

1. 提案法

1-1. 単純支持矩形板の固有振動と波動伝播の関係

xy 面内の単純支持矩形板の固有角振動数 ω_{mn} と振動モード形 $W_{mn}(x, y)$ は, m, n をそれぞれ x, y 方向の腹の数として次式で表せる.

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left(\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (m, n = 1, 2, \dots) \quad (1)$$

$$W_{mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{L_x} \sin \frac{n\pi y}{L_y} \quad (2)$$

この (m, n) 次モードの固有振動を形成する波動の波数ベクトルの角度 θ_{mn} は, 次式で算出できる.

$$\theta_{mn} = \tan^{-1} \frac{mL_x}{nL_y} \quad (3)$$

1-2. 振動モードを形成する波動の角度による振動モードの分類

同じ角度の波動で形成されるモードをまとめ, モード群と呼んで分別する. 図1は, ある単純支持矩形板に存在する800 Hzまでの固有モードを, 横軸を波数ベクトルの角度, 縦軸を固有振動数として図示したものである. 本図より, 単純支持矩形板には同じ角度を有する波数ベクトルで形成されるモードが多数存在することがわかる. 例えば, 角度 25.3° , 43.3° , 62.1° には, 同じ角度の波動で形成される複数のモードが存在することがわかる. また, 完全に角度が一致しなくとも, 比較的近い角度の波動で形成されるモードも多数存在し, これらもほぼ同一角のモード群として, 同時に制御できる可能性がある.

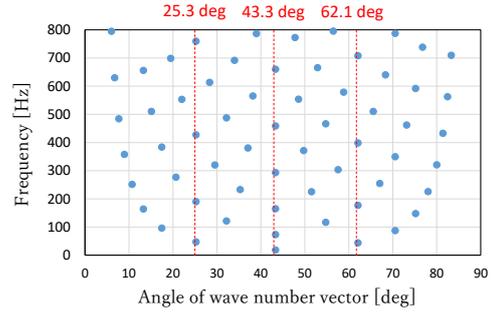


図1 波動の角度に基づく固有モードの分類

1-3. 任意の角度の波動を干渉により低減させるメタマテリアル構造の提案

任意の角度の波動を制御するため, Phase closure の原理に着目する. 平面波がある区間を往復するような構造では, その区間で波動が重畳して強め合う場合と, 弱めあう場合が存在し, これらの条件を波数と区間の長さにより, 位相の関係としてまとめたものが Phase closure の原理である. 例えば, 両端を単純支持されたはりでは, 波動の干渉による共振形成と完全打消しの条件を次式で表現できる.

$$2kL + \phi_L + \phi_R = \begin{cases} 2(d+1)\pi, & d = 1, 2, \dots, & \text{(Resonance)} \\ (2d+1)\pi, & d = 1, 2, \dots, & \text{(Cancellation)} \end{cases} \quad (4)$$

ここに, 波数を k , 往復区間の長さを L , 左端と右端における反射の位相変化をそれぞれ ϕ_L, ϕ_R とした.

パネル上の一部の区間で、上記の Phase closure の原理に基づく完全打消しを実現するため、パネル端部に図 2 のようなペアの切り欠きを設けて、平面波が切り欠き間を往復するような構造を提案した。この構造における切り欠きの角度は、対象とするモード群のモードを形成する波動の角度に一致させる。一方、切り欠き間距離 L は、式(4)に従い、制御対象とするモード群に含まれるモードのうち、なるべく多くのモードの形成に関係する波動の波数に関して打消しあいが発生するように設計するか、特にターゲットとした単一、または少数のモードを打ち消すことを優先して、これらのモードを形成する波動の波数において、打消しあいが発生するように設計する。これにより、対象とするモード群を形成する波動の一部が切り欠き間で打ち消しあい、モードを形成する波動の一部が存在しなくなることで、パネル振動の振幅が低減する効果が期待される。また、切り欠き間での波動の打ち消しあいにより、この区間は振動モードの節になることから、振動モードの形状を変更し、音響放射効率を操作するのにも有用であると考えられる。

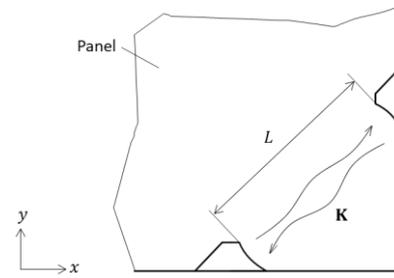


図 2 ペアの切り欠きを利用して任意の角度の波動を打ち消し合わせる構造とむくり構造の併用

1-4. むくり効果の導入

むくり構造をペアの切り欠きの両側に導入して、切り欠き間での波動の打ち消しあい効果を強調する方法を示す。式(4)に従って波動が打ち消しあうには、この切り欠き間に波動が取り込まれ、切り欠き間を往復し、切り欠き間から漏れ出さないことが必要である。そこで、日光東照宮の鳴き竜で知られるむくり構造をペアの切り欠きの両側に導入することを提案した。図 2 に示すように、切り欠き部には湾曲を設けると、波動が切り欠き間に取り込まれやすく、また、切り欠き間に留まり易くなり、提案する打ち消し効果がより増すことが期待される。

2. 数値例での検証

有限要素モデルを用いて、提案法に基づく設計の有用性を検証する。解析対象は、図 3(a)に示す $500 \times 500 \times 1.0$ mm、ヤング率 206 GPa、ポアソン比 0.3、密度 7.9×10^{-6} kg/mm³、構造減衰係数 0.01 N/m の単純支持矩形板である。対象とする固有モード群を 43.3° の角度を持つ群とし、特に低次の (2, 2), (4, 4), (6, 6) モードの振動を同時に低減することを目指す。それぞれの固有振動数は、74.3 Hz, 297.0 Hz, 668.6 Hz で、モード形は図 4 に Initial と記した列に示す。

次に、対象のモード群に対して、提案法により構造変更案を導く。ペアの切り欠きの角度は、モード群を形成する波動の角度である 43.3° とする。また、切り欠き間の距離は、式(4)に従い、対象とする 3 つのモードのいずれもが打ち消しあい条件に近い位相となるように 320 mm とした。この結果を元に、4 カ所で波動の打ち消しあいを実現させる構造変更案として図 3(b)を得た。さらに、図 3(c)はむくりの効果を導入した構造変更案である。

構造変更前後の固有振動特性の比較を図 4 に示す。振動モード形では、切り欠き間の振動が低減して節のようにになっていること、むくりによってその効果が強調されていることがわかる。

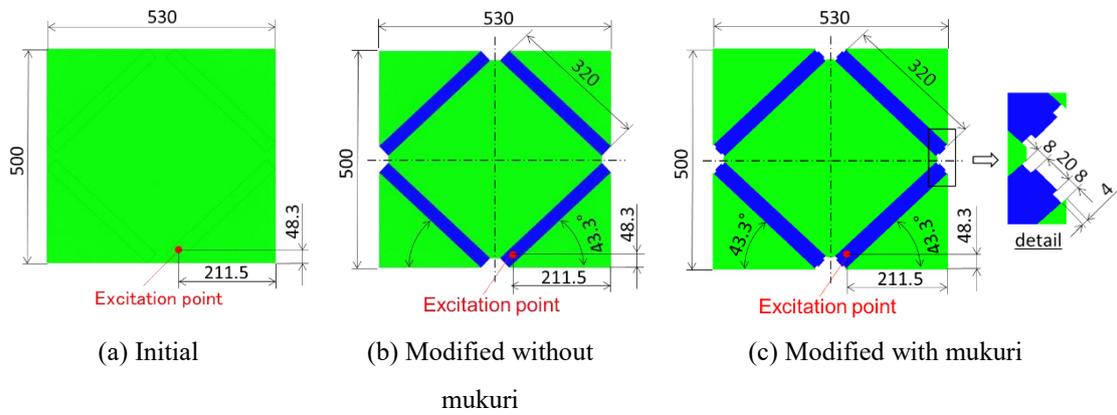


図3 設計対象の初期構造と提案法により導かれた構造変更案

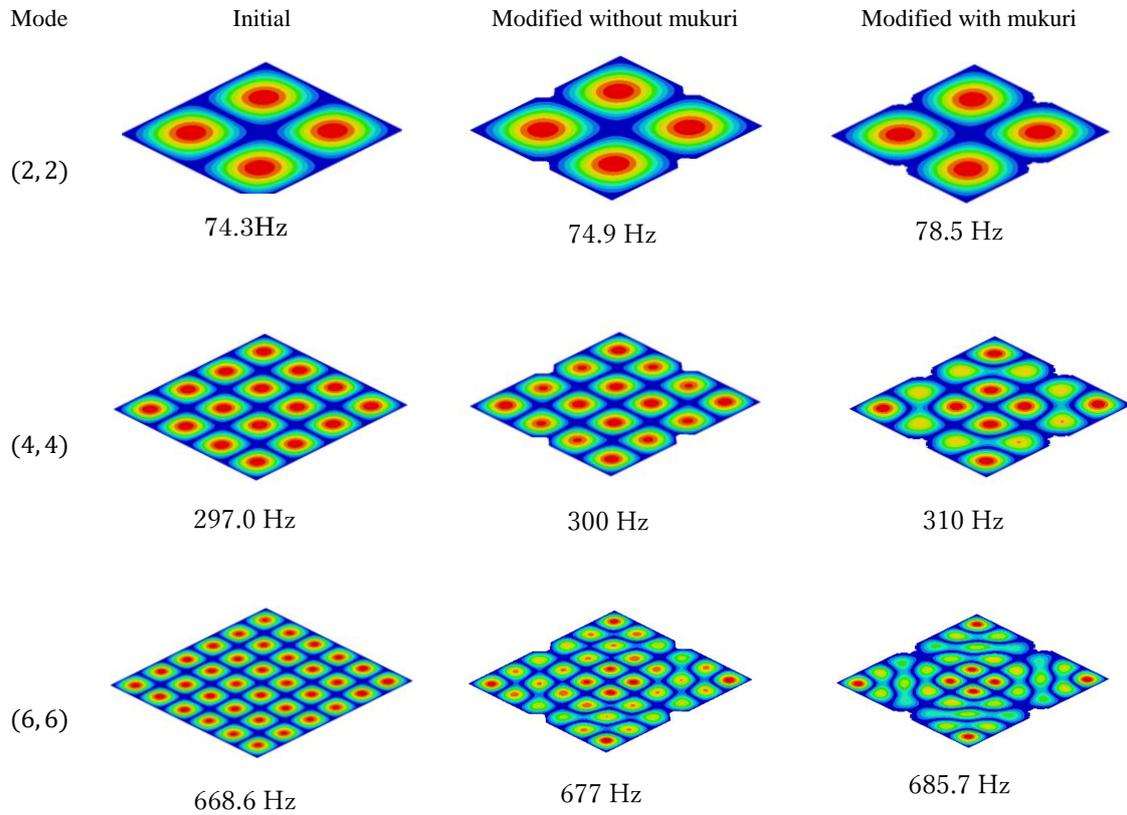


図4 構造変更前後の固有振動特性の比較