

クローズアップ

本学教員の研究を
詳しく紹介

紐の絡み方の研究

— 結び目理論 —

数学の研究とは

数学の問題には必ず解答があると思いませんか? 学校数学(中highで学ぶ数学)では答えのあるものしか取り扱わないことが多いですが、現実には難しい数学の問題がたくさんあります。学校数学をちょっと飛び出した所にも、数学の難問は数多くあります。例えば、中学校で三平方(ピタゴラス)の定理「角Aが直角である直角三角形ABCがあったら、 $AB^2 + AC^2 = BC^2$ という関係が成り立つ」を習います。そし

て、代表的なものとして、辺の長さが3、4、5の直角三角形があります。他にもすべての辺の長さが自然数になる直角三角形があり、そのような自然数の組はピタゴラス数といいます。では、

$a^3 + b^3 = c^3$ をみたす自然数の組は存在するでしょうか。

より一般に3が4や5になった場合はどうでしょうか。この問題をフェルマーは考え、このような組は存在しないと証明なしでいいました。そこで、証明しようと多くの数学者が挑み、360年経ってようやく証明することができました。また、素数の

中で、3と5、11と13のように差が2の素数の組を双子の素数といいます。双子の素数は無限に存在しそうな気がします。しかし、現時点では、このような双子の素数が無限組存在するかはわかっていません。このように問題は中学生にわかってても、証明をするのはとても難しいものがあります。

数学の研究では、難問を解くことや新たな問題を考えることがとても大切です。また、それは学校数学を学ぶ上でも大切だと思います。自分が解いた問題から新たな問題を創りだしてみるとよいでしょう。



花木研究室 上の段左から中村祐輔なかむらゆうすけさん(教育学部学校教員養成課程 理数・生活科学コース 4回生)、折本菜絵おりもと な えさん(教育学部総合教育課程 科学情報コース 4回生)、上地澄人うへじすみとさん(教育学部学校教員養成課程 理数・生活科学コース 4回生)、庄司雅規しょうし まのりさん(教育学部学校教員養成課程 理数・生活科学コース 4回生)、花木准教授、井手内彩いでうちあやさん(教育学部総合教育課程 科学情報コース 4回生)



結び目理論とは

私が研究している結び目理論について紹介します。写真1のようにコードが絡んでしまっているものは、結び目と考えることができます。左側に器具がつながれており、右側は延長コードにつながれています。

この状況で、器具を動かさず、コードを抜くことなく、コードをほどくことができるでしょうか？

それを図で表すと、図1のようになり、(黒丸は器具や延長コードにつながれているのでそれを動かしたりそこを飛び越えたりすることなく)ほどけることがわかります。このとき、コードの長さはあまり気にならないので、それを無視して考えます。また、コードは自由に動くので、結び目理論では、つながり方だけを考えることとなります。そして、つながり方が同じものを同じ形とみな

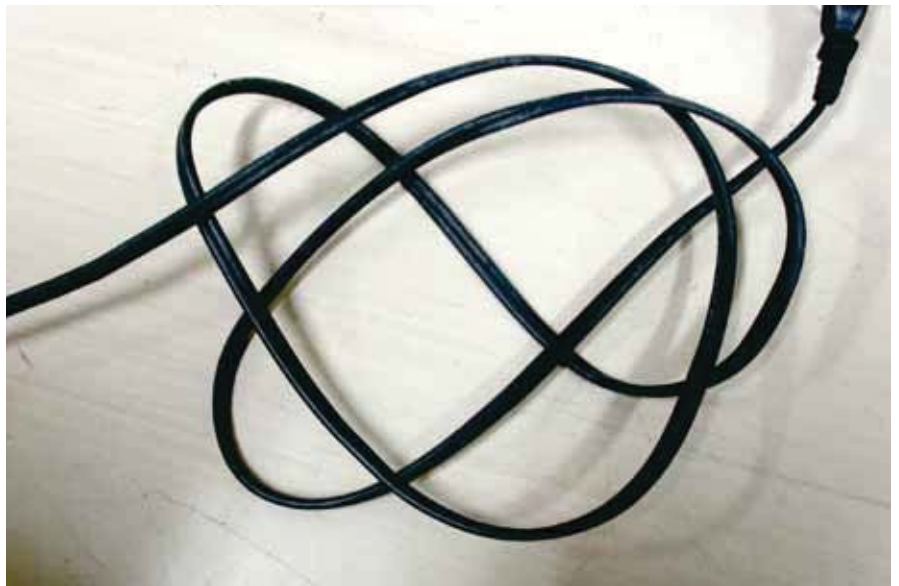
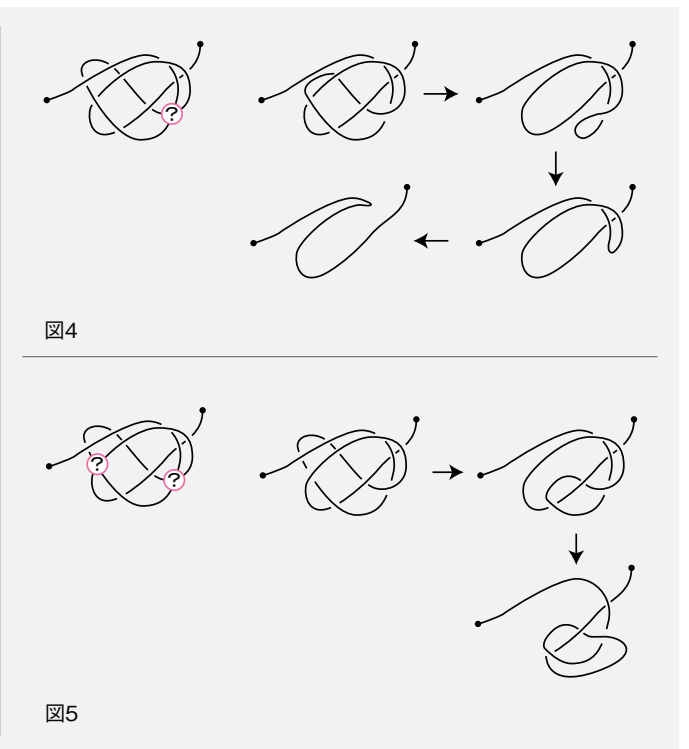
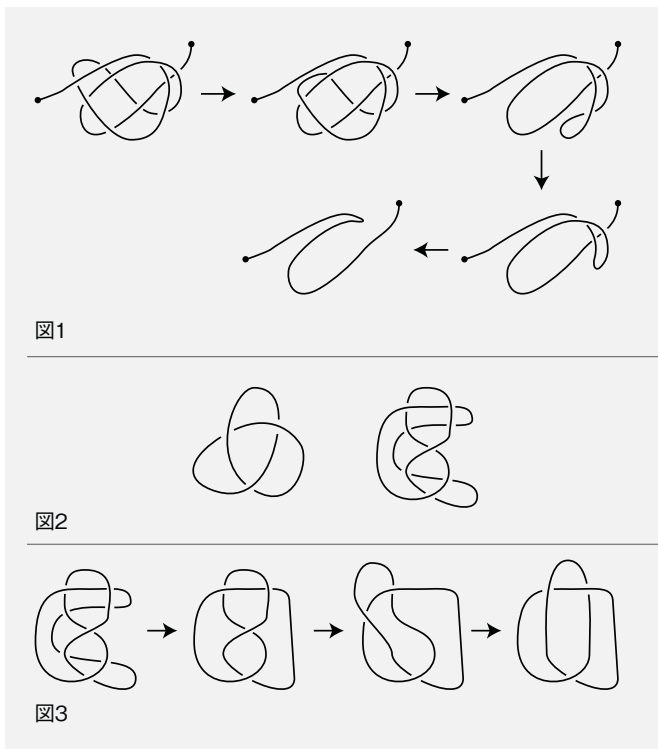


写真1

します。結び目理論では、中学校で学習した合同や相似より、もっと多くの図形を同じものとみなすわけです。コードを抜いてしまうと、必ずほどくことができるので、結び目理論では、一般にひとつの輪がどう絡んでいるかを考察します(図2)。

図2は一見異なる絡み方をしているように見えますが、実は同じ結び目であることがわかります(図3)。結び目が同じであることは、変形過程を表せば示すことができます。しかし、3時間頑張っても変形を考えたけれども同じ形にできなかったからと



いて、これらの結び目は同じでないということはいえませんが、2つの三角形が合同かどうかであれば、3辺の長さをそれぞれ測ればわかります。しかし、結び目では辺の長さや角の大きさは自由に動いてしまうため、この方法は使えません。結び目理論の難しさはここにあります。同じでないことを示す道具が必要になります。

私の研究

写真では、一部の交点の上下がはっきりしないことがあります。例えば、写真1で図4のように1つの交点の上下がわからない場合を考えましょう。わからない交点の上下は2通り考えられ、一方は図1で考察したもので、もう一方は図4にあるようなものになり、結局、ほどけることがわかります。このように、一部の交点の上下の情報がわからなくても、ほどけると判断がつく場合があります。しかし、図5のように2つの交点の上下がわからない場合はどうでしょうか。図5の真ん中にあるような上下であると、ほどくことができないことがわかります。つまり、図5の場合は、一部の交点の上下がわからないので、ほどけるかどうかもわからないことになります。そこで次の問題を考えました。

「すべての交点の上下がわからないとき、どの交点のどのような上下がわかっているならば、ほどけると判断できるのか」

いくつか図をかき考察し、ある予想を立て、半年後にやっと解くことができました。そして、研究を進めると、また新たな問題が思い浮かび、現在はこの問題の解決に取り組んでいます。

DNA の写真を見てインスパイア

DNA の中には結び目になっているものがあり、その写真が撮影さ

れています。しかし、DNA はとても小さいため、写真は鮮明ではありません。それを見て、上下がはっきりしないものがあったので、この研究が浮かびました。この点が注目され、アメリカの研究者らも私の研究を発展させています。

数学とは何か

紐の絡み方が数学なのかあパズルみたいだなあと思った人がいるかもしれません。多くのものが実は数学として扱えると私は思います。今年の卒業論文では、鏡を使った図形の研究をした学生がいます。10ページの写真の私の手前にある3枚の鏡が垂直に交わったものに、正多面体を映し出すにはどうしたらよいかという研究を行いました。世界のどこかですでに行われているかもしれませんが、学生が自ら考察し、数学を創ろうとしていた点がとてもよかったです。皆さんも新しい数学を探したらよいと思います。

数学はあまり役に立たないものだと思っている人がいるかもしれませんが、結び目理論はDNAの研究や狂牛病の研究とも関連していると云われています。それは結び目理論ができたときには考えられなかったことだと思えます。

私は、**数学はインフラ（生活の基盤）のようなもの**だと思っています。例えば、電気のようなものだと思います。電気は電気だけでは役に立ちませんが、電気機器をコンセントに挿せば、明りが点いたりテレビが映ったりパソコンが使えたりします。はじめ、電気の用途は電灯が主だったと思いますが、今では洗濯機、冷暖房、車などなど枚挙に遑がありません。数学にもそういう力があって、後になってどんどん役に立っていくものであり、前もって幅広く強固にしておく必要があるものだと思います。今後、私の研究が生物学などに応用され、互いに発展していったらよいと思っています。



プロフィール

数学教育講座

はな き りょう
准教授 花 木 良



共著「数学教材としてのグラフ理論」と論文が掲載されている雑誌

専門は、位相幾何学（結び目理論）、数学教育学（教材開発）

早稲田大学大学院教育学研究科博士後期課程修了

博士（理学）

早稲田大学教育・総合科学学術院助手を経て、現職。

日本数学会代議員（地方区代議員）、奈良県立青翔高等学校SSH運営委員など。

