

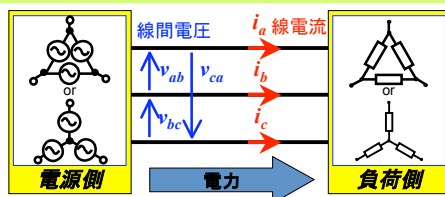
電気回路学III

第3回：平衡三相回路における電力

第3回：平衡三相回路における電力

- 電力の基本
 - ◆ 直流電力と交流電力，実効値の意義
 - ◆ 「力率」の物理的意義
- 平衡三相回路の電力
 - ◆ Y結線における電力
 - ◆ Δ結線における電力
 - ◆ 瞬時電力は一定！！
 - ◆ ブロンデルの定理（二電力計法）による三相電力の測定

三相回路の電力

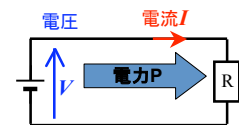


電源から負荷に供給される電力は？？？

直流電力は電流と電圧の積

電源電圧を V ，回路電流を I とすると，電源から負荷に供給される平均電力 P は

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T VI dt \\ &= VI \\ &= (IR)I = I^2 R \\ &= V \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R} \end{aligned}$$



単相交流回路の瞬時電力

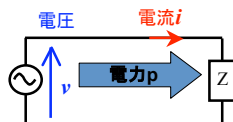
電源電圧 v ，回路電流 i を

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2}E \sin \omega t \\ i &= \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta) \end{aligned}$$

とすると，電源から負荷に供給される瞬時電力 p は

$$\begin{aligned} p &= vi \\ &= \sqrt{2}E \sin \omega t \cdot \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta) \\ &= 2EI \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \theta) \\ &= EI \{-\cos(2\omega t + \theta) + \cos \theta\} \end{aligned}$$

瞬時電力は電源の2倍周期で振動



単相交流回路の平均電力

瞬時電力 p は

$$\begin{aligned} p &= vi \\ &= EI \{-\cos(2\omega t + \theta) + \cos \theta\} \end{aligned}$$

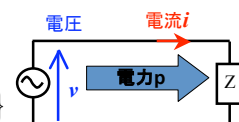
電源から負荷に供給される平均電力 P (有効電力)は

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt = EI \cos \theta$$

力率

電源電圧 v ，回路電流 i
 $v = \sqrt{2}E \sin \omega t$
 $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta)$

※ θ : 力率角
 → 電流と電圧の位相差

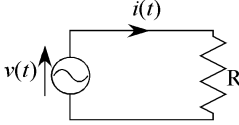


7/21

実効値の意義

交流電圧源 $v(t)$ が抵抗 R に対して行う仕事（電力） $p(t)$ および電源の 1 周期間 T における R での平均消費電力 P を考える。

$$p(t) = v(t)i(t)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$


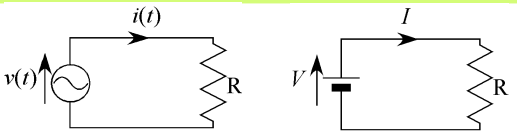
抵抗のみの回路であるので、電流 $i(t)$ は

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} \quad \rightarrow \quad p(t) = \frac{v(t)^2}{R} = i(t)^2 R$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v(t)^2}{R} dt = \frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 R dt$$

8/21

実効値の意義



$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v(t)^2}{R} dt = \frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 R dt \quad \longleftrightarrow \quad P_{DC} = \frac{V^2}{R} = I^2 R$$

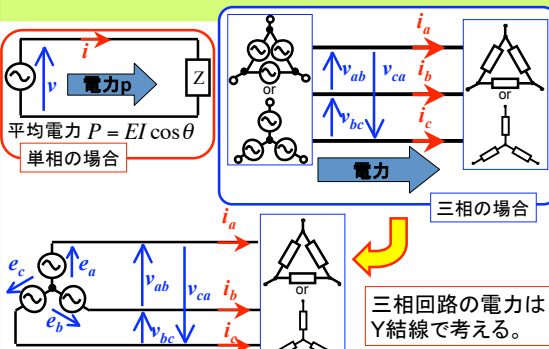
等しい

$$V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}, \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt}$$

直流量に「実効値」は存在しない

9/21

三相回路の電力



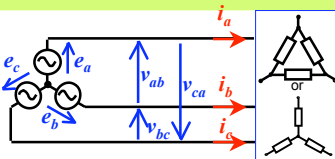
平均電力 $P = EI \cos \theta$
単相の場合

三相の場合

三相回路の電力は Y 結線で考える。

10/21

三相回路の電力 ～Y結線～



三相回路の電力は Y 結線で考える。

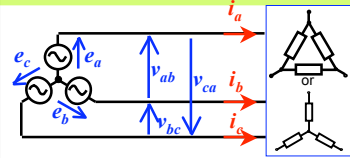
三相正弦波電圧、電流を次式とする。（対称電源、平衡負荷）

$$\begin{aligned} e_a &= \sqrt{2}E \sin \omega t & i_a &= \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta) \\ e_b &= \sqrt{2}E \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) & i_b &= \sqrt{2}I \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \theta\right) \\ e_c &= \sqrt{2}E \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) & i_c &= \sqrt{2}I \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi + \theta\right) \end{aligned}$$

※ θ : 力率角
一線電流と Y 結線の相電圧との位相差

11/21

三相回路の電力 ～Y結線～



三相回路の電力は Y 結線で考える。

瞬時電力 p は

$$p = e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c = 3EI \cos \theta$$

平均電力 P は

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = 3EI \cos \theta$$

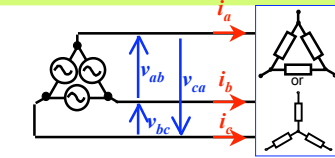
力率

対称電源、平衡負荷ならば瞬時電力 p は一定

※ θ : 力率角
→ 線電流と Y 結線の相電圧との位相差

12/21

三相回路の電力 ～Δ結線～



三相回路の電力を Δ 結線で考える。

三相正弦波電圧、電流を次式とする。（対称電源、平衡負荷）

$$\begin{aligned} v_{ab} &= \sqrt{2}E' \sin \omega t & i_a &= \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta') \\ v_{bc} &= \sqrt{2}E' \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) & i_b &= \sqrt{2}I \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \theta'\right) \\ v_{ca} &= \sqrt{2}E' \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) & i_c &= \sqrt{2}I \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi + \theta'\right) \end{aligned}$$

※ θ' : 力率角ではないことに注意

13/21

三相回路の電力 ～Δ結線～

Δ結線の三相正弦波電圧をY結線に変換する。

$$\begin{aligned} v_{ab} &= \sqrt{2}E' \sin \omega t \\ v_{bc} &= \sqrt{2}E' \sin \left(\omega t - \frac{2}{3}\pi \right) \\ v_{ca} &= \sqrt{2}E' \sin \left(\omega t - \frac{4}{3}\pi \right) \end{aligned}$$

振幅は $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 倍
位相差は $\frac{\pi}{6}$

$$\begin{aligned} e_a &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}E' \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \\ e_b &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}E' \sin \left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{6} \right) \\ e_c &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}E' \sin \left(\omega t - \frac{4}{3}\pi + \frac{\pi}{6} \right) \end{aligned}$$

14/21

三相回路の電力 ～Δ結線～

瞬時電力 p は

$$p = e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c$$

$$= \sqrt{3}E' I \cos \left(\theta' - \frac{\pi}{6} \right)$$

平均電力 P は

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \sqrt{3}E' I \cos \left(\theta' - \frac{\pi}{6} \right)$$

力率

対称電源、平衡負荷ならば瞬時電力 p は一定

※ $\theta' - \pi/6$: 力率角

15/21

単相電力と三相電力の比較

平均電力 $P = EI \cos \theta$

単相の場合

$E = E_{line}$ とすると、導線1本当たりの送電電力は

単相: $\frac{EI}{2} \cos \theta$

三相: $\frac{\sqrt{3}}{3} EI \cos \theta$

平均電力 $P = 3E_{phase} I \cos \theta$: 相電圧

$= \sqrt{3}E_{line} I \cos \theta$ 線間電圧

三相の場合

三相回路は単相回路の1.15倍

16/21

三相回路の電力(測定法) ～ブロンデルの定理～

線間電圧 v_{ab}, v_{bc}, v_{ca}

線電流 i_a, i_b, i_c

三相電力計

電源側

負荷側

電力の測定: 電力計を用いる→単相用, 三相用

単相用電力計しかない場合は??

17/21

三相回路の電力(測定法) ～ブロンデルの定理～

電源側

負荷側

単相用1

単相用2

18/21

三相回路の電力(測定法) ～ブロンデルの定理～

単相用1

単相用2

$$\begin{aligned} v_{ab} &= \sqrt{2}E' \sin \omega t & i_a &= \sqrt{2}I \sin(\omega t + \theta') \\ v_{bc} &= \sqrt{2}E' \sin \left(\omega t - \frac{2}{3}\pi \right) & i_b &= \sqrt{2}I \sin \left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \theta' \right) \\ v_{ca} &= \sqrt{2}E' \sin \left(\omega t - \frac{4}{3}\pi \right) & i_c &= \sqrt{2}I \sin \left(\omega t - \frac{4}{3}\pi + \theta' \right) \end{aligned}$$

三相回路の電力(測定法) ～ブロンデルの定理～

19/21

指示値 P_1

$$P_1 = \frac{1}{T} \int_0^T -v_{ca} i_a dt = E' I \left(\frac{1}{2} \cos \theta' - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta' \right)$$

指示値 P_2

$$P_2 = \frac{1}{T} \int_0^T v_{bc} i_b dt = E' I \cos \theta'$$

$$P_1 + P_2 = \sqrt{3} E' I \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta' - \frac{1}{2} \sin \theta' \right) = \sqrt{3} E' I \cos \left(\theta' + \frac{\pi}{6} \right) = P$$

三相回路の解析 ～問題～

20/21

(1) 対称電源, 平衡負荷を持つ三相回路の瞬時電力は常に一定であることを示せ。

(2) 振幅の異なる非対称電源, 平衡負荷の三相回路の瞬時電力および平均電力を求めよ。ただし, 線間電圧は次式とする。

$$v_{ab} = \sqrt{2} V_{ab} \sin \omega t, v_{bc} = \sqrt{2} V_{bc} \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right), v_{ca} = \sqrt{2} V_{ca} \sin \left(\omega t - \frac{4}{3} \pi \right)$$

(3) 対称電源, 不平衡負荷の三相回路の瞬時電力および平均電力を求めよ。ただし, 線電流は次式とする。

$$i_a = \sqrt{2} I_a \sin \omega t, i_b = \sqrt{2} I_b \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right), i_c = \sqrt{2} I_c \sin \left(\omega t - \frac{4}{3} \pi \right)$$

三相回路の解析 ～問題～

21/21

下図の回路で,

(1) 実効値200[V], 周波数60[Hz], Δ結線の対称三相電源に, Y結線の平衡三相RL負荷 ($R = 10 [\Omega]$, $L = 10 [\text{mH}]$) を接続した。このとき, 負荷における電力を求めよ。ただし, 電源の内部インピーダンスおよび線路におけるインピーダンスは無視する。

(2) (1) と同じ電源を用い, 電源のみをY結線にした。負荷における電力を求めよ。

(3) (1) と同じRLを用い, 負荷のみをΔ結線にした。負荷における電力を求めよ。