

一筆書きを題材にした教材の開発と実践

中村航洋¹, 山路健祐²

「数学の良さ、楽しさ」を感じることの1つに、自ら数学的な法則やきまりを発見することがあると考え。そこで、図形の一筆書きを題材にして、自ら数学的な法則やきまりを発見し、児童・生徒間でお互いに、自らの考え・発見を表現し合うことができる教材の開発を行った。本論文では、小学校5・6年生を対象とした実践の計画とその結果について報告する。

〈キーワード〉一筆書き, オイラーグラフ, 半オイラーグラフ

1. はじめに

平成20年に発行された小学校学習指導要領解説算数編[1]の小学校算数科の目標は、「数学的活動を通して」という文言ではじまっている。ここにある数学的活動とは、「児童が目的意識を持って主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動」を意味している。また、新たな性質や考え方を見出そうとしたり、具体的な課題を解決しようとしたりすることが「目的意識を持って主体的に取り組む」に当たる。このことを踏まえ、本論文では、小学校算数科の目標の実現を目指した授業を開発することにした。その中でも特に、児童が目的意識を持って主体的に取り組むことができる、自らが発見した法則やきまりを表現することができるという点を重視して授業開発を行った。

2. 研究の目的

今回、教材開発するにあたり、次の条件を満たすことを考えた。

①小学校5・6年生という複数学年が混在する集団である。

②2時間という授業時間である。

このような条件の中で、算数的な活動を通して、算数的な見方や考えの良さを実感できる教材であること。①の条件から、必要な既習内容が4年生までの内容であること。②の条件から、トピック的な内容であっても、発展性があり、1つの事象について明らかになった後も、その根拠を追求できたり、他の場合ではどうだろうと追求できたりすること。

以上のような条件を満たすことを考え、一筆書きに注目した。以下では、一筆書きの題材を、①②の条件の中で、どのように教材化することが、子供たちに算数的な見方や考え方の良さを実感させるために有効であるのかを実践、検証していくこととする。

2. 1 題材について

本論文で示す題材は、図形の一筆書きである。今回は、一筆書きを次のよう意義して、図1、図2、図3のような図形が一筆書きできるか調べていく。

一筆書き：頂点を始点とし、すべての辺を通ることができる。ただし、同じ辺を2回以上通ることはできない。

図1の図形は、どの頂点を始点に定めても、

¹ 岐阜大学教育学部

² 岐阜大学教育学部附属中学校

一筆書きの定義を満たさないため、一筆書きができない図形である。以下、図1のような図形を、一筆書きできない図形と呼ぶ。

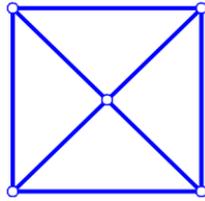


図1

図2の図形は、どの頂点を始点に定めても、一筆書きの定義を満たす。また、一筆書きを行った際、始点と終点が一致する図形である。以下、図2のような図形をオイラーグラフと呼ぶ。

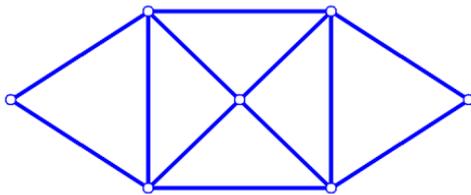


図2

オイラーグラフは、すべての頂点から出る辺の数がすべて偶数本になっている。そのため、各頂点に対して、頂点に入ってくる辺と頂点から出ていく辺がペアになり、一筆書きの定義を満たし、始点と終点が一致する。

図3の図形は、始点の定め方によって、一筆書きの定義を満たす場合と、満たさない場合がある。一筆書きの定義を満たす場合は、頂点から出る辺の数が奇数本の頂点を始点に定めた場合である。また、定義を満たすときは、始点と終点が一致しない図形である。以下、図3のような図形を半オイラーグラフと呼ぶ。半オイラーグラフは、奇数本の辺が出ている頂点が2つで、残りの頂点から出ている辺の数がすべて偶数本

になっている。奇数本の辺が出ている頂点が2つあることで、始点と終点が一致しなくなっている。

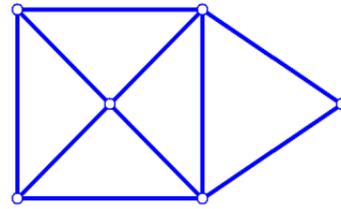


図3

このような、一筆書きできない図形、オイラーグラフ、半オイラーグラフの3種類を複数用意し、以下の、一筆書きができるときのきまりを発見していく。

(1) すべての頂点から出る辺の数がすべて偶数本になっている図形 (始点と終点が一致する)

(2) 数本の辺が出ている頂点が2つで、残りの頂点から出ている辺の数がすべて偶数本になっている図形 (始点と終点は一致しない)

2. 2授業のねらい

この授業で扱うのは、様々な図形に対して一筆書きできるかという問題である。この問題に対し、複数の図形を、一筆書きできない図形、オイラーグラフ、半オイラーグラフの3種類に分類し、その3種類に分類できるためのきまりを発見する。

そして、授業のねらいを次のように設定した。

(a) 様々な図形に対して、一筆書きができるかを実際に試し、一筆書きできない図形、オイラーグラフ、半オイラーグラフの3種類に分類することができる。

(b) 一筆書きができるときのきまりについて話し合い、自分なりの見通しを持つことができる。

(c) 一筆書きができるときのきまりを知り、算数・数学への興味関心を持つことができる。

2. 3 授業の流れ

授業の詳しい計画は、指導案（文末資料1）で示したので、ここでは簡単に説明する。また、対象が小学校5・6年生なので、図形を地図、辺を道、頂点を信号に変え、一筆書きを一回で散歩できることに言い換える。

(1) 問題提示・課題設定

まず、一回で散歩できない地図とオイラーグラフの2種類を示し、「これらの地図は一回で散歩できるだろうか。」という問題を提示する。このとき、次のように一回で散歩できるときの約束をして、一回で散歩できることについて確認する。

〈1〉どこかの信号を出発して、すべての道を通ることができる。

〈2〉ただし、同じ道は2回以上通ることができない。

そして、「これらの地図は一回で散歩できるか調べよう。」という課題を設定する。

(2) 個人追求

ワークシート（パート1）（文末資料2）を使い課題に取り組む。地図を一回で散歩できるかどうか分類した後、ワークシート（文末資料3）を用いて、一回で散歩できるときのきまりについて見通しを持つ。

(3) グループ・全体交流

グループ内できまりについての考えを話し合う。その後、全体交流をし、全員が一回で散歩できるときのきまりについて見通しを持てるようにする。

(4) 個人追求

(3) での見通しが正しいかワークシ

ト（パート2）（文末資料4・5）を用いて調べる。

(5) まとめ

一回で散歩できるときのきまりについてまとめを行う。

3. 実践結果

講座名：「一回で散歩できるかな？」

場所：岐阜県大垣市スイトピアセンター
学習館 6階 かがやき活動室

実践日：平成24年10月28日（日）

13時～15時

対象：小学校5・6年生（47名）

3.1 活動の様子

「これらの地図は一回で散歩できるか調べよう。」という課題を設定した後、3～4人のグループに分かれて個人追求を行った。各グループには岐阜大学数学科の学生（3・4年生）が1～2人ついて児童のサポートを行う。児童はそれぞれワークシート（パート1）に書き込みながら一回で散歩できるかどうかを調べていた。その際、半オイラーグラフを一回で散歩できない児童や、始点と終点が一致していないから一回で散歩できないという一回で散歩できるときの約束をとらえ間違えている児童がいた。

一回で散歩できるときのきまりの見通しを持つ場面では、各信号に対する道の本数に2本4本が多いと一回で散歩できる。道の本数に3本があると一回で散歩できない。といった、きまりに近い意見が多数出た。また、一回で散歩できない地図とできる地図を合わせると、散歩できる地図が作れるといった、こちらが予想もしていなかった意見も出た。

見通しを持った後の活動では、「予想が当たっていた」などといった、声が多くあがった。また、最後の全体交流では、一回で散歩できるときのきまりが児童側から出てきた。

4. 考察

授業後にアンケートを実施した。その一部を紹介する。(今回の活動を通して分かったこと、楽しかったこと、など自由記述)

- ・テレビなどで、一筆書きの問題があるとき、家族で一番先にこたえられそうです。
- ・発表もできたし、自分なりに考えたのでよかったです。
- ・今度は、自分でいろいろ作って試してみたいです。
- ・算数はあまり得意ではなかったけれど、今日はとても楽しくて、算数を好きになることができよかったです。
- ・グループで、案を出し合って、協力して、考えることができました。
- ・簡単にできると思っていただけ、どうしてできないのかと考えてみて、こうなのかと分かったから、こういう決まりが見つかって面白かった。
- ・きまりが、1つではなく、2つあったのでとても驚きました。これからも様々な納得できることや、すごいなと思うことがあるのかなと思うと楽しみです。
- ・1つ1つ問題を解くときに、なんでできないんだろうとか、こうすればいいのかとかが分かり、問題を解けたときの喜びを味わいました。

授業のねらい (a) (b) (c) の達成度について考察する。

- (a) 「様々な図形に対して、一筆書きがで

きるかを実際に試し、一筆書きできない図形、オイラーグラフ、半オイラーグラフの3種類に分類することができる。」について

ワークシートを用いて、一筆書きできない図形と、一筆書きできる図形の2種類に分類することは、全員ができていた。ただ、一筆書きできる図形をオイラーグラフと半オイラーグラフに分類することができていた児童は少数であった。これは、児童が一筆書きできるかどうかを調べることに一生懸命になり、始点と終点にまで着目することができなかったこと、まとめでのおさえの弱さがあったと思われる。

(b) 「一筆書きができるときのきまりについて話し合い、自分なりの見通しを持つことができる。」について

ワークシートへの書き込み、全体交流での挙手の様子、アンケートより達成できたと考える。また、考えの交流を通して、一筆書きができるときのきまりに迫っていき、考えの交流を取り入れた価値があったと感じた。

(c) 「一筆書きができるときのきまりを知り、算数・数学への興味関心を持つことができる。」について

アンケートに、「算数を好きになることができた。」や「今度は自分でいろいろ作って試してみたい」といった回答があった。また、一筆書きできるきまりを全員が知ることができたので、このねらいも達成できたと考える。

5. 今後の課題

今回の実践における、課題は以下の2点である。

- 1つ目は、一筆書きの定義の仕方である。

児童がワークシートを用いて、一筆書きができるか調べる際に、「始点と終点が異なるので、一筆書きできない。」と答える児童が数人いた。そのため、定義を見直し、始点と終点の扱いについて、児童が理解できるようにしていきたい。

2つ目は、アンケートから、「どのような図形でも、一筆書きができる条件をみれば、一筆書きできる。」ということを理解し

ていない児童がみられた。そのため、まとめの際に、「なぜ、この条件を満たせば一筆書きができるのか」という説明を、児童が理解できるように、考えていきたい。

引用文献

[1]文部科学省、2008、小学校学習指導要領解説算数編、教育出版株式会社

日時	10月28日(日) 13時~15時
場所	大垣市スイトピアセンター学習館 6階 かがやき活動室
授業者	中村 航洋

学習指導案(文末資料1)

ねらい

様々な地図について一回で散歩できることを調べる活動を通して、一回で散歩できる地図かどうか区別し、一回で散歩できる地図の信号と道の本数の関係を考えることができる。

本時の展開

過程	ねらい	活動内容	指導援助
導入	○一回で散歩できることを把握し、一回で散歩ができるか確認できる。	<p>1. 一回で散歩できること、について知る。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・”信号 “” 道” の定義をする。 点=信号 辺=道 とする。 ・次のとき、地図は一回で散歩できるという。 <p>1 どこかの信号を出発して、すべての道を通ることができる。</p> <p>2 ただし、同じ道は二回以上通ることができない。</p> <p>2. 課題を設定する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・地図を用いて、全体で信号、道、一回で散歩できることについて約束する。 ・同じ道を通るなどのやってはいけないことを確認しておく。 ・問題用紙(文末資料1)を児童に配る。
展開	○一回で散歩できるときの特徴について調べ、考察することができる。	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">これらの地図は一回で散歩できるか調べよう。</div> <ul style="list-style-type: none"> ・一回で散歩できる地図、できない地図で、グループ分けする。 ・違いを班で話し合う。 	<ul style="list-style-type: none"> ・半オイラーグラフが一回で散歩できない児童には、最初の信号を変えて行うよう助言する。
	○見つけた地図の特徴をまとめることができる。	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">〈ヒント〉 信号から出ている道の本数を数えて、一回で散歩できる決まりを考えよう。</div> <ul style="list-style-type: none"> ・各信号から出ている道の本数を調べ、プリントに記入する。 ・一回で散歩できる地図は1、2のどちらかの条件を満たす <p>1.すべての信号から偶数本の道が出ている。</p> <p>2.奇数本の道が出ている信号が2つで、その他の信号は偶数本の道が出ている。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・話し合いが進まない班には、ヒントプリントを配り、1つの信号から出る道の本数に着目させる。 ・決まりに見通しが持てた班に問題用紙(文末資料2)を配る。
	○見つけた地図の特徴について説明することができる。	<ul style="list-style-type: none"> ・信号から出る道の本数が全て偶数のものは、最初の信号と最後の信号が一致する。(オイラーグラフ) ・奇数本の道が出ている信号が2個のものは、最初の信号と最後の信号は一致しない。(半オイラーグラフ) <p>3. 気付いたことをかく。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・早くできた子には、条件の1、2で最初の信号と最後の信号の関係に着目させる。
まとめ		なぜ、この条件を満たす時に一回で散歩できるができるかを説明する。	<ul style="list-style-type: none"> ・時間が余った班は、自分で地図を作り、お互いに問題を出し合う。

一回で散歩できるかな？パート1 (なまえ)

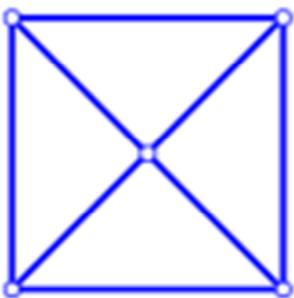
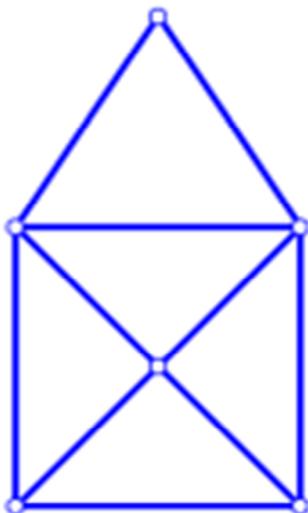
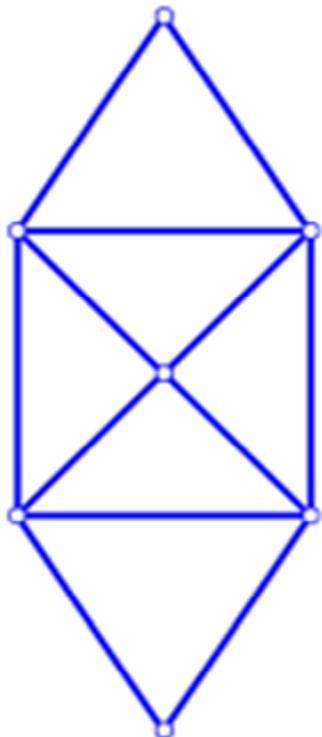
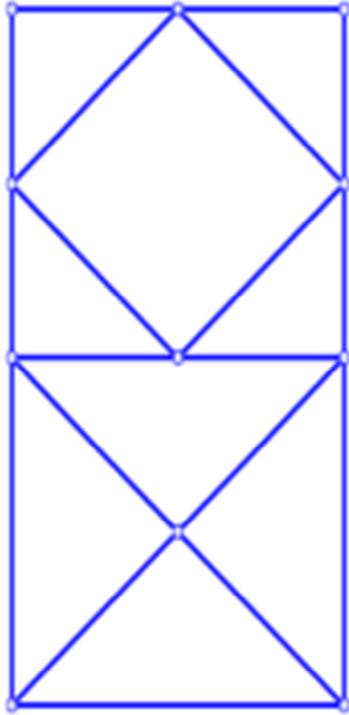
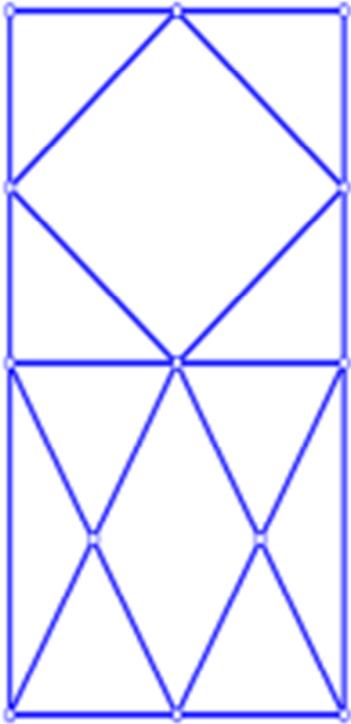
〈一回で散歩できるときの約束〉

「・」＝信号 「-」＝道 とする。

次のとき、地図は一回で散歩できるという。

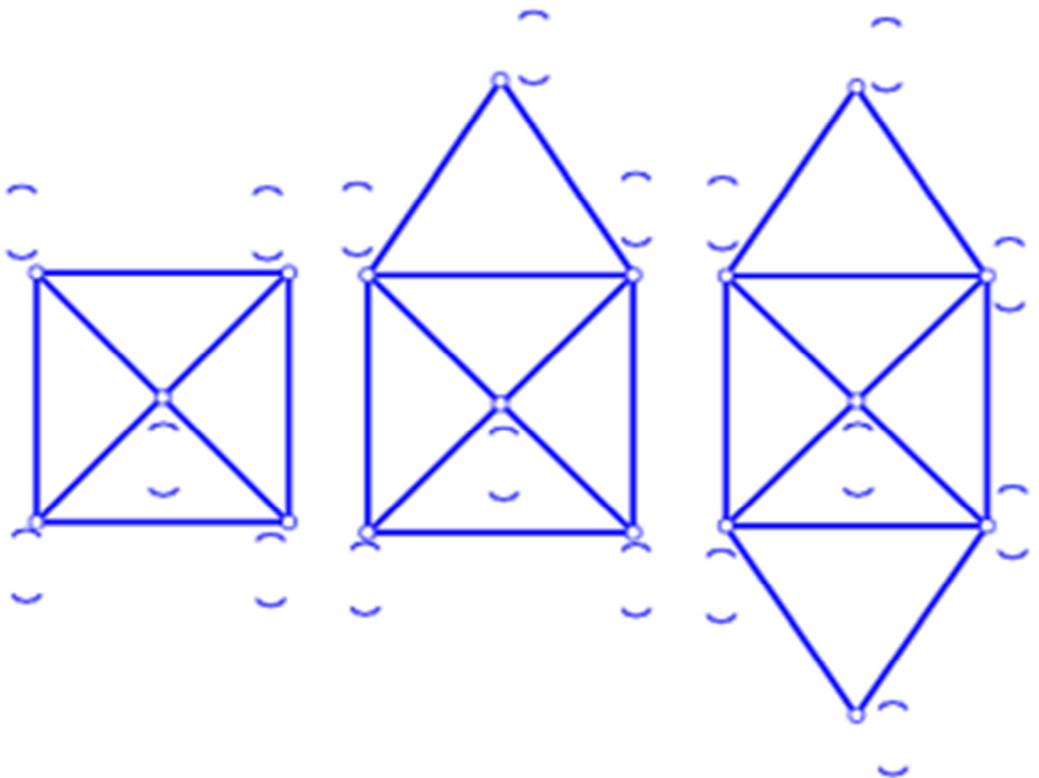
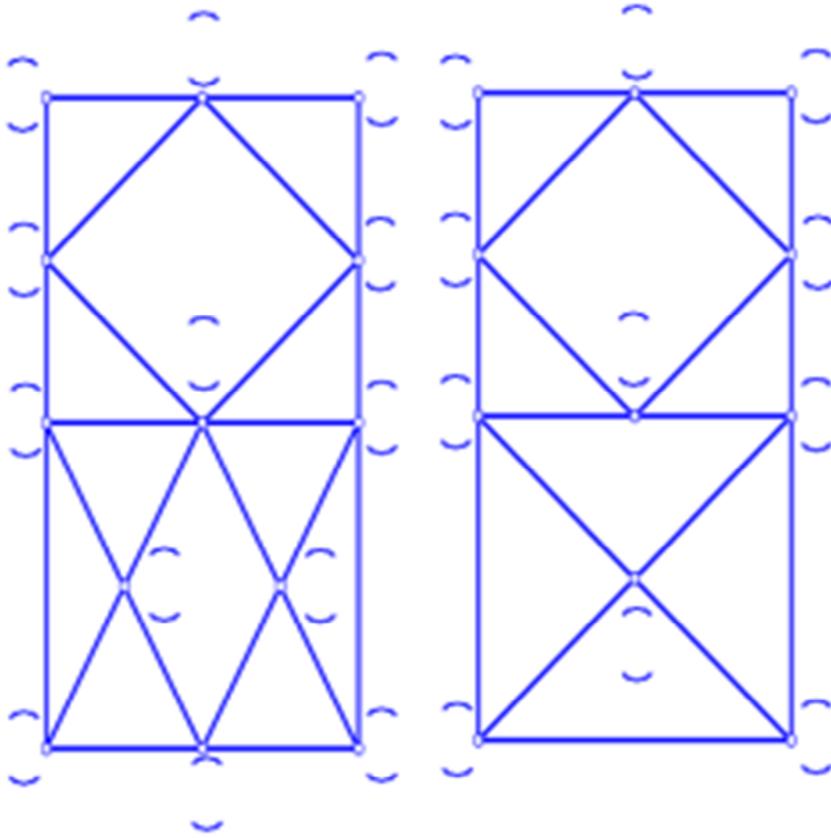
- 1 どこかの信号を出発して、すべての道を通ることができる。
- 2 ただし、同じ道は二回以上通ることができない。

これらの地図は一回で散歩できるか調べよう。



文末資料3

ヒント：1つの番号から出ている道の本数を考えて、
一回で散歩できる決まりを考えよう。



気付いたこと

文末資料 4

一回で散歩できるかな？パート2 (なまえ)

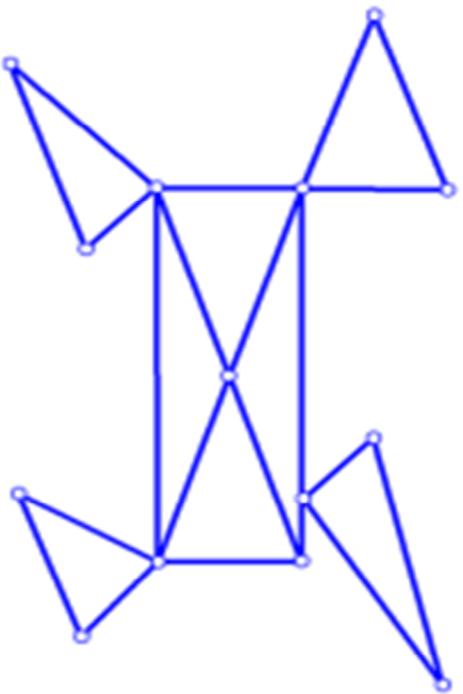
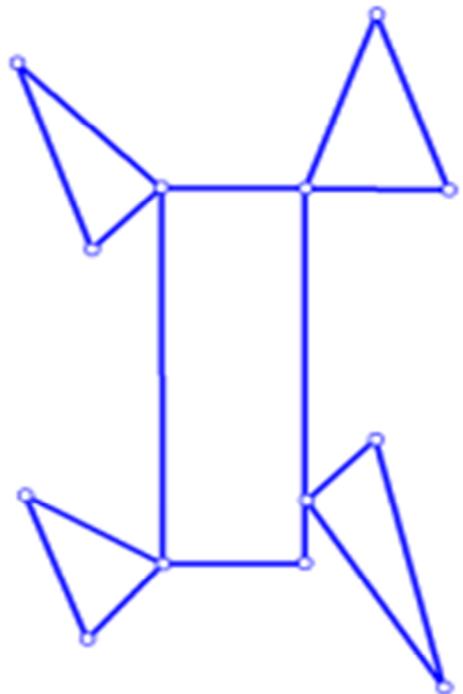
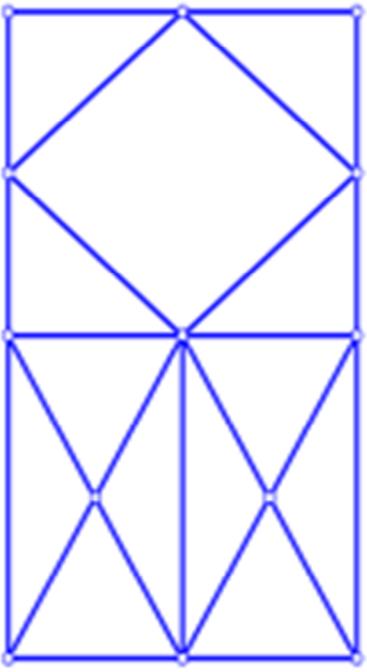
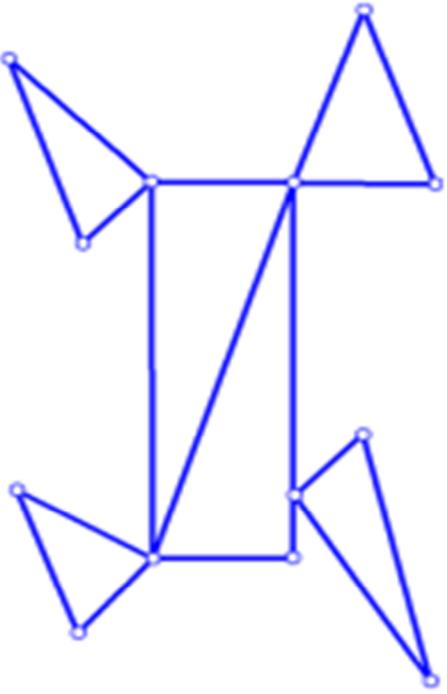
(一回で散歩できるときの約束)

「・」=信号 「-」=道 とする。

次のとき、地図は一回で散歩できるという。

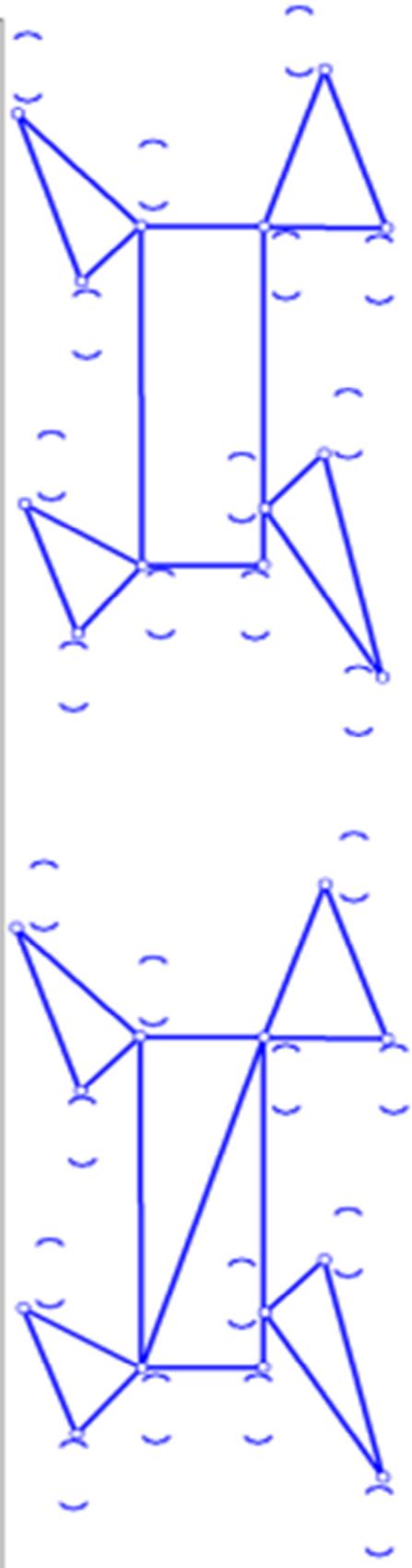
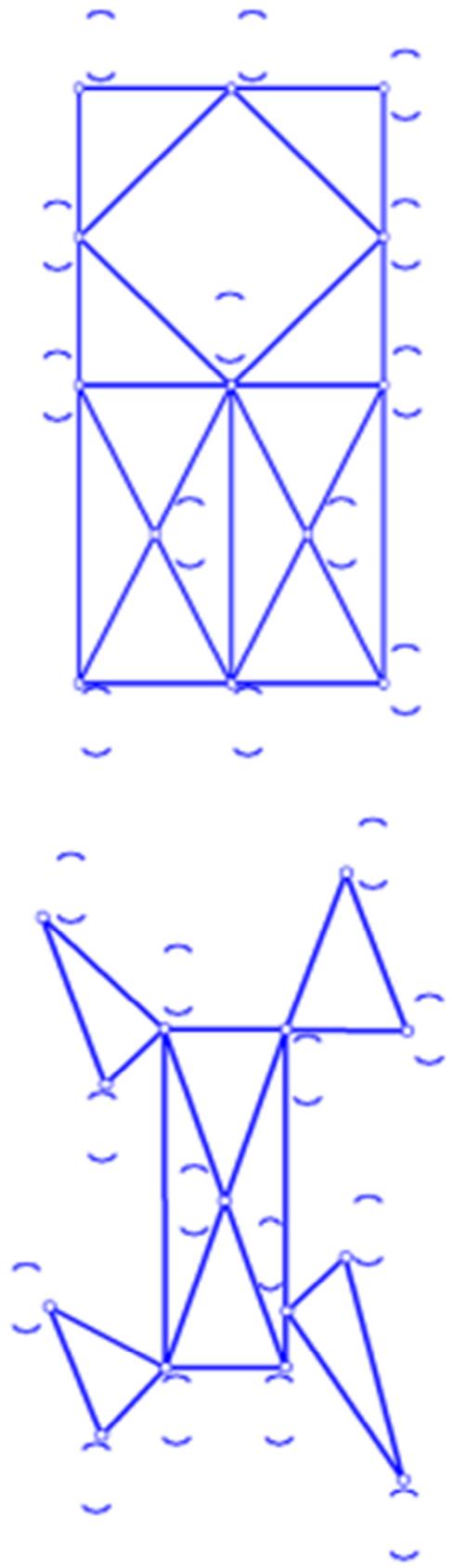
- 1 どこかの信号を出発して、すべての道を通ることができる。
- 2 ただし、同じ道は二回以上通ることができない。

これらの地図は一回で散歩できるか調べよう。



文末資料 5

ヒント：1つの信号から出ている道の本数を考えて、一回で散歩できる決まりを考えよう。



気付いたこと