

標本平均のちらばりに着目し、標本調査の妥当性の理解を促す指導のあり方

山路健祐¹

目的に応じて資料を収集して処理し、その傾向を読み取って判断していくためには、統計的手法の理解が必要であると考えます。生徒にとって標本調査は、その妥当性を理解することが容易ではない。しかし、標本平均のちらばりに着目し、確率の学習と関連付けて考えることで、その理解を促せないかと考えた。本論文では、中学校3年生を対象とした実践の計画とその結果について報告する。

〈キーワード〉 標本調査, ちらばり, 中心極限定理

1. はじめに

「資料の活用」が再び中学校の学習内容に加わり、全国の中学校で、様々な実践が行われている。「統計的思考力」、「統計的問題解決過程」など統計教育を通して育てたい力の重要性については、筆者も同様に感じている。それらの力を育てるために、筆者は2つの側面からの指導が必要であると考えている。1つは、目的に応じた統計的な手法を用いて実際に調査し、資料の傾向を読み取り判断していくための指導である。もう1つは、目的に応じた統計的な手法の数学的な理解を深めるための指導である。本稿では後者について、第3学年「標本調査」を対象に、その指導の在り方について考察する。

2. 研究の目的

標本のサイズを考えていく際に、より母集団のサイズに近い値にすればよいと考える生徒が多い。これは、生徒にとってみると自然な発想である。しかし、これでは少ない数で母集団を推定できる標本調査のよさを感じる学習につながらない。これは、標本調査のしくみを学習する際、母集団の

数が小さいが故に、このような発想が生まれると考える。そこで、「本来は数万という大きな数を対象とするけれど、学習の便宜上、扱いやすい母集団の数で考察していく。」という前提を生徒たちに理解させておく必要がある。その上で、標本のサイズについて考察していくこととする。

標本調査の妥当性は、中心極限定理に基づくものであり、中学3年生の学習内容で言えば、標本平均のちらばりを考察することで理解できるのではないだろうか。そこで、研究の課題を次のように設定した。

標本平均のちらばりを考察することで、標本調査の妥当性について理解できる教材開発とその指導の在り方

本論文では、上記の課題に関する実践の計画と、その結果について報告する。

3. 研究内容

3.1. 目指す生徒の姿

先に述べた、「標本平均のちらばりを考察することで、標本調査の妥当性について理解する」姿とは、生徒たちが次のような内容をまとめることである。

目指す生徒の姿

・ 標本調査を何回か行くと、標本の平均値

¹ 岐阜大学教育学部附属中学校

は、母集団の平均値の周りに集まってくる。これは、母集団の傾向を受け継ぐように確率の考えに基づいて無作為抽出を行ったからだ。

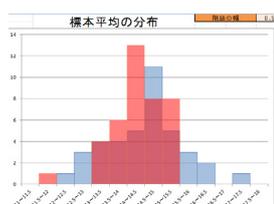
- ・より母集団の傾向を受け継ぐようにするためには、無作為抽出によって取り出す標本のサイズを大きくすればよい。これは、大数の法則から統計的確率が安定してくるからだ。

前時に、標本調査のしくみを考える際、無作為抽出の理由を確率をもとに考える学習をしている。

実際に標本調査によって標本平均を求めると、ちらばりはあるものの、ある範囲の中に標本平均が集まっていることに気付く [図 1]。標本のサイズを大きくすると、分布の様子から、ちらばりが小さくなっていくこと [図 2] が理解できる。このことから、確率の考えを想起し、大数の法則を実感できる程度のサイズを考えていけばよいことに気付かせる。



[図 1]



[図 2]

このような学習の過程を通して、目指す生徒の姿を具現するために、授業を行うに当たって次の活動を大切にする。

- ①いくつかの標本調査の結果から、母平均についてどんなことが推測できるのかを考察し、推測した内容が何に基づくものなのかを考察する活動
- ②標本のサイズを変えた標本調査を比較す

ることで、標本調査によって、より信頼できる値を得るためにはどうすればよいのかを考える活動

ただし、これらの活動を行うに当たっては、「標本調査のよさ」、「確率の考えと標本調査」、「確率の学習における大数の法則の理解」を前時までの学習で行うことが必要である。

3.2. 授業の流れ

上記の①②について、本時の学習の中で、次のように扱う。

①について

- ア グループごとに実際に標本平均を求め、その結果を提示する。
- イ 集まったいくつかの結果を受けて、「平均値についてどのようなことが言えそうか？」と問う。
- ウ 標本調査をしたとき、およそ同じような値が求められるのか、標本平均を何回か求め、その分布から考察する。

②について

- ア ①の結果を受けて、より信頼できる値を求めたい場合はどうすればよいか考えを交流する。
- イ 標本のサイズを大きくした場合の標本平均の分布を考察する。
- ウ 範囲が狭くなった理由を考察し、どのように標本のサイズを決めていくのか考えをまとめる。

以上を踏まえ、本時の学習を展開した。授業の詳しい計画は、指導案（文末資料）で示す。

4. 考察

単元名：「標本調査」

場所：岐阜大学教育学部附属中学校

実践日：平成25年3月4日（月）

対象：中学校3年生（40名）

4.1 授業の様相①アイについて

本時の学習では、ハンドボール投げの記録を扱うこととした。グループごとに求めた標本平均から実際の平均値を考察した際、生徒から次のような意見が出てきた。

- ・最大値が 16.5 で、最小値が 11.7 ということから、標本の平均値にはばらつきがある。逆に、11.7～16.5 の間に実際の平均値があるとも見ることができる。
- ・各グループの結果をみると、12.0～13.0 の間の値が多い。だから、母集団の平均値はこのあたりではないかと予想できる。

生徒たちの様相から、どの結果が正しくて、どの結果が違うという意識ではなく、ちらばりの中から見えてくる標本調査の性質に気付くことができていることがわかる。また、実際の母集団の平均値を事前に示さなかったことが、生徒たちの結果の分布の様子に着目しようとする意識につながったと考える。そして、生徒たちは、自ら「もっとデータを増やして、その分布の様子を考察したい。」と、意欲的に追究を進めていくことができた。[図3]

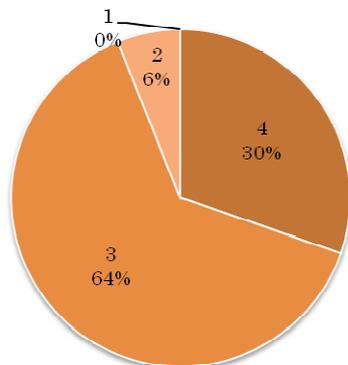


図3：標本平均のちらばりぐあいに興味を持てたか？

※質問に対する回答は1～4で行い4が肯定的意見として行った。(以下同様)

4.2 授業の様相①ウについて

さらに追究を進め、分布の様子を考察した結果、生徒たちから次のような意見が出てきた。

- ・予想通り、12.0～14.0 ぐらいの間に平均値が集まってくる。分布の形をみると(線対称な)一山型になっている。
- ・(母集団の平均値を教師から伝えた後に)前日も学習したように、無作為抽出したので、どれを選ぶ確率も同様に確からしくなる。だから、このような分布の形になるのではないか。

標本平均のちらばりを追究する中で、このような結果が得られるのは偶然か？と問うた。それに対して、生徒たちは、前回の学習で学んだ無作為抽出をする理由をもとにして、線対称な一山型の分布になることを説明していた。そして、このような考察に対して多くの生徒が納得していた様相であった。[図4]

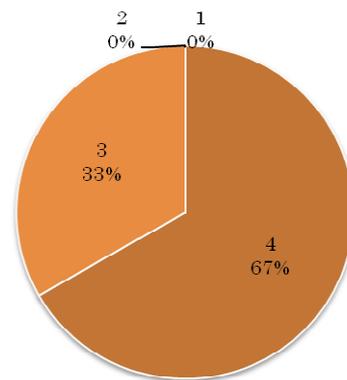


図4：実際の平均値の周りに標本平均が集まってくるのが理解できたか？

その後、教師から「より信頼度を上げたい場合どうしたらよいか？」と問うた。生

徒たちからは、標本のサイズを大きくすれば、もっと平均値のまわりに集まるようになるのではないかという意見が出てきた。標本平均のちらばりの様子が見えていたことによって、「信頼度を上げる」ということが何を指し示すのかが生徒たちには理解しやすかったと考える。



ある。この発問を機に、「少ない数で母集団の傾向を推定できるというよさがなくなる。」という標本調査のよさに言及する考えや、「相対度数が安定してくる。」という大数の法則に言及する考えが出てきた。また、こういった考えに対し、納得する生徒が多くいた。[図5]

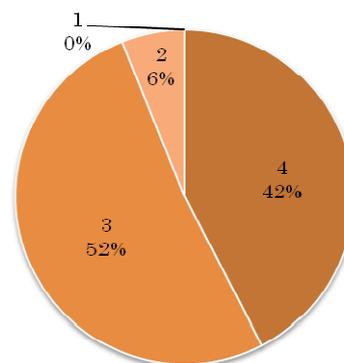


図5：大数の法則が関わってくるのが理解できたか？

4.3 授業の様相②ウについて

実際に標本のサイズを大きくして標本調査をすると、平均値のまわりに値が集まってくることをとらえた後に、「なぜ標本の大きさを大きくすると、このような結果が得られるのでしょうか？」と問うた。その時、生徒たちから次のような意見が出てきた。

- ・5回、10回という大きさのときは、数が少ないので値がぶれたりすることもあるけど、例えば100回のように多くの回数を行うとある一定の値に近づくということがあったので、だからだと思う。
- ・大数の法則だ。

教師の発問に対して、標本のサイズが母集団の数に近づいたためと答える生徒が多くいた。上記のような思考に進んでいったきっかけは、「実際には母集団は何千何万という場合があります。」という教師の発問で

そして、このような交流を経て、標本調査によって、より信頼できる値を得るためにはどうすればよいのかということ、「標本調査のよさを壊さないようにすること」、「大数の法則によって、相対度数が安定し、より実際の平均値の近くの値を得ることができるので、大数の法則がはたらくくらいの標本の大きさが必要。」と生徒自身の言葉でまとめていった。生徒たちのこのような理解が、実際に目的を持って標本調査をする際、標本の大きさを判断していくときに生かされていくと考える。[図6]

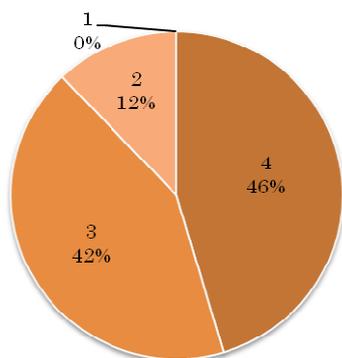


図6：今後、標本調査の方法を考えていく上で役に立つと実感できたか？

5. 今後の課題

実際に標本調査を行う際、調査の仕方が妥当かどうかを判断する必要がある。だからこそ、統計的手法を理解していることは重要である。標本調査について、体験的に理解していくことは大切であるが、中学3年生にとって、第1学年の資料の活用で学習したことや、第2学年の確率で学習したことを用いながら、標本調査の妥当性を吟味することが十分可能であることに手応えを感じている。

また、標本平均のちらばりをとらえていくことは、本来の標本平均の推定における、平均値を1つの数ではなく、範囲を持たせて推定していくことで信頼度を高めていくという考えの素地となる学習であり、今後の学習への接続という面でも魅力を感じている。

資料の活用領域全般をみると、他の領域と異なり、なぜそうなるのかという根拠が明確にしづらい部分がある。ただ、だからといって、帰納的な理解だけでは、生徒たちの知的欲求が満たされないであろうし、統計的手法を覚えていくだけになりかねないという懸念がある。様々な場面に統計的

手法を用い、統計的根拠に基づいて考察したり、判断したりしていくためにも、こういった統計的手法の理解をこれからも大切にしていきたい。

参考・引用文献

- [1]山路健祐, 2012, 既習内容とのつながりを活かした資料の活用の指導～標本調査のしくみに焦点を当てて～, 日本数学教育学会誌 第94回総会特集号, P.345.
- [2]文部科学省, 2008, 学習指導要領解説, 教育出版.
- [3]大野清四郎, 川口廷, 中野昇, 原弘道, 1971, 中学校数学教育現代化全書 第7巻 確率・統計, 金子書房.
- [4]石原正也, 1972, これからの数学教育, 大日本図書.
- [5]赤攝也他, 2012, 数学の世界3年, 大日本図書.

<p>中学校第3学年 標本調査 ・全12時間</p>	<p>単元目標</p>	<p>標本調査の考え方を理解するとともに、母集団から標本を取り出し、標本の傾向を調べることで、母集団の傾向を読み取り、説明することができる。 ・収集できる資料が全体の一部分に過ぎない場合においても、全体の傾向を推定するために、標本調査の必要性和意味に関心をもち、標本の抽出の仕方や予測の適切さを吟味しようとする。 ・標本調査のしくみや方法を知り、目的に応じて標本調査から得られた情報を活用しようとする。 ・標本調査の必要性やしぐみを理解する。 ・標本が母集団の特徴を的確に反映するように偏りなく抽出する必要性を理解する。 ・簡単な場合において母集団から無作為抽出により標本を抽出すること、標本から母集団の傾向を推定することができる。</p>
---	-------------	---

<p>1 目的と絡めた統計的手法のしくみを明らかにしていく段階</p>	<p>2 明らかになった統計的手法の使いどころにかかわる段階</p>	<p>3 統計的手法を具体的な問題場面を解決していくために活用する段階</p>	<p>章末問題</p>	<p>評価問題</p>
<p>①調査のしかた</p>	<p>②母集団の平均値の推定</p>	<p>③母集団の数量の推定</p>	<p>④標本調査のまとめ</p>	<p>⑤</p>
<p>ねらい 集団のもっている性質を調べるのに、全数調査と標本調査があることを知り、調査の目的に含まれる条件から、標本調査の必要性和方法を理解することができる。そして、標本調査の方法から、明らかにすべき内容を理解することができる。また、標本調査では抽出した標本が母集団の性質を保存するよう無作為に抽出する必要があることと、その方法を理解し、標本を取り出すことができる。</p>	<p>無作為抽出によって得られた標本の分布の様子と全数調査の分布の様子を比較する活動を通して、無作為抽出は母集団のどの要素を取り出す確率も同様に確からしくするために行うことに気付き、無作為抽出によって取り出された標本が母集団の傾向をある程度保存することを理解する。</p>	<p>適切に母集団の傾向を反映した標本を得られたと仮定して、ビーズの色の比率の推定やマジマスの数量の推定などの活動を通して、標本は母集団の傾向を反映することを根拠として考えていけばよいことに気付き、標本の性質を分析し、その結果から得られた標本の性質をもとに母集団の性質を推定することができる。</p>	<p>国語辞典の見出し語の数を標本調査によって推定する活動を通して、標本調査を行う際に大切な見方や考え方をはたらかせながら調査を行い、レポートにまとめることができる。</p>	
<p>問題/学習課題 (標本調査の必要性和意味を確認の上)自分のハンドボール投げの記録が岐阜地区の中学校3年生女子生徒の記録のおよそどの位置にいるのかを調べたい。 抽出する生徒を「附属中学校ソフトボール部女子」として、信頼できる標本が得られるか?</p>	<p>県内中学校3年生女子のハンドボール投げの記録をすべてを調べることなく、中学生女子の平均値を調べたい。 おおよそどのような値が求められるのか?標本の平均の分布から考察しよう。</p>	<p>(適切に母集団の性質を反映した標本を得ることができると仮定して) (1)収穫みかんの重さの平均値の推定 (2)ビーズの赤と白の比率の推定 (3)マジマスの総数の推定 (1)~(3)について、根拠をはっきりさせて目的に対する結論を推定しよう。</p>	<p>国語辞典にはどのくらいの見出し語が掲載されているのだろうか。それを調べるにはどうすればよいだろうか。 これまでの学習をもとに、標本調査を行うときに大切な見方や考え方をはっきりさせて、調査をまとめよう。</p>	

<p>学習内容 標本調査のしくみ、よさ</p> <p>どのように母集団から標本を抽出するのか? 母集団の傾向を保存するために 無作為抽出の必要性 →どの要素を取り出すことも同様に確からしくするため。 確率の考え方</p>	<p>標本調査の妥当性</p> <p>求めた標本平均と母平均との誤差を小さくしていくためにはどうしたらよいか? →標本のサイズを大きくする。 ※標本調査のよさを壊さないように ※大数の法則</p>	<p>どのように母集団の傾向を推定していくのか? → 調査の実施</p> <p>※母集団の傾向を保存した標本を得ることができたとして考察する。</p> <p>母集団の平均値の推定 母集団の数量の推定 (比率) 標本での比率から、母集団の数量を推定する →標本には母集団の傾向が保存されるため、標本の比率と、母集団の比率は同じと考えることができる。 →比例式の利用 母集団の傾向の推定 →1年生「資料の整理と活用」で学習した内容が使える</p> <p>調査の実施 調査の規模や目的に応じて ・調査方法の選択 (全数調査, 標本調査) ・資料の収集とその方法の選択 有効数字の設定 (無作為)抽出の仕方 標本のサイズ ・標本調査の実施と結論 調査の仕方の吟味 ・得られた結果は許容範囲の誤差だったか ・条件の中でより信頼できる結果を得るために、調査方法を改善できないか ・有効数字は適切だったか ・標本のサイズ ・抽出や推定の方法</p>	
---	--	--	--

<p>大切にしたい生徒の意識 標本調査は、調査の対象が大規模の場合や、全て調査をすることができない場合についても、より信頼できる判断材料を得たいという願いから考えられた。だから、調査の目的や、対象に応じて調査のしかたを考えていくことが大切だ。また、より信頼できる結果を得るための考え方これから大切になってくる。</p>	<p>標本調査は確率の考えや大数の法則から、標本を大きくすれば、ちらばりの範囲は小さくなり、より信頼できる値を得ることができます。ただ、調べるものが大規模になっても簡単に推定したいという標本調査のよさを壊さないようにしなければいけないし、目的にあった標本の大きさを考えていかなければいけないと思います。</p>	<p>適切に抽出された標本は母集団の傾向を反映することを根拠にすることで、母集団の平均値や比率の推定をすることができた。このように、集合の一部から全体をある程度推測できる標本調査を、目的や対象となる集合から判断して使っていくことが大切だ。</p>	<p>調査の目的や対象となる集合の大きさに応じて、調査の方法を選択する。そして、目的に対して十分な信頼を得られるように、抽出する標本の大きさや回数といった調査の方法を設定していくことが大切だ。このように考えていく中で、調査の目的に応じた結論を導き出すことが大切だ。</p>	
---	---	---	--	--

<p>標本調査 標本調査のしくみ② ・第2時</p>	<p>本時の ねらい</p>	<p>無作為抽出によって得られた標本の分布の様子と全数調査の分布の様子を比較する活動を通して、無作為抽出は母集団のどの要素を取り出す確率も同様に確からしくするために行うことに気付き、無作為抽出によって取り出された標本が母集団の傾向をある程度保存することを理解する。</p>
<p>学習活動</p>		<p>教師の指導・援助</p>
<p>○関連する既習内容を確認する。 ・標本調査のしくみやよさ、手順を確認する。 目的：自分のハンドボール投げの記録が、県内中学校3年生女子の記録のおよそどの位置にいるのかを調べたい。 ○仮に母集団を50、抽出する標本のサイズを5として標本の平均値を調べ、母集団の平均値を推定する。</p> <p style="text-align: center;">※授業の様相〔①アイ〕を参照</p>		<p>○乱数\times2個、電卓を2人1組に配布。 ○標本調査の結果は全て認める。数ある値の中から、範囲が絞られてくることの方に意味がある。</p>
<p>○本時追究する内容を整理する。 おおよそ同じような値が求められるのか？標本平均の分布から考察しよう。</p> <p>○標本のサイズを5として、標本調査を行い、標本平均の分布を考察する。 ○(全体交流において)実際の母集団の平均値を伝える。</p> <p style="text-align: center;">※授業の様相〔①ウ〕を参照</p> 		<p>○再びサイズ5で行う。全部で40近い標本平均が得られる。2回目の調査をしている間に、教師は1回目の結果をPCに入力する。</p> <p>○母集団の平均値の周りに、標本平均が集まってくることを実感させる。分かりにくい場合は、階級の幅を操作し、分かりやすいようにする。</p>
<p>標本調査を何回か行くと、確率の考えに基づいて無作為抽出をしているので、標本の平均値は母集団の平均値の周りに集まる。</p> <p>○母平均との誤差をより小さくしたい場合、どうすればよいか？ ・標本のサイズを20に変更し、標本平均の分布を調べる。 ・標本のサイズが5のときに比べると、範囲が小さくなる。 ・もっとサイズを大きくすればより範囲が小さくなりそうだ。</p> <p>○「なぜ範囲が小さくなったのでしょうか？」</p> <p style="text-align: center;">※授業の様相〔②ウ〕を参照</p>		<p>○大数の法則と結び付けるために、「今回は母集団の数が50だったけど、5万だったらどうだろう。」と問う。</p>
<p>より母集団の傾向を受け継ぐようにするためには、無作為抽出によって取り出す標本のサイズを大きくすればよい。これは、大数の法則から、統計的確率が安定してくるからだ。</p> <p>○明らかにしたしくみの考えの進め方の価値を捉える。</p> <p>標本調査は確率の考えや大数の法則から、標本を大きくすれば、ちらばりの範囲は小さくなり、より信頼できる値を得ることができます。ただ、調べるものが大規模になっても簡単に推定したいという標本調査のよさを壊さないようにしなければいけないし、目的にあった標本の大きさを考えていかなければいけないと思います。</p>		<p>○標本のサイズを変更したことで、散らばり具合がどのように変化したのかが分かりやすいように、ヒストグラムを重ねて表示できるようにする。</p>