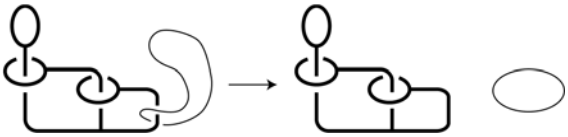
位相的な見方を用いた知恵の輪教材の開発
—新しい数学を用いた空間図形教材—

○奈良教育大学　花木 良

＜キーワード＞位相的な見方，SSH，結び目，空間図形

１．はじめに

本稿で扱う知恵の輪は，針金等（剛性材）に絡んだ輪ゴム（軟質材）を外すものである．このような知恵の輪は位相的な見方を応用したものとして知られている（谷山，2013）．



＜図１　知恵の輪＞

解ける知恵の輪の仕組みを紹介する．剛性材も輪ゴムのように自由に動くことができるとすると，下図のような変形が可能になる．図 2 の右の知恵の輪をみると，簡単に輪ゴムが外れることがわかる．この剛性材の動きを輪ゴムが柔軟に動くことで実現して，輪ゴムが外れるというのが仕組みである．

＜図２　解ける知恵の輪の仕組み＞

形によっては輪ゴムが外れないもの（解けない知恵の輪）もある．これはトポロジー（位相幾何学）の中の結び目理論[1]や空間グラフ理論[2]という分野に属し，盛んに研究が行われている．最近，空間グラフ理論は，狂牛病の原因究明に貢献する可能性があることが指摘されている（Kawauchi-Yoshida，2012）．

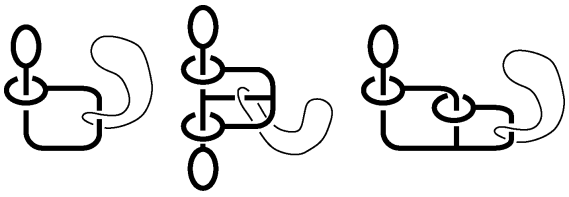
本稿ではこの知恵の輪を用いた児童・生徒に向けた探究的活動を促す教材を紹介する．

２．教材と実践

２．１．教材化

知恵の輪の導入，仕組みの紹介，解法の考察，自らデザインするという教材を紹介する．

図 3 にある知恵の輪を針金やブロックで作った実物とともに与える．アであれば，未就学児から解くことが可能である．



＜図３　難易度が様々な知恵の輪＞

簡単なものを解く中から知恵の輪を解くアイデア・見方や次を解こうという意欲が生まれる．例えば，アを解く中で，円の内側を通すというアイデアが得られ，他でも生かされる．また，解いたものの輪ゴムをもとに戻すほうが難しく，解けるが戻せないことがよくある．基礎的な知恵の輪が図 3 であり，アは一つの円の内側のみを通せば解け，イはアが上下にくっついていると見なせ，容易に解くことができる．ウは輪に近い円を通しただけでは解くことができず，戻すことも難しい．

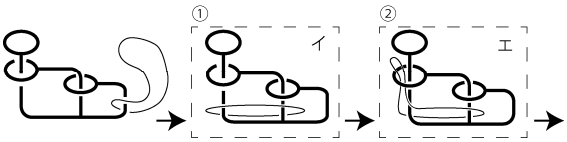
次に，図 2 を通して知恵の輪の仕組みを伝える．円や四角形が同相であることを紹介したりアルファベットを同相で分類したりし，位相的な見方を育成したい．

解法については，輪ゴムが取れるまでの

---

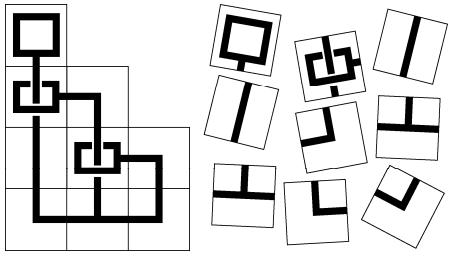
[1]一つの輪を結び目，複数の輪を絡み目と呼ぶ
[2]空間にある離散グラフを空間グラフと呼ぶ

図のカードを並べたり（図 4）実物で解法を見せ合ったりする．過程を明確にすることで，輪ゴムをもとの位置に戻すことも容易になる．



＜図 4　カードを並べ過程を表すの一部＞

仕組みが解れば，オリジナルな知恵の輪をデザインすることも可能になる．中高生以上であれば，白紙のところに描くことも可能であろう．小学生であれば，知恵の輪の部品を並べることで，知恵の輪をデザインさせればよい．知恵の輪の作成にはブロックを用いて組立てることも考えられる．



＜図 5　部品を並べデザインする＞

２．２．実践

N 大学附属中等教育学校で行われた SSH 事業の一環である国際交流事業 ScAN では，シンガポール，韓国，台湾，日本の中学 3 年生以上の 15 名の生徒に対して，1 日 6 時間の 3 日間で講義と演習を行い，ポスターの作成を行わせた．ポスターは 3 つの班に分かれて，針金で知恵の輪を作成しながら，行った．生徒はこの知恵の輪の難しさについて探究した．同じ知恵の輪でも輪ゴムの位置で難易度が変わること，平面的な知恵の輪に比べ立体的なものは難しいこと，リングの個数ではなく位置によって難易度が変化することに焦点を当てていた．言葉の壁もある中で，具体物を通しながら主体的な探究が行われた．

３．おわりに

新しい数学を用いた空間図形教材が学校数学に導入され，子どもが主体的に学びながら，空間に対する見方が今まで以上に育成されることを望む．幅広い協力者のもとで，学校教育での扱い，実践，位置づけを考察していきたい．

位相的な見方の重要性は，現代化の時代に強調され，中学校 3 年生では一筆がきやオイラー多面体公式が取り上げられていた．しかし，価値はあるが十分な教材が用意されなかったためもあり，現代化は失敗と同時に，位相的な見方は学校数学からほとんど消えてしまった．この見方は，日常的であり空間認識を高め，人間が生きていく上で必要であると考える．（日本数学教育学会，2008）では，小学校課程からの充実した空間図形の教材開発の必要性が指摘されている．また，Kawauchi-Yanagimoto では結び目の教材開発及び実践が盛んに行われている（2012）．

小中学生が主に集う岐阜サイエンスワールドで行われた「サイエンスフェア 2015」やけいはんなプラザで行われた「けいはんな科学体験フェスティバル 2015」において演示ブースを出展した．親子で知恵の輪を楽しんでいた．次々に難しいものに挑戦し 2 時間くらい知恵の輪を解き続ける子どももいた．

付記：本研究は平成 27 年度科学研究費補助金（若手研究 B268000390）によって支援されている．

引用・参考文献

日本数学教育学会研究部小学校部会「算数科図形カリキュラムの検討―どの学年でも立体図形を―」（2008），日本数学教育学会．

谷山公規，「知恵の輪のトポロジー」，数学通信第 18 巻第 4 号（2013），pp.19-26.

Kawauchi, A, Yoshida, K, Topology of prion proteins」（2012）, *Journal of Mathematics and System Science* 2, 237-248.

A. Kawauchi, A, T. Yanagimoto (Eds), *Teaching and Learning of Knot Theory in School Mathematics*（2012），Springer.