教育実習生による高校数学の教材研究について

○奈良教育大学　花木 良

＜キーワード＞教材研究，教育実習生，数学的な見方・考え方

１．はじめに

筆者は中等科教育法を担当し，そこで数学的な見方・考え方を伝えている．具体的には，片桐（2004），ポリア（1975），塚原成夫（2004）を参考に，帰納，類推，演繹，一般化，特殊化を具体的な事例を通し伝達し，そのような見方をする場面をレポート課題としている．本論文では，ある教育実習生による教材研究や授業とそれらに臨む姿勢を分析した結果，これらの指導が実際の授業に生かされるには生徒への提示法を紹介する必要があることが明らかになった．研究の方法は，著者が教育実習生の授業を考察し，教育実習後，授業者へのインタビュー調査を行い，教材研究をどこまで行い，授業に生かしたかを分析する．

２．教育実習生の授業と教材研究

3 年次には小学校で教育実習を行っている 4 年生が母校の私立高校で教育実習を行った．塾での経験も豊富なので，堂々とした授業であった．

２．１　授業

中高一貫コースの高校 1 年生に対する「数学 II」の「図形と方程式」の単元である．

はじめに，次の問題を板書で生徒とともに解いた．

問題 1

△ABC があり辺 BC の中点を M とすると，$AB^2+AC^2=2(AM^2+BM^2)$が成り立つことを証明せよ．

教科書の解答通りに M を原点，辺 BC を x 軸上におき（$A(a, b)$，$B(-c, 0)$，$C(c, 0)$），左辺と右辺の式変形をしながら解説を行った．このとき，座標平面上への多様な置き方を生徒にはさせていない．

次に，生徒を指名しながら以下の問題を解いた．したがって，生徒が考える時間を与えていない．板書は問題 1 の解答を書き換えるわけではなく全部を書き直した．

問題 2

△ABC があり辺 BC を 1 : 2 に内分する中点を D とすると，$2AB^2+AC^2=3(AD^2+2BD^2)$が成り立つことを証明せよ．

このとき，問題に対する図形もなく，1 : 2 の 1 や 2 という数が等式のどの部分に影響を与えているかを振り返ることもなかった．そして，次の学習内容へ進んだ．

２．２　教材研究

学習指導案では，本時の目標に「座標平面上で図形を表して等式の証明をしようとする」とある．インタビューの結果，座標の置き方に関しては授業者自身がいろいろな方法を試していなかったことが明らかになった．

問題 1 と問題 2 は関係が深く，辺 BC を $m : n$ に内分する点 D に対する等式に一般化が可能である．このとき，$nAB^2+mBC^2=(m+n)(AD^2+\frac{n}{m}BD^2)$が成り立つ．授業者は，指導書を読みこの事実を知っていて，実際に証明を自分で書いていた．しかし，その解答と問題 2 の解答の比較や授業での提示方法の考案までは達していなかった．また，授業で取

り上げなかった理由は時間がかかるからである．問題2を解く時間を生徒に与えなかった理由も同様であった．一般に成り立つ等式があることをおもしろいと思わないかを問うと，授業者はおもしろいと思っていた．しかし，一部の数学ができる生徒にしか受けず，苦痛に感じる生徒もいると思ってもいた．また，数学のできる生徒はおり，授業中に暇になっていると感じてもいた．

３　授業での扱い方の提案

著者は授業者に次の提案を行い，授業時間を失うことなく多くの生徒に理解を促すことが可能であることを伝えた．

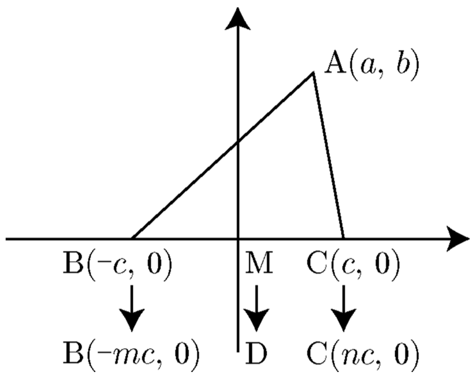
式を置き換える形で問題 2 を解けばよい．問題1で，M を原点，辺 BC を x 軸上におき，それぞれの項を計算すると，

$\mathrm{AB}^2=(-c-a)^2+(0-b)^2=a^2+b^2+2ac+c^2$

$\mathrm{AC}^2=(c-a)^2+(0-b)^2=a^2+b^2-2ac+c^2$

$\mathrm{AM}^2=a^2+b^2$

$\mathrm{BM}^2=(-c)^2=c^2$



問題 1 では，$2ac$ の部分が相殺し，AB^2 と AC^2 の和を AM^2 と BM^2 で表すことができる．

このような式を残すと，問題 2 の左辺では，ac の係数が AB^2 では 2（2×1）であり，AC^2 では 4（2×2）であり，AB^2 を 2 倍することで，ac の部分を相殺していることがわかる．それらの和は$(1+2)(a^2+b^2)+1\cdot2(1+2)c^2$ である．右辺は $\mathrm{AM}^2=\mathrm{AD}^2$，$\mathrm{BM}^2=\mathrm{BD}^2$ であるので，$(1+2)(\mathrm{AD}^2+2\mathrm{BD}^2)$となっている．この見方をすれば，一般の形が

$\mathrm{AB}^2=a^2+b^2+2mac+m^2c^2$

$\mathrm{AC}^2=a^2+b^2-2nac+n^2c^2$

$\mathrm{AD}^2=a^2+b^2$

$\mathrm{BD}^2=(-mc)^2=m^2c^2$

となり，$n\mathrm{AB}^2+m\mathrm{BC}^2=(m+n)(\mathrm{AD}^2+\frac{n}{m}\mathrm{BD}^2)$が成り立つことも明らかとなる．この見方をすると問題のからくりも見えてくる．

４　まとめ

考察対象の学生は，数学的な見方・考え方に関しては理解しているものの，授業時間の制約や生徒の反応の憂慮から授業実践において取り上げることには躊躇いがあった．数学の授業では目の前の問題を解くことが目的ではなく数学的な見方・考え方を育成することに教育的意義である．今回の扱い方の提案に授業者は共感していたが，教育観の変容が起こったかは確信がもてない．このように問題をみる態度は数学の問題が解けるようになるだけではなく人間形成に寄与すると筆者は考える．また，式を残すことやよむことの大切さは，他の授業でも取り扱っていたが，それを生かすことができず，授業での提示法を考え出せないことがわかった．今後，これらの実情を踏まえた指導を考えていきたい．教育観の変容に関しては1年次から促したい．数学の専門科目では数学的な見方・考え方を用いることのよさを実感させていきたい．

引用・参考文献

片桐重男，「新版 数学的な考え方の具体化」（2004），明治図書．

G. ポリア著，柿内賢信訳「いかにして問題を解くか」（1975），丸善．

塚原成夫，「新・高校数学による発見的問題解決法 ストラテジー入門」（2004），現代数学社．

川中宣明ほか，数学II（2013），数研出版．