

# 数当てゲームを題材とした教材の開発と実践

吉田彩乃<sup>1</sup>, 菱川洋介<sup>2</sup>

本研究では、数当てゲームを題材として取り上げ、教材開発を行った。そのねらいは、① 論理的に考察する生徒の能力の向上、② 協働的に問題を解決する活動の経験の機会を生徒に設けること、③ 自己の考えを他者に正確かつ分かりやすく表現する生徒の力の涵養、の3点である。本論文では、教材研究の内容、授業実践、及びその結果について報告する。

<キーワード>思考力・判断力・表現力, 協働的な学び, 数当てゲーム

## 1. はじめに

平成29年、及び平成30年に中学校学習指導要領、及び高等学校学習指導要領が改訂された。その経緯について、[1]及び[2]では、TIMSS2015、及び全国学力・学習状況調査の結果の分析等から説明している。特に、全国学力・学習状況調査等の結果からは、中学校では「数学的な表現を用いた理由の説明」に、高等学校では「数学の学習に対する意欲が高くないこと」や「事象を式で数学的に表現したり論理的に説明したりすること」に課題があることを指摘している。しかしながら、既に告示された学習指導要領が施行されている中で、令和4年度全国学力・学習状況調査報告書(中学校数学)[3]では、いまだに「筋道立てて考え、事柄が成り立つ理由を説明することに課題がある」ことが指摘されている。また、令和4年1月実施の大学入学共通テストにおける数学I・A及びII・Bでは、問題解決活動の場面を想定した出題が多くあり、結果として平均点が例年より大きく下回る結果となった。これらの事実を踏まえると、数学において論理的に考察する学習活動やその能力の向上はもちろんのこと、協働的に問題を解決する活動の経験と、その活動を通して自己の考えを他者に正確かつ分かりやすく表現する力の涵養も必要であるといえる。

そこで、本研究では、ゲームを分析したり条件を変えて新しいゲームを企画立案する活動を取り入れた教材の開発を試みた。本論文では、教材の内容、授業実践及びその授業分析について報告する。

## 2. 教材研究

### 2.1. 数当てゲームの概要

まず、数当てゲームの場面について説明する。自然数 $m, n$ が $m \geq n$ を満たすとする。 $m$ 種類の数字から $n$ 種類の数字を選び、数字を並べて数を設定する。但し、同じ種類の数字は1つしか使用できない。例えば、 $\{1, 2, 3, 4\}$ から3つの数字 $\{1, 2, 3\}$ を選び、数「123」を設定する。

次に、ゲームのルールについて説明する。

<ゲームのルール>

- ① 2人で対戦する。
- ② 自分の数をそれぞれ設定する。
- ③ 相手の設定した数を、相手よりも少ない回数で言い当てて競う。
- ④ 先攻と後攻のどちらかが少ない回数で数を言い当てた場合、言い当てたプレイヤーの勝ちとする。また、先攻と後攻の両者が同じ回数で言い当てた場合は引き分けとする。

<sup>1</sup>岐阜大学大学院教育学研究科

<sup>2</sup>岐阜大学教育学部

最後に、ゲームの流れについて説明する。

よって、このゲームは引き分けとなる。

<ゲームの流れ>

- ① 自分の数を設定し、先攻と後攻を決める。
- ② 以下の手順でゲームを進める。なお、以下の(1)~(3)の手順を完了して1巡とする。
  - (1) 先攻は後攻が設定したと思われる数を言う。
  - (2) 後攻は、自分の定めた数と比較して、数字の組み合わせが一致している個数( $a$ 個)と、位も一致している個数( $b$ 個)を相手に伝える。ここで、この状況を( $a, b$ )と表し、「 $a$ バイト、 $b$ イート」と呼称する。
  - (3) 後攻が先攻の設定したと思われる数を言い、先攻は後攻に $a$ と $b$ の個数を伝える。
- ③ 正解するまで、(1)~(3)を繰り返す。なお、(2)で先攻が正解した場合は、引き分けの可能性があるので、(3)を行うことに注意する。

**例 2.1.** {1, 2, 3, 4, 5} の5つの数字を用いて、3桁の数を設定するゲームとする。

まず、先攻と後攻が、それぞれ数を設定する。ここでは、先攻は「253」、後攻は「413」を設定したとする。

1巡目表で、先攻は「123」と宣言した。後攻の設定した数と比べると、数字の組み合わせが一致しているのは「1, 3」の2個であり、位も一致しているのは「3」であるので、(2, 1)である。次に、1巡目裏で、後攻は「345」と宣言した。先攻の設定した数と比べると、(2, 0)である。どちらも数を言い当てられなかったので、2巡目にゲームが進む。

以下、下記のようにゲームが進行した。なお、下記の各欄について、宣言した数、及びその数に対するバイトとイートを記載してある。

	先攻	後攻
1巡目表	123 (2,1)	
1巡目裏		345 (2,0)
2巡目表	142 (2,0)	
2巡目裏		234 (2,1)
3巡目表	521 (1,0)	
3巡目裏		431 (1,0)
4巡目表	413 (3,3)	
4巡目裏		253 (3,3)

## 2.2. 教材研究

例 2.1 の場面から、数当てゲームの仕組みについて考察する。

このゲームでは、数字の選び方と位置の2つの情報をもとに、正解の候補を絞っていくことができる。例えば、例 2.1 の1巡目表において、先攻は以下の情報を得た。

<数字の組み合わせ方について>

- ・ {1, 2, 3} のうち、2つの数字を選択する。
- ・ {4, 5} のうち、1つの数字を選択する。

<数字の並び方について>

- ・ 正解は、1〇〇, 〇2〇, 〇〇3のいずれかである。

よって、先攻は2巡目表で「142」を宣言した。上記の情報に照らし合わせると、

- ・ {1, 2} である。
- ・ {4} である。
- ・ 正解は、1〇〇であり、〇2〇ではない。

のように仮定していることがわかる。実際には、(2, 0)であったため、2巡目で選択したいずれかの仮定が間違っていることが分かる。2巡目表で先攻は、さらなる情報を得たことになる。

<数字の組み合わせ方について>

- ・ {1, 2, 4} のうち、2つの数字を選択する。
- ・ {3, 5} のうち、1つの数字を選択する。

<数字の並び方について>

- ・ 正解は、〇2〇, 〇〇3のいずれかである。また、〇4〇は正解ではない。

以上のように、正解の候補を1通りに定めていく過程において、正解の可能性のある場合と不正解である場合を分別するために、得られたバイトとイートの情報を正確に処理することが大切であるといえる。一方、上記のような調べ方では、正解と不正解の情報が混

在することで、扱う情報量が多くなり、生徒にとって煩雑さを感じる可能性がある。

そこで、例2.1よりも簡単な場合について調べる研究を通して、数当てゲームの仕組みについて考察していくこととする。

### 2.2.1. 3種類3桁の数当てゲームについて

3種類の数字から3桁の数を設定する数当てゲームについて考察する。よって、扱う数字を $\{1, 2, 3\}$ とする。ここで、3種類の数字から3桁の数を設定することから、必ず3バイトであることは自明である。ゆえに、数の並び方に着目すればよい。なお、この場合は ${}_3P_3 = 6$ 通りの3桁の数が考えられる。

相手が数「ABC」を設定し、自分が1巡目に数「123」宣言したとする。このとき、得られるイートの値は、3イート、1イート、0イートの3通りである。さらに、正解の数「ABC」の候補は、以下の通りにイートの値で整理できる。

- (1) 3イート … 123.
- (2) 1イート … 132, 321, 213.
- (3) 0イート … 231, 312.

上記の数の並びに着目すると、次の定義に記すような分類が考えられる。

#### 定義 2.2.

(1) シフト

$$L(123) := 231, \quad R(123) := 312.$$

(2) 互換

$$T_{\langle 1,2 \rangle}(123) := 213, \quad T_{\langle 1,3 \rangle}(123) := 321, \\ T_{\langle 2,3 \rangle}(123) := 132.$$

1イートの場合、1巡目に宣言した数「123」の互換になっている。また、0イートの場合、1巡目に宣言した数「123」のシフトになっている。

ここで、シフトや互換には以下のような関係が見いだされる。なお、証明は明らかなので省く。

#### 補題 2.3.

$$(1) L \circ L(123) := L(L(123)) = R(123),$$

$$L \circ L \circ L(123) = 123.$$

$$(2) L \circ T_{\langle 1,2 \rangle}(123) = T_{\langle 2,3 \rangle}(123),$$

$$R \circ T_{\langle 1,2 \rangle}(123) = T_{\langle 1,3 \rangle}(123).$$

数当てゲームの分析について、不正解から得られたバイトとイートの情報を基に、正解の候補を正確に挙げることが大切である。また、補集合の考えを用いれば、不正解である候補を全て除外することと同義である。よって、以下、用語「適切な手順」を、不正解である候補を全て除外することと定義して考察する。

次の命題では、適切な手順によって数を言い当てようとした場合、確実に言い当てられる巡の数の最大値を明らかにした。

**命題 2.4.** 3種類の数字から3桁の数を設定する数当てゲームでは、適切な手順を進めると、4巡以内に言い当てられる。

**証明** 一般性を失わないので、1巡目に宣言した数を「123」と仮定してよい。

(i) (3, 0) の場合

数「123」とシフトの関係にある「231」か「312」の2通りに正解に限られる。ゆえに、2巡目で正解か不正解の場合がある。よって、最大3巡で言い当てられる。

(ii) (3, 1) の場合

数「123」と互換の関係にある「132」、「321」、「213」の3通りが正解の候補となる。さらに、補題2.3(2)により、正解の候補同士はシフトの関係にある。よって、2巡目の選択が不正解の場合、(i)の議論に帰着する。ゆえに、最大4巡で言い当てられる。□

3種類の数字から3桁の数を設定する数当てゲームでは、1巡目が不正解の場合に得られる情報から、シフトであるか互換であるかを判別することが大切であることがわかる。

### 2.2.2. 4種類3桁の数当てゲームについて

4種類の数字から3桁の数を設定する数当てゲームでは、数の並び方とともに、組み合わせ方についても考える必要がある。

**命題 2.5.** 4種類の数字から3桁の数を設定する数当てゲームでは、適切な手順を進めると4巡以内に言い当てられる。

**証明** 4種類の数字を  $\{1, 2, 3, 4\}$  とする。また、一般性を失わないので、1巡目に宣言した数を「123」と仮定して考察する。このとき、1巡目で選んだ数「123」は、正解に対して  $(2, 0)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(3, 1)$ ,  $(3, 3)$  の6通りの場合がある。なお、3バイトの場合は、命題 2.4 で既に示した。よって、2バイトの場合について証明すれば十分である。

2バイトであることから、数字の組み合わせについて、数字4が正解の数に含まれることが分かる。よって、正解となる数字の組み合わせは、

$$\{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$$

のいずれかとなる。

#### (1) 1巡目が $(2, 2)$ の場合

正解の候補は、「124」、「143」、「423」の3通りのいずれかである。これらの候補の数字の組み合わせと並び方から、2巡目に宣言した場合の可能性は、 $(3, 3)$ 、もしくは  $(2, 1)$  の2通りとなる。もし、2巡目に  $(2, 1)$  である場合、正解の候補は残りの2通りである。以上のことから、4巡以内に言い当てられる。

#### (2) 1巡目が $(2, 1)$ の場合

正解の候補は、以下の6通りである。

$$\{1, 2, 4\} \cdots 142, 421.$$

$$\{1, 3, 4\} \cdots 134, 413.$$

$$\{2, 3, 4\} \cdots 243, 324.$$

2巡目の可能性として、 $(3, 3)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(2, 0)$  の4通りが考えられる。例えば、数「142」を基準に考えた場合、異なる数字の組み合わせである4つの候補との関係は、以下の通りとなる。

$$142 \text{ と } 134 \cdots (2, 1), \quad 142 \text{ と } 413 \cdots (2, 0),$$

$$142 \text{ と } 243 \cdots (2, 1), \quad 142 \text{ と } 324 \cdots (2, 0).$$

他の場合についても同様であり、ここでは省略する。よって、一般性を失わないので、2巡目に「142」を宣言したと仮定して考える。

#### (i) 2巡目が $(3, 0)$ の場合

同じ数字の組み合わせのもう一方となる。よって、最大3巡で言い当てられる。

#### (ii) 2巡目が $(2, 1)$ の場合

「134」と「243」の2通りが正解の候補となる。よって、4巡以内に言い当てられる

#### (iii) 2巡目が $(2, 0)$ の場合

(ii) と同様に、2通りが正解の候補となる。よって、4巡以内に言い当てられる。

以上のことから、1巡目が  $(2, 1)$  の場合、4巡以内に言い当てられることが示せた。

#### (3) 1巡目が $(2, 0)$ の場合

正解の候補は、以下の9通りである。

$$\{1, 2, 4\} \cdots 412, 241, \underline{214}.$$

$$\{1, 3, 4\} \cdots 431, \underline{341}, 314.$$

$$\{2, 3, 4\} \cdots \underline{432}, 342, 234.$$

ここで、同じ数字の組み合わせにおける並び方に着目すると、以下の関係を見いだすことができる。

$$\{1, 2, 4\} \cdots 241 = R(412),$$

$$412 = T_{\langle 1,3 \rangle}(214),$$

$$241 = T_{\langle 2,3 \rangle}(214).$$

$$\{1, 3, 4\} \cdots 431 = R(314),$$

$$314 = T_{\langle 2,3 \rangle}(341).$$

$$431 = T_{\langle 1,2 \rangle}(341).$$

$$\{2, 3, 4\} \cdots 234 = R(342),$$

$$342 = T_{\langle 1,2 \rangle}(432).$$

$$234 = T_{\langle 1,3 \rangle}(432).$$

さらに、これらの候補同士のバイトとイート

の関係について、参考資料1の対応表でまとめた。以下、下線の候補とそれ以外の候補に場合分けをして考える。

(I) 下線の候補「214, 341, 432」について

参考資料1の対応表より、2巡目の可能性として、(3,3), (3,1), (2,2), (2,0)の4通りがある。

(i) 2巡目が(3,1)の場合

正解となる候補は、互換の2通りである。よって、4巡以内に言い当てられる。

(ii) 2巡目が(2,2)の場合

正解となる候補は、対応表より2通りである。よって、4巡以内に言い当てられる。

(iii) 2巡目が(2,0)の場合

正解となる候補は、対応表より4通りである。その4通りの候補の関係を対応表から読み取ると、3巡目の可能性が(3,3), (3,1), (2,2), (2,0)である。よって、一意的に定まるので判別可能となる。ゆえに、4巡以内に言い当てられる。

(II) 下線以外の候補について

参考資料1の対応表より、2巡目の可能性として、(3,3), (3,1), (3,0), (2,2), (2,1), (2,0)の6通りがある。

(i) 2巡目が(3,1)の場合

正解となる候補は、1通りである。よって、3巡以内に言い当てられる。

(ii) 2巡目が(3,0)の場合

正解となる候補は、1通りである。よって、3巡以内に言い当てられる。

(iii) 2巡目が(2,2)の場合

正解となる候補は、1通りである。よって、3巡以内に言い当てられる。

(iv) 2巡目が(2,1)の場合

正解となる候補は、3通りである。その候補

のうち、同じ数字の組み合わせの候補が2通りと、それらと違う数字の組み合わせの候補が1通りある。

同じ数字の組み合わせの候補のいずれかを3巡目で選んで不正解の場合は、バイトの数が2か3で判断できる。また、違う数字の組み合わせの候補を選んで不正解だった場合、残りの候補は数の並び方について1イートと0イートになる。

以上より、どの候補を3巡目に選んだとしても、4巡以内に言い当てられる。

(v) 2巡目が(2,0)の場合

正解となる候補は、2通りである。よって、4巡以内に言い当てられる。

以上のことから、題意が示された。 □

**2.2.3. 教材化に向けて**

数当てゲームの教材化について考察する。2.2.1及び2.2.2における数当てゲームの分析では、以下の内容が要点である。

(1) 正解の候補を論理的に選別すること

この数当てゲームの分析において、正解の可能性のある候補と不正解である候補を、得られたバイトやイートの情報を根拠として、正確に分別することが重要である。また、解答の回数を重ねていくことで、得られる情報が増える。よって、正解と不正解の分別は、複雑な場合分けによって説明される。

以上のことから、表や樹形図を用いるなどして、場合分けや思考過程を正確・簡潔・明瞭に整理する学習活動が期待できる。また、表や樹形図などで整理することは、他者に説明する際にも有用に働くと考える。

(2) 条件を仮定したり、文字で置いたりしながら考察すること

2.2.1と2.2.2の考察は、1巡目に「123」と仮定して議論を進めている。しかし、数字で考えるのではなく、「ABC」のように文字に置き換えて考察した方が、2.2.1や2.2.2の考察よりも一般的であるといえる。特に、考察し

た内容を活用してゲームを試行しようとする  
と、1巡目の解答は誰もが「123」と設定する  
だろうから、ゲームに取り組む生徒にとって  
思考の柔軟性に欠けると考えられる。一方で、  
文字に置き換えることは、生徒にとって考察  
を複雑にする可能性がある。よって、文字を  
扱って情報を処理する生徒の技能や、1巡目に  
「123」と仮定した説明への疑問から派生する  
生徒の理解によるなどして、文字で置くか否  
かを調整すると良いと考える。

### 2.3. 教科横断的学習の可能性について

本題材による学習内容は、プログラミング的  
思考の涵養にも繋がると考える。特に、2.2.3(2)  
に記した、文字に置き換える考察が関連する  
と考える。例えば、解答の候補を出力するプ  
ログラムを作成し、ゲームに応用するような  
学習活動が考えられる。

## 3. 教材の実践について

教材の実践内容について述べる。実践の日  
時及び対象は以下の通りである。

日時： 令和4年7月30日（土）9:30～15:30  
令和4年7月31日（日）9:30～15:30

対象： 岐阜県内の中学生、高校生  
10名

### 3.1. 授業のねらい

本授業では、以下のようにねらいを定めた。

- (1) ゲームの対戦を通して、明らかになった事柄から解答を論理的に導こうとしている。
- (2) 意見や考察を交流する場面を通して、自らの考えを相手に伝えるように、図や表を用いて工夫して説明しようとしている。
- (3) 自らの考えを、他者の考えと相対的に比較しながら批判的に考察しようとしている。

### 3.2. 準備する教具について

#### (1) 紙コップ

本実践では、側面に1から6の数字を書いた紙コップを人数分準備した。自分自身が設定した数を常に確認できるとともに、設定し

た数が相手に見えないように工夫した教具である。

#### (2) メモ用紙、筆記用具

相手の数を言い当てようとするためには、自身がした仮定や得られた情報の整理が重要である。そのため、考察の内容を書き留めるためのメモ用紙を準備した。また、授業者にとって、生徒がどのように解決の道筋を導き出しているかを確認する評価資料としても扱うことができる。なお、メモ用紙はタブレットで代用することも可能である。

## 3.3. 実践の流れ

参考資料2に指導案を掲載したので、参照されたい。

### (1) 導入

数当てゲームの内容とルールについて説明する。その後、6種類の数字から3桁の数を設定する数当てゲームについて、実際に生徒同士で対戦してもらおう。繰り返しゲームを行っていると、相手よりも早く当てるための工夫を考えようということが予想される。ゲームの対戦後に全体交流の時間を設け、工夫する姿について紹介し、ゲームの攻略に向けた意識付けを行う。そこで、以下の問題を提示する。

**問題** 相手の決めた数を何巡以内に言い当てられるだろうか。

### (2) 展開I

導入で提示した問題を意識して、6種類の数字から3桁の数を設定する数当てゲームを再度行う。その理由は、全体交流での意見や問題の意識付けをもとに、分析の観点を持ちながらゲームの実践、及びその調査をしようとする生徒の姿をねらっている。

その後、ゲームの実践を通して分かったことや疑問点、問題の答えについて、グループで交流させる。また、その内容を全体で交流し、意見を共有する。ここで、生徒は自身のゲームの結果やグループ追究を通して、帰納的に問題の答えを導くと予想している。一方

で、自身のゲームの流れを振り返って改善点について考察し、答えの見通しを立てる思考も生まれると予想している。

### (3) 展開Ⅱ

展開Ⅰの活動を踏まえ、3種類の数字から3桁の数を設定する数当てゲームについて、問題に関するグループ追究を行う。考察の方法を生徒に委ねることで、これまで学校等で学んできた知識や表現方法を活用したり、柔軟な発想で議論してもらうことがねらいである。生徒は、全ての場合について表や樹形図等を用いて整理したり、数字の並びに着目して性質を見いだしたりすることを予想している。

その後、追究した内容を全体で発表してもらうとともに、他のグループの意見を踏まえて、再度グループで交流する時間を設定する。

### (4) 展開Ⅲ

4種類の数字から3桁の数を設定する数当てゲームについて、問題に関する考察を行う。展開Ⅱで考察した内容を踏まえ、共通点や相違点に着目しながら考察しようとする姿をねらう。グループで考察を行い、その内容を全体で交流する。

全体交流後、4種類の数字から3桁の数を設定する数当てゲームを行う時間を設け、明らかにした考察内容を活用する活動を行う。

最後に、これまで明らかにした内容をまとめ、1日目の活動を終了する。

### (5) 展開Ⅳ

1日目に行ったゲームを、各グループで条件を変えたり加えたりしながら、グループ独自の数当てゲームを考案してもらう。

作成したゲームは、全体で交流するとともに、実際にゲームを体験してもらう時間を設ける。最後に、2日間のまとめを行い、実践を終了する。

## 4. 実践中の生徒の様子と振り返り

各展開について、生徒の様子と振り返りについて述べる。

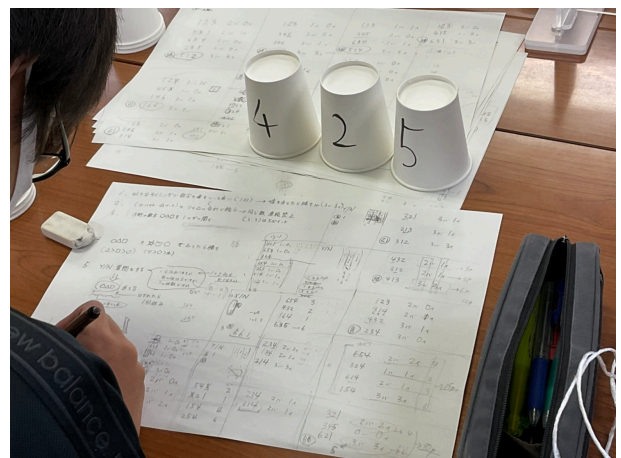
### (1) 導入

パワーポイントを用いて、数当てゲームのルールを説明した。複雑なゲームであったことから、ゲームの進め方とルールについて、例を示したり簡単な練習問題を解かせたりしながら確認したため、生徒はルールについて理解できていた。また、ゲーム中に各グループに指導補助を担当する大学院生がついていたため、ルールやゲームの進め方について確認することができた。

ゲームに取り組む生徒からは、勝敗の声とともに「対戦相手に中々勝てない」「もっと早く当てられた」のような発言があった。また、得られた情報を紙に書くだけではなく、正解の可能性のあるものを書き出したり、候補に○×を書いて整理したりするなど、工夫してゲームに取り組む姿が見られた。

### (2) 展開Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ

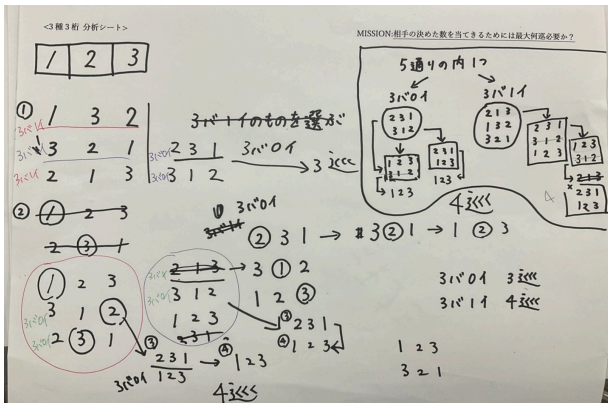
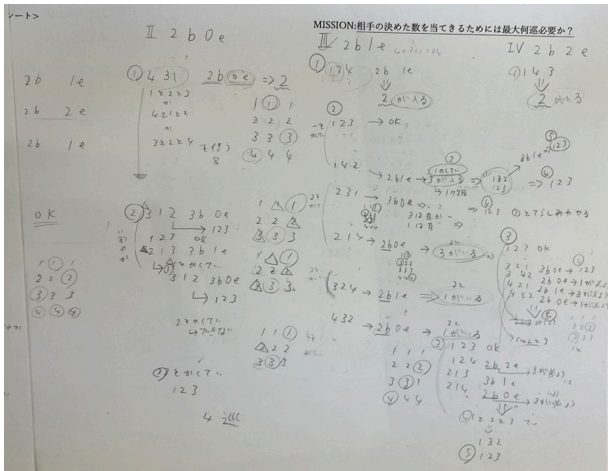
問題について追究する場面では、実際にゲームを行いながら考察の様子が見られた。以下の写真は、グループで追究する様子の一場面である。



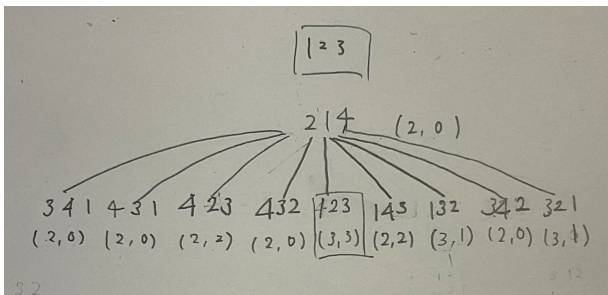
また、追究した内容をグループや全体で交流する場面では、樹形図や紙コップを用いながら工夫して他者に説明する姿があった。一方で、結論までたどり着ける生徒は少なく、「これで本当に言い切れるのか」と疑問を持つ状態が散見された。そのような個人やグループに対して、授業者や指導補助が考察の観点を示したり共に考えたりすることで、考察に対する手立てを講じた。結果として、生徒は分かった内容について、自信をもって仲間に説

明していた。以下は、追究時の生徒の様子である。

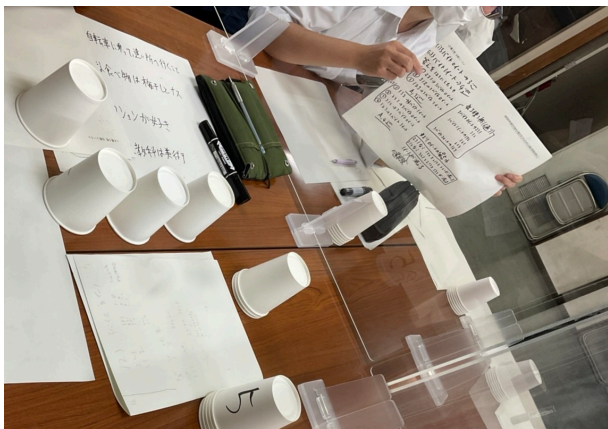
(正解までの流れを分析する記述)



(樹形図を用いた説明)



(分析シートを見せながら仲間に説明する様子)



1日目の振り返りについて述べる。結論に向けた様々な思考を仲間や学生と共有し、複雑な仕組みを理解しようと実践を繰り返す、数学的な活動を楽しむ姿が多く見られ、2日目への期待に繋げることができた。一方、ゲーム内容が複雑であったため、想定よりも追究に時間がかかってしまったことが改善点である。

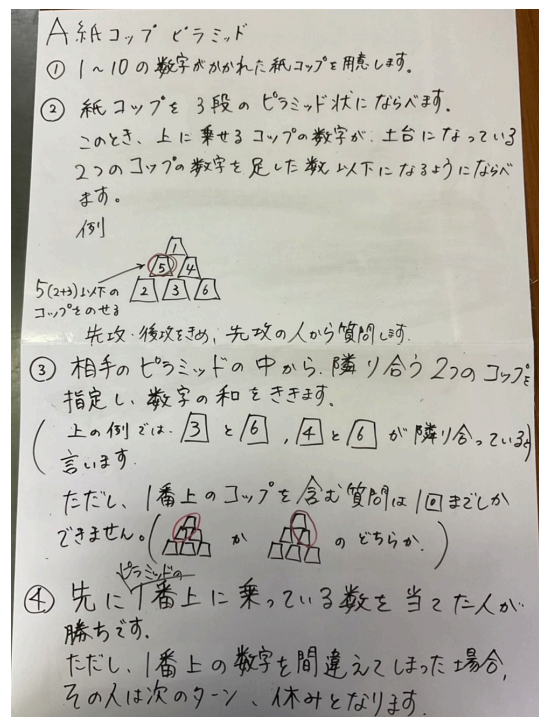
(3) 展開 IV

2日目のオリジナルゲーム作成の活動では、勝敗の基準やヒントの種類を変えるなど、独自のゲームを発案できていた。1日目に定めたグループで1つのゲームについて発表してもらうように指示していたため、発表に至らなかったアイデアが多くあった。その内容については触れないが、興味深いゲームが多くあった。

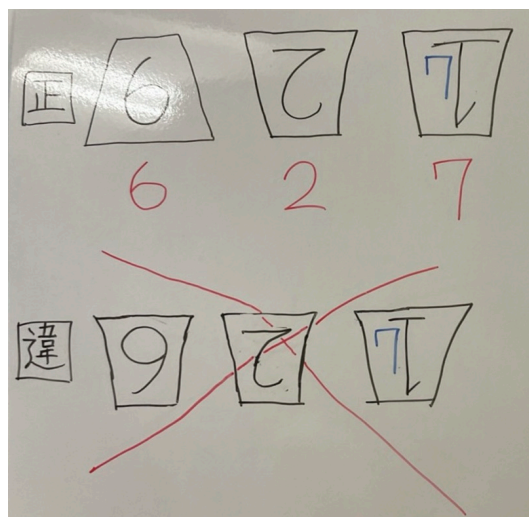
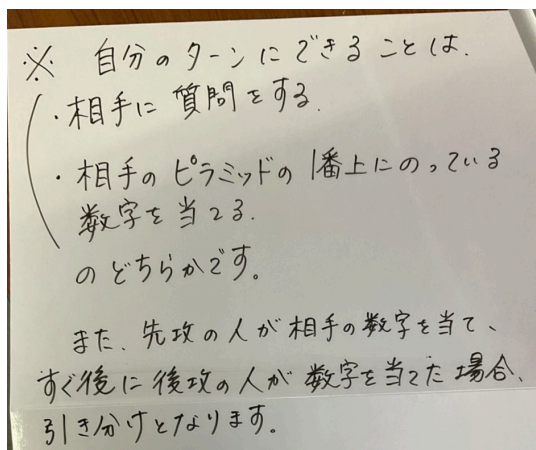
各グループの発案したゲームとそのルールは、以下の通りである。

< Aグループ『紙コップピラミッド』 >

紙コップを、数字を見るといいう目的ではなく、紙コップを組み合わせて新たな数字を生み出すために上に積みあげたタワーを使ったゲーム。隣り合う数の和でゲームを行ったが、和以外にも積や差に応用することで柔軟に難易度の調整もできるゲームであった。

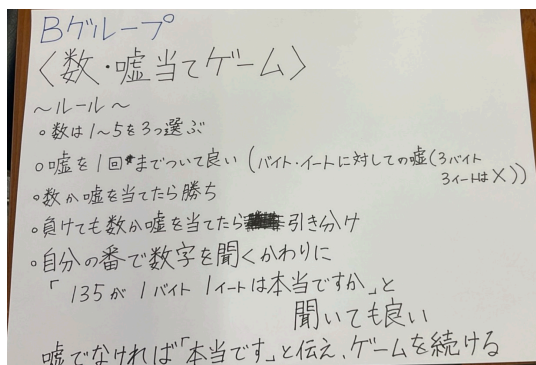






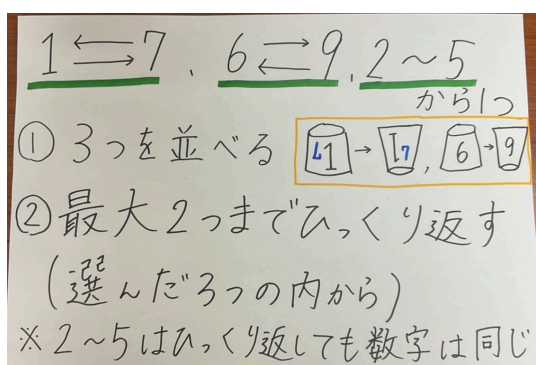
< Bグループ『数・嘘当てゲーム』 >

バイトとイトの情報の中にある嘘を視野に入れて戦わなければならないゲーム。どの情報が嘘であるかを考えることで、考えられる選択肢の数が格段に増える長考者続出のゲームであった。



< Cグループ『ゲーム M~逆さに惑わされるな!! ~』 >

上向きと下向きで形の異なる紙コップと180度回転させると変わる数字を組み合わせたゲーム。今までにない斬新な発想で簡単そうにみえて難しく、面白いゲームであった。



2日目の活動の振り返りについて述べる。グループごとでこれらのオリジナルゲームやルールを提案し、全体にゲーム説明をした後、各グループに配属してゲーム進行を支えることができた。1日目に数当てゲームの分析の理解に苦しんだ生徒も、オリジナルゲームを提案し、自信をもってグループで活躍し、楽しむ姿をみることができた。一方で、時間の関係上、提案した全てのゲームについて、その詳細を全体交流で触れることができなかったことが課題である。

2日間を通して、ゲームを題材とした実践であったことから、生徒自身が興味関心を持つとともに、試行を繰り返しながら考察し、その内容を他者に分かりやすく説明しようとする学習活動を実現することができた。また、他者の意見を取り入れ、自身の考察を深めようとする生徒の姿の実現も成果であると考えられる。

5. 本実践のねらいに対する考察

本実践における生徒の学習活動の様子を踏まえ、設定したねらいについて考察する。

(1) ゲームの対戦を通して、明らかになった事柄から解答を論理的に導こうとしている。

このねらいについて、概ね達成できたと考えられる。展開Ⅰ、Ⅱ、Ⅲの場面から考察する。生徒は、数字の組み合わせと数字の並びについて、得られた情報を根拠に、正解の候補を書き出したり不正解である全ての場合にマークを付けたっていた。展開Ⅱでは、そもそも6通りの場合しかないことから、多くの生徒が解

答までの流れについても考察できていた。一方で、展開Ⅲでは、24通りの場合が考えられるため、生徒によっては考察に難しさを感じていた。しかし、生徒の中には、展開Ⅱで明らかにした事柄を展開Ⅲでも活用できることに気づき、工夫して考察していた。

以上のことから、概ね達成できたと考える一方で、考察内容の難易度に対する指導の手立てについて再考する必要があると考える。

(2) 意見や考察を交流する場面を通して、自らの考えを相手に伝わるように、図や表を用いて工夫して説明しようとしている。

このねらいについて、達成できたと考える。4(2)に掲載した写真のように、生徒は自身の考えを表や樹形図などにまとめ、他者に伝わるように工夫して説明する記述や姿が見られた。また、展開Ⅳで自作のゲームを説明する場面においても、ゲームを実演したり例を挙げたりするなどして、他のグループに分かってもらいたいという思いを持ち、工夫して説明する姿が見られた。さらには、自作ゲームの面白さや1日目のゲームとの違いにも触れる発表もあった。

(3) 自らの考えを、他者の考えと相対的に比較しながら批判的に考察しようとしている。

このねらいについて、達成できたと考える。展開Ⅰ、Ⅱ、Ⅲの場面から考察する。グループ追究時には、明らかにしたことを共有するだけでなく、自身では明らかにできなかった疑問を発言する姿があった。生徒は考察の必要性を感じ、グループで交流した後にもう一度個人で考える時間を自ら設け、考察に取り組んでいた。

また、全体交流の後にグループで再度議論する時間を設けた。そのため、自身のグループで考察した内容を振り返り、内容を深めたり表現方法を改善しようとしたりすることができていた。

## 6. おわりに

本実践を通して、数学的な問題発見・解決する活動の中で、その過程を他者に分かりやす

く表現する必要性を生徒が感得できるような教材が提案できたと考えている。また、条件や場面を変えるなどして、生徒が自由な発想でゲームを立案する活動を仕組み、与えられた問題を解くだけでなく、問題を発見する思考経験も実現できたことが成果といえる。一方、本実践においては、生徒に提示する問題の難易度の調整が今後の課題である。小学校算数や中学校数学で扱う場合分けの場面では、整理する場合の数がそれほど多くない。しかし、本教材では処理する情報量が、これまでの学習経験と比較すると非常に多かった。この点については、プログラミングを用いた学習と繋げていくと解消できると考えており、引き続き教材の改善に取り組んでいきたい。

最後に、本実践に協力いただいた高校数学セミナーを受講された中学生と高校生の皆様、指導補助として参画いただいた岐阜大学大学院教育学研究科数学領域2年の皆様、本実践を行う上でご指導いただいた岐阜県教育委員会学校支援課の大西護先生と藤井英隆先生、岐阜県教育委員会教育研修課の道澤宏一先生、岐阜県立大垣東高等学校教諭の菅井修先生に感謝の意を表する。

## 参考文献

- [1] 文部科学省，中学校学習指導要領解説数学編，平成29年7月。
- [2] 文部科学省，高等学校学習指導要領解説数学編，平成30年7月。
- [3] 文部科学省 国立教育政策研究所，令和4年度全国学力・学習状況調査報告書（中学校数学），2022。
- [4] 加藤文元 他13名，数学A，数研出版，2022。
- [5] 相馬一彦 他25名，数学の世界2，大日本図書，2021。

参考資料1 命題 2.5 の証明における対応表

	412	241	<u>214</u>	431	314	<u>341</u>	234	342	<u>432</u>
412		(3,0)	(3,1)	(2,1)	(2,1)	(2,0)	(2,0)	(2,1)	(2,2)
241	(3,0)		(3,1)	(2,1)	(2,0)	(2,2)	(2,1)	(2,1)	(2,0)
<u>214</u>	(3,1)	(3,1)		(2,0)	(2,2)	(2,0)	(2,2)	(2,0)	(2,0)
431	(2,1)	(2,1)	(2,0)		(3,0)	(3,1)	(2,1)	(2,0)	(2,2)
314	(2,1)	(2,0)	(2,2)	(3,0)		(3,1)	(2,1)	(2,1)	(2,0)
<u>341</u>	(2,0)	(2,2)	(2,0)	(3,1)	(3,1)		(2,0)	(2,2)	(2,0)
234	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,1)	(2,1)	(2,0)		(3,0)	(3,1)
342	(2,1)	(2,1)	(2,0)	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(3,0)		(3,1)
<u>432</u>	(2,2)	(2,0)	(2,0)	(2,2)	(2,0)	(2,0)	(3,1)	(3,1)	

参考資料2

学習指導案

1 本時のねらい

- ・ゲームの対戦を通して、明らかになった事柄から解答を論理的に導こうとしている。
- ・意見や考察を交流する場面を通して、自らの考えを相手に伝わるように、図や表を用いて工夫して説明しようとしている。
- ・自らの考えを、他の考えと相対的に比較しながら批判的に考察しようとしている。

2 本時の展開

展開	学習活動	先生の発問(●)予想される子どもの反応 (○) 指導上の留意点 (□)
15分	<1日目> アイスブレイク①	□生徒同士が初対面であることを想定し、学習活動を活発に行えるように、生徒同士でコミュニケーションを取ってもらう。
導入 (25分) 10分	◎数当てゲームの説明 <ゲーム内容・ルール> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">                     ① 2人で対戦する。                      ② 自分の数字(6種類3桁)を決める。                      ③ 相手の数字を交互にあてあう。                      ④ 相手より早い巡目で数字を言い当てることができたら勝利。                      (※同じ巡目でお互いが言い当てた場合は引き分け)                 </div> 「1～6」の数字を記した紙コップは、②で用いる。	□ゲームの流れを1つずつ生徒に確認しながら、生徒に説明する。  ●イートとバイトの情報を正しく言えるか確認しましょう。  □数の組み合わせと並びについて、自分の決めた数と相手が言った数を比較し、正しい情報を相手に伝えられているかを確認する。
10分	◎実際にやってみよう グループ内で対戦相手を変えたりしながら、複数回行う。	●ゲームのルールや流れは分かりましたか。では、実際にゲームをやってみましょう。 ●机の上にあるB4用紙は、自由に使ってください。

数当てゲームを題材とした教材の開発と実践

<p>5分</p>	<p>◎全体交流 生徒の活動に取り組む様子を写真で撮影し、全体に提示する。特に、対戦の中で行っていた工夫を紹介し、その意図を考えさせ、ゲームの戦略をつかむきっかけとする。</p> <p>◎課題提示</p>	<p><input type="checkbox"/>メモ用紙を自由に使ってもらい、生徒がどのように考えてゲームを進めているのかを確認する。</p> <p><input type="checkbox"/>ルールを勘違いしている生徒がいないかを、机間巡視したり指導補助が確認したりする。</p> <p>○次の巡で、絶対に当てられるよ。</p> <p>○なかなか正解が絞れない。</p> <p>○何か必勝法はないかな。</p> <p><input type="checkbox"/>個人の工夫を全体に提示することで、自らの活動や思考を個々に振り返らせる。</p> <p>●△△さんのメモを見ると、こんなことが書いてありました。</p> <p>●この工夫のいいところは何でしょうか。</p> <p>●なるべく早く、無駄なく言い当てるためにはどうするとよいでしょうか。</p>
<p>数当てゲームの仕組みを調べよう。</p>		
<p>以下のMISSIONを生徒に提示する。</p>		
<p>相手の決めた数を当てるためには、最大何巡必要だろうか？</p>		
<p>展開I (30分) 10分</p>	<p>◎ゲームの仕組みに着目しながら、対戦してみよう（6種類3桁）</p> <p>課題やMISSIONを念頭に置いた上で、ゲームに取り組む。</p>	<p><input type="checkbox"/>1回目と比べてゲームの進め方が変化したり、新たな工夫をしたりしている生徒の姿を把握しておくことで、グループ交流時の話題作りに繋げていく。</p> <p>○前より早く当てられるかな。</p> <p>○どんな仕組みがあるのかな。</p> <p>○相手の数を当てるために、近道はあるのかな。</p>

<p>10分</p>	<p>◎グループ交流</p> <p>MISSIONの答えとなり          そうな巡目の数を、グループで          交流する。</p> <p>また、新たな工夫や、課題に          つながりそうな仕組みについて          も、交流する。</p>	<p>○4巡目で答えられると思います。</p> <p>○5巡、6巡かかったこともあるけど、もっと早く答え          られるかもしれない。</p>
<p>10分</p>	<p>◎全体交流</p> <p>MISSIONの答えを交流          し、どのグループも同じ答えの          場合は、そのように言い切れる          かを問う。違う場合は、本当の          答えは何巡だろうと問い、疑問          を持たせる。</p>	<p>□MISSIONの答えは意見が割れることが想定され          る。互いの意見を尊重し、「もっと早く答えが導けるの          かな」や、「他の場合でもその回数で答えられたのか          な」と考えを深められるように問いかける。</p> <p>●何巡で答えられそうでしょうか。</p> <p>○4巡、5巡、6巡。</p>
<p>展開Ⅱ          (60分)          40分</p>	<p>◎簡単な場合で、ゲームの仕組          みを調べてみよう。(3種類3          桁)</p> <p>グループ追究の例</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・樹形図で全ての場合を書きだ          す。</li> <li>・表を書いて、数の並びの相互          関係について調べる。</li> <li>・数の並びに着目して、仕組み          を調べる。(ずらしたり、入れ          替えたり)</li> </ul>	<p>●問題場面が複雑なので、まずは簡単な場面でMISS          IONについて調べてみましょう。</p> <p>●まず、3種類の数字で3桁の数を考える場合から考え          てみましょう。</p> <p>●後でグループ毎に発表してもらいます。画用紙や模造          紙を使ってまとめてくれると嬉しいです。</p> <p>□調べる方法は自由である。また、早く調べ終わったグ          ループは、「何か仕組みはありそうか」と問い、調べた          内容を振り返らせる。</p> <p>○全部で6通りだから簡単そうだね。</p> <p>○まず全部書き出してみよう。</p> <p>○流れを樹形図で表すといいかな。</p> <p>○何か仕組みはないかな。</p>

数当てゲームを題材とした教材の開発と実践

<p>20分</p>	<p>◎全体交流 調べた内容を、グループ毎に発表する。</p> <p>全ての発表が終わったら、他のグループの発表を聞いて良かったところをグループ内で交流する。</p>	<p>●他のグループの発表の良かったところを、グループで話し合ってみましょう。</p> <p>□他のグループの発表を聞いて、良かったところに加えてその理由について考えさせたり、自分のグループでも活かそうなところを挙げさせたりする。</p> <p>○自分のグループは表を使ったけど、他のグループの樹形図は数の種類が増えたときに便利そう。</p>
<p>(昼食)</p> <p>展開Ⅲ (150分) 90分</p>	<p>◎4種類の数字から3桁の数を決めるゲームの仕組みを調べてみよう。</p> <p>グループで追究してもらおう。その内容を、全体で発表してもらおうので、その発表資料を作成してもらおう。</p>	<p>●4種類の数字について、同じように調べられるでしょうか。調べてみましょう。</p> <p>●調べるときに、3種類の場面と比べて、何に気を付けるとよいでしょうか。</p> <p>○数字の組み合わせも考えないといけない。</p> <p>□並び方に加えて、数字の組み合わせまで視野を広げさせ、生徒が根拠をもって考え説明することが出来るように、机間巡視で問いかけを行う。</p> <p>□考察時に写真を撮って発表したいグループがいる場合には、指導補助が対応する。</p> <p>□思考が止まったグループには、教具の紙コップを使って具体的な場合で考えてよいことを伝える。</p> <p>□“ずらす”“入れ替える”という言葉を深める。</p> <p>□ゲームを考えるだけでなく、実際にやってみたり調べたりして、他のグループに伝えたい面白さや工夫を強調できるように声掛けを行う。</p>
<p>30分</p>	<p>◎全体交流</p>	<p>●できるだけ伝わる説明をすることを意識して発表してくれると嬉しいです。</p>

<p>30分</p>	<p>◎もう一度ゲームをやってみましょう。(4種類の場面)</p> <p>◎1日目のまとめ</p> <p>①1日目のふりかえり</p> <p>②5種類や6種類の場合のMISSIONの答えについて伝える。</p> <p>③2日目の見通し</p>	<p>□生徒たちが帰宅後も本時について興味をもって考え、2日目も楽しみにしてきてもらえるような話をする。</p> <p>□5種類や6種類の場合も、3種類や4種類で調べた内容を活かして調べようとする考え方について確認する。</p> <p>●ゲームを調べてからもう一度取り組んでもらいました。はじめと比べ、工夫できたところがありますか。</p> <p>○始めたころよりも、きちんと条件を整理しながら当てることができるようになった。</p> <p>●5種類や6種類の場合を調べようとするときに、どんな工夫をしようと考えますか。</p>
<p>展開IV (300分) 15分</p>	<p>&lt;2日目&gt; アイスブレイク②</p> <p>◎課題提示</p>	
<p>120分</p> <p>(昼食)</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>考える楽しさを実感できるゲームに作り替えよう。</p> </div> <p>1日目に行ったゲームを、各グループで条件を変えたり加えたりしながら、独自のゲームを考案してもらおう。</p> <p>(例)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・数の種類や桁を変える</li> <li>・重複を許す</li> <li>・ゲームの途中で最初に決めた数を変更できるなど、ルールを加える</li> </ul> <p>◎中間報告 考えているゲームの概要を報告してもらおう。</p>	<p>□ゲームを考えるだけでなく、実際にやってみたり調べたりして、他のグループに伝えたい面白さや工夫を強調できるように声掛けを行う。</p> <p>●条件を変えたり加えたりして、自分のグループ独自のゲームに作り替えてみましょう。</p> <p>□各グループの報告を聞いて、工夫や改善点についてアドバイスをすることで、午後の方針を定めてもらう。</p> <p>●最後にゲームについて説明してもらいます。どんなゲームで、どんな工夫や面白さがあるのかも説明してください。</p>



数当てゲームを題材とした教材の開発と実践

120分	◎考察の続きを行う 最後の発表に向けて、ゲームの内容や模造紙などの大きな用紙にまとめてもらう。	○グループ△は、数の桁を4桁に増やしてみました。
45分	◎最終発表  ◎2日間のまとめ ① 2日目のふりかえり ② アンケートのお願い ③ これから数学を学ぶ皆さんへ	○桁の数を増やすと、より当てにくくなるので、当てた時の達成感が感じられます。