンシャル系の孤立不変集合のコホモロジーの評価

概要：Conley や Easton は位相幾何学的な手法の導入により、力学系の孤立不変集合の存在や位相的な性質を研究し、その理論は近年まで大きく発展してきた。本講演では、変分法により孤立近傍の境界から境界に達する軌道の存在を証明し、それによりその内部に含まれる孤立不変集合のコホモロジーの評価を与える。

小坂 篤志 (佛教大学教育学部)　11 日 (水)　9:30 – 10:20

題目：滑らかではない境界を持つ領域上の半線形楕円型方程式と解の対称性

概要：斉次 Neumann 型境界条件の正値解の定性的な形状が境界の幾何学的性質の影響を受けることは良く知られていることであるが、本講演においては特に「解の凝集現象」と呼ばれる現象と関連した解の定性的性質に関する発表を行う。特に、境界が滑らかではない場合における解の凝集現象の定性的な性質、および領域に対称性がある場合の解の対称性に関する結果に焦点を当てる。

坂本 祥太 (東北大学大学院理学研究科数学専攻)　10:30 – 11:20

題目：微生物の突然変異を記述する運動論的モデルの一意大域解と初期確率測度の台の非負性保存

概要：微生物株中における突然変異体の増大を表す確率測度を解とする微分積分方程式について考える。この方程式は Kashdan-Pareschi(2012) や Toscani(2013) で提唱されたもので、Luria-Delbrück(1943) の離散モデルを運動論的に定式化しなおしたものである。確率測度のフーリエ変換とみなせる特性関数の微分方程式に関して古典解が得られることは、切断仮定下のボルツマン方程式に対する classical な議論を用いて導出できる。ただしそのような解に対応する確率測度があるかどうかは直ぐにはわからない。本発表ではまずモデルの意味するところから解説を始め、変換した微分方程式に対して $\alpha \in [0,2]$ 次モーメント有限な確率測度に対応する特性関数の空間で解を構成し、又その解に対応する確率測度の台が初期条件のそれと比べて負の方向に伸びないことを示す。解の構成は、空間一様ボルツマン方程式に対する縮小写像の原理を応用して示す。台の性質については、特性関数の解析的延長による特徴づけを用いる。

谷口 晃一 (名古屋大学大学院多元数理科学研究科)　11:30 – 12:20

題目：Fractional Leibniz rule for the Dirichlet Laplacian in an exterior domain

概要：分数階微分に対するライプニッツ則は冪乗型非線形項の分数階微分を扱う上で基本的な役割を果たしている。本講演では、外部領域におけるディリクレラプラシアンに対するライプニッツ則に相当する双線形評価式を考える。さらに、双線形評価式とディリクレラプラシアンによって生成される熱半群の勾配微分評価式との関連についても述べる。本講演は V. Georgiev 氏 (ピサ大学) との共同研究に基づく。

亀山 敦 (岐阜大学工学部)　12:20 – 12:30

閉会の辞