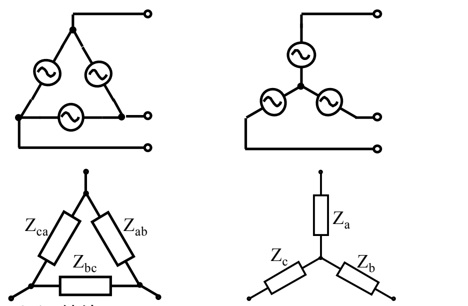
電気回路学III

第２回：平衡三相回路

第２回：平衡三相回路

- 対称と平衡
  - 電源（電圧や電流）："対称"，"非対称"
  - 負荷："平衡"，"不平衡"
- 三相回路の解法
  - Y結線⇔Δ結線の変換

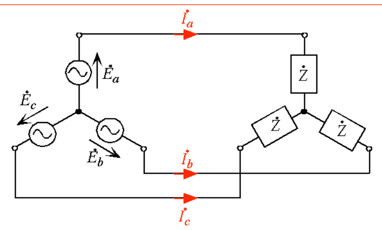
負荷の結線 ～Δ結線とY結線～



（1）Δ結線　　（2）Y結線

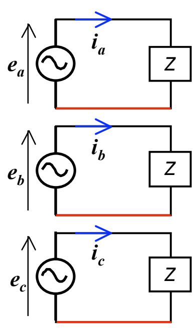
三相回路の解析 ～Y-Y回路～

対称Y形起電力と平衡Y形負荷
対称Y形起電力:Y結線された起電力で，位相のみ120°ずつ異なる
平衡Y形負荷: Y結線されたインピーダンスが等しい負荷



→ 一相分だけ考えればよい。
（残りの2相は位相のみの考慮でよい）

三相回路の解析 ～Y-Y回路～



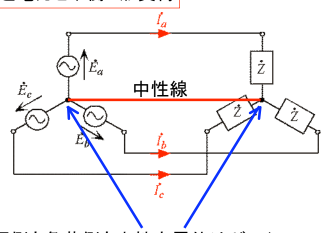
$$e_a = \sqrt{2}E\sin\omega t$$
$$e_b = \sqrt{2}E\sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$
$$e_c = \sqrt{2}E\sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)$$

$$i_a = \sqrt{2}\frac{E}{Z}\sin(\omega t + \phi)$$
$$i_b = \sqrt{2}\frac{E}{Z}\sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi + \phi\right)$$
$$i_c = \sqrt{2}\frac{E}{Z}\sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi + \phi\right)$$

$i_a + i_b + i_c = ???$

三相回路の解析
～ Y-Y回路を簡単に解くには～

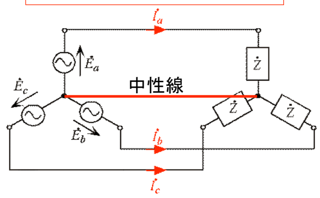
対称Y形起電力と平衡Y形負荷

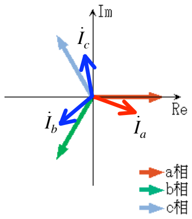


電源側も負荷側も中性点電位はゼロ（$E_a+E_b+E_c=0$）
中性点におけるキルヒホッフの電流則（$I_a+I_b+I_c=0$）により
中性線の電流はゼロ

三相回路の解析

対称Y形起電力と平衡Y形負荷

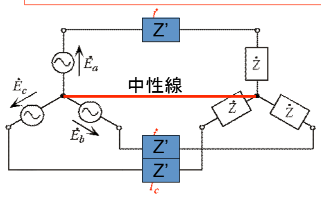


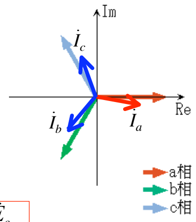


$$\dot{I}_a = \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}}, \dot{I}_b = \frac{\dot{E}_b}{\dot{Z}}, \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_c}{\dot{Z}}$$

三相回路の解析

対称Y形起電力と平衡Y形負荷（線路インピーダンス考慮）

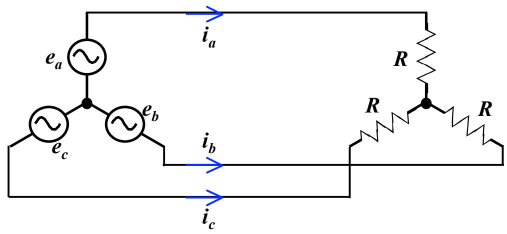




$$\dot{I}_a = \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}+\dot{Z}'}, \dot{I}_b = \frac{\dot{E}_b}{\dot{Z}+\dot{Z}'}, \dot{I}_c = \frac{\dot{E}_c}{\dot{Z}+\dot{Z}'}$$

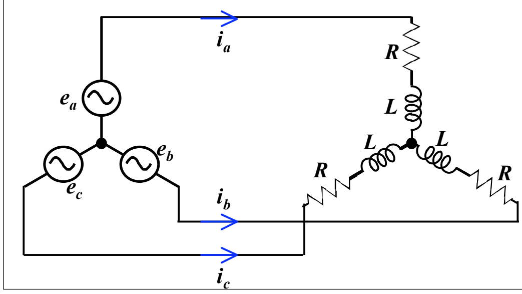
三相回路の解析 ～演習問題～

下図の回路の相電流i_a, i_b , i_cを求めよ。



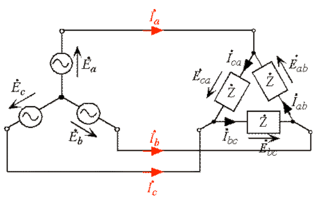
三相回路の解析 ～演習問題～

下図の回路の相電流i_a, i_b , i_cを求めよ。



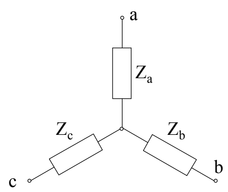
三相回路の解析

対称Y形起電力と平衡Δ形負荷

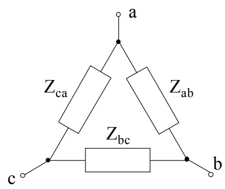


解法
その1）回路方程式をたてる。（位相に注意！）
その2）負荷をΔ−Y変換し，Y-Y回路に持ち込む
→Δ−Y回路の場合も同様

Y結線とΔ結線の変換 ～負荷の場合～



（1）Y結線

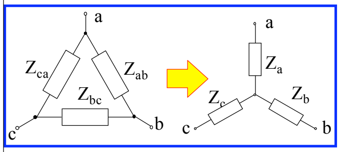


（2）Δ結線

（1）と（2）が等価となるには？？？

Y結線とΔ結線の等価変換

負荷のΔ－Y変換



ab端子間の
インピーダンスは

$$\dot{Z}_{ab-Y}=\dot{Z}_a+\dot{Z}_b$$

$$\dot{Z}_{ab-\Delta}=\frac{\dot{Z}_{ab}\left(\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}\right)}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}}$$

$$\dot{Z}_{ab-Y}=\dot{Z}_{ab-\Delta}$$

他の相も同様に

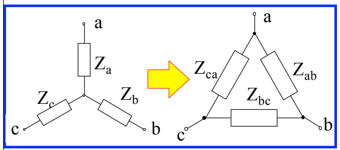
$$\dot{Z}_b+\dot{Z}_c=\frac{\dot{Z}_{bc}\left(\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{ca}\right)}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}},\dot{Z}_a+\dot{Z}_c=\frac{\dot{Z}_{ca}\left(\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}\right)}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}}$$

変形して

$$\boxed{\dot{Z}_a=\frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}},\dot{Z}_b=\frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}},\dot{Z}_c=\frac{\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}}}$$

Y結線とΔ結線の等価変換

負荷のY－Δ変換



bc端子短絡時のab端子の
アドミタンスは

$$\dot{Y}_{ab-\Delta}=\dot{Y}_{ab}+\dot{Y}_{ca}$$

$$\dot{Y}_{ab-Y}=\frac{\dot{Y}_a\left(\dot{Y}_b+\dot{Y}_c\right)}{\dot{Y}_a+\dot{Y}_b+\dot{Y}_c}$$

$$\dot{Y}_{ab-\Delta}=\dot{Y}_{ab-Y}$$

他の相も同様に

$$\dot{Y}_{ab}+\dot{Y}_{bc}=\frac{\dot{Y}_b\left(\dot{Y}_a+\dot{Y}_c\right)}{\dot{Y}_a+\dot{Y}_b+\dot{Y}_c},\dot{Y}_{bc}+\dot{Y}_{ca}=\frac{\dot{Y}_c\left(\dot{Y}_a+\dot{Y}_b\right)}{\dot{Y}_a+\dot{Y}_b+\dot{Y}_c}$$

変形して

$$\boxed{\dot{Y}_{ab}=\frac{\dot{Y}_a\dot{Y}_b}{\dot{Y}_a+\dot{Y}_b+\dot{Y}_c},\dot{Y}_{bc}=\frac{\dot{Y}_b\dot{Y}_c}{\dot{Y}_a+\dot{Y}_b+\dot{Y}_c},\dot{Y}_{ca}=\frac{\dot{Y}_c\dot{Y}_a}{\dot{Y}_a+\dot{Y}_b+\dot{Y}_c}}$$

問題を解くポイント（その1）
～対称電源,平衡負荷の場合～

1．基本的な変換

（1）電源のΔ→Y変換

大きさは$\frac{1}{\sqrt{3}}$倍，位相は $\frac{\pi}{6}$ 遅れ

（2）電源のY→Δ変換

大きさは$\sqrt{3}$倍，位相は $\frac{\pi}{6}$ 進み

（3）Δ結線された電源の相電流→線電流

大きさは$\sqrt{3}$倍，位相は $\frac{\pi}{6}$ 遅れ

問題を解くポイント（その2）
～対称電源,平衡負荷の場合～

1．基本的な変換

（4）負荷のΔ→Y変換

$$\boxed{\dot{Z}_a=\frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}},\dot{Z}_b=\frac{\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}},\dot{Z}_c=\frac{\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca}}{\dot{Z}_{ab}+\dot{Z}_{bc}+\dot{Z}_{ca}}}$$

（5）負荷のY→Δ変換

$$\boxed{\dot{Y}_{ab}=\frac{\dot{Y}_a\dot{Y}_b}{\dot{Y}_a+\dot{Y}_b+\dot{Y}_c},\dot{Y}_{bc}=\frac{\dot{Y}_b\dot{Y}_c}{\dot{Y}_a+\dot{Y}_b+\dot{Y}_c},\dot{Y}_{ca}=\frac{\dot{Y}_c\dot{Y}_a}{\dot{Y}_a+\dot{Y}_b+\dot{Y}_c}}$$

問題を解くポイント（その3）
～対称電源,平衡負荷の場合～

2．電流，電圧を求める

（1）Y―Y回路に持ち込む

①　電源がΔ結線，負荷がY結線
　→　電源のΔ→Y変換
②　電源がY結線，負荷がΔ結線
　→　負荷のΔ→Y結線
※　Δ結線の相電流は電流のY→Δ変換

（2）Δ―Δ回路に持ち込む

（1）の逆を行う。

（3）回路方程式をたてる

どうしても分からない場合はこの方法でも可

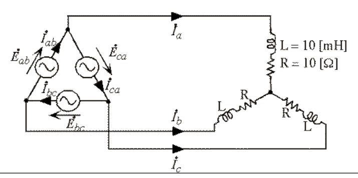
三相回路の解析
～問題～

下図の回路で,

(1) 実効値200[V]，周波数60[Hz]，Δ結線の対称三相電源に,Y結線の平衡三相RL負荷（R = 10 [Ω] ,L = 10 [mH]）を接続した。このとき,電流 $I_a,I_b,I_c,I_{ab},I_{bc},I_{ca}$ を求めよ。ただし,電源の内部インピーダンスおよび線路におけるインピーダンスは無視する。

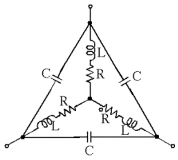
(2) (1)と同じ電源を用い,電源のみをY結線にした。電流 I_a,I_b,I_cを求めよ。

(3) (1)と同じ負荷を用い,負荷のみをΔ結線にした。電流 I_a,I_b,I_cを求めよ。



三相回路の解析
～問題～

・下図の回路の各相の等価インピーダンスを求めよ。ただし,電源角周波数はωとする。



・対称Y形起電力の相電圧が200V,平衡Y形負荷の抵抗が6Ω,誘導リアクタンスが8Ωのとき,相電流を求めよ。