

身近な現象を数学の授業で扱うには

高井利宗¹, 愛木豊彦²

数人で手をつないで輪を作り、順番に手を握っていき1周にかかる時間を計測するという簡単な実験を題材とする授業展開を提案し、その実践結果を報告する。本授業のねらいは、数理科学的な見方・考え方ができる能力を養成することである。本稿において、数理科学的な見方・考え方の解説をし、身近な現象を数学の授業で取り上げる際の注意点について述べる。また、「総合的な学習の時間」との関連についても併せて考察する。

<キーワード>身近な現象, 数理科学, 総合的な学習の時間, 数理モデル

1. はじめに

子供達の「なぜ、算数・数学を学ぶのか」という問いに対して、満足のいく回答を与えることは、数学教育の研究における重要課題の一つである。本論文では、「数学が他分野の学問と有機的なつながりをもっているからである」をその回答としたい。言い換えるならば、科学における数学の役割を理解することが、上記の疑問の解決に結びつくということである。本来ならば、この前提を検証しなければならないが、その前段階として、数学の役割を理解することができる教材の開発を目指すことにする。

科学における数学の役割は多様であり、また、とらえ方も立場によって異なるであろう。ここでは、科学における数学の役割の一つである以下のことから(*)を「数理科学的な見方・考え方」と定める。無論、一般的には数理科学的な見方・考え方は(*)を含む広いものを指すが、記述を簡単にするためにあえて(*)に制限して議論を進める。

(*)「現象から得られる数値データに対して、適当な仮定を設け2量の関係把握を行う。それらをもとに、数学理論などを用いて現象を数値的に再現し、最適状態などの解を求める

思考過程

特に、2量の関係把握についてのみ解説を与える。関係把握が具体的に意味することは次の通りである。例えば、物性などの研究の場面では、その時点における数学やコンピュータの状況によって、2量の関係を表現する方法が決定され、研究が進められていく。教育の場面では、子供の発達段階に応じて、2量の関係を単なる折れ線グラフで表すか、比例、1次関数、2次関数、指数関数などで表すかが決まり、その前提のもと何らかの解を求めていく。つまり、あるときに2量の関係を表したグラフを近似的に直線とみなしたとしても、その扱いは普遍的なものではなく、状況によって変化するということである。このような2量の関係把握とそれを前提にした数学的思考過程を、「数理科学的な見方・考え方」と呼ぶことにする。

数理モデル理論とも呼ばれるこの考え方は、剣持・越川[1]によって数学教育への導入の可能性が示され、愛木[2]、井上・近藤・愛木[3]や近藤[4]などで数理モデルの考え方を本質的に取り入れた授業の実践報告がされている。一般的な数理モデル論については近藤[5]が詳しい。

¹岐阜大学大学院教育学研究科

²岐阜大学教育学部

ここで提案する授業においては、数理モデルを作成することでなく、数値データをどのようにとらえるのかということに焦点を合わせたので、あえて「数理科学的な見方・考え方」という表現を優先的に使用している。このような考え方は、最先端の科学においてよく使われている。一例を挙げると、形状記憶合金のように対応する物理理論が確定していない素材に対しては、「数理科学的な見方・考え方」を用いてコンピュータによる数値シミュレーションを行い、製品を開発したりしている。

次に、「数理科学的な見方・考え方」を数学の授業で養成する理由について述べる。最大の理由は先に述べたように研究の場面で用いられている重要な考え方だということである。もう一つは、通常の算数や数学の授業に対する学習意欲の向上を促すと考えたからである。2量の関係にある仮定を設ける際、それを表現する方法として既習の学習内容が必要となるし（既習事項活用場面）、また、仮定設定の仕方により、新たな数学概念の導入となりうるからである。

以上で述べた事由により、「数理科学的な見方・考え方」を養うことを目的とした授業案を作成することにした。その目的から授業の題材には身近な現象を取り上げなければならない。なぜならば、(*)にあるように現象から得られる数値データを考察対象とする思考過程が「数理科学的な見方・考え方」である。それを養うことが目的である以上、子供達が現象そのものを理解するために時間を多く必要とするような題材はふさわしくない。従って、何を考察対象としているのかが、すぐわかるような身近な現象を題材に選ぶ必要がある。逆に言うと、ここでいう「身近である」というのは、現象を短時間で理解できることを意味する。

次に、身近な現象を題材とするときの注意点について述べる。それは、現象に対応する物理法則などを普遍的なものだと認識しない

ことである。中学、高校で扱う理科の法則は近似である場合が多い。従って、その法則を現象に適用した場合、理論と実験結果が完全に合うことはまれである。この理論と結果の不適合が科学や数学に対する無力感につながらないように、授業者は十分に気をつけなければならない。逆に、この不適合からより高度な数学への必要性を感じさせるようにしたい。

次節で「総合的な学習の時間」との関連、第3節で授業案の内容、第4節で実践結果と考察、最終節で今後の課題について論じる。

2. 「総合的な学習の時間」との関連

中学校学習指導要領の改訂により、「総合的な学習の時間」が導入された。各教科の時間数を削減してまで、この時間を設置していることから、「総合的な学習の時間」を子供達の成長にとってより有意義なものにしなければならない。「総合的な学習の時間」設置の目的は「生きる力」の育成である。「生きる力」とは、いかに社会が変化しようとして、自分で課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する資質や能力であり、また、自らを律しつつ、他人とともに協調し、他人を思いやる心や感動する心など、豊かな人間性を持つことである。また、「総合的な学習の時間」のねらいを見ると、

- (i) 自ら課題を見付け、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、よりよく問題を解決する資質や能力を育てること
- (ii) 学び方やものの考え方を身に付け、問題の解決や探求活動に主体的、創造的に取り組む態度を育て、自己の生き方を考えることができるようにすること

とあり、「生きる力」の養成を目的としていることが分かる。

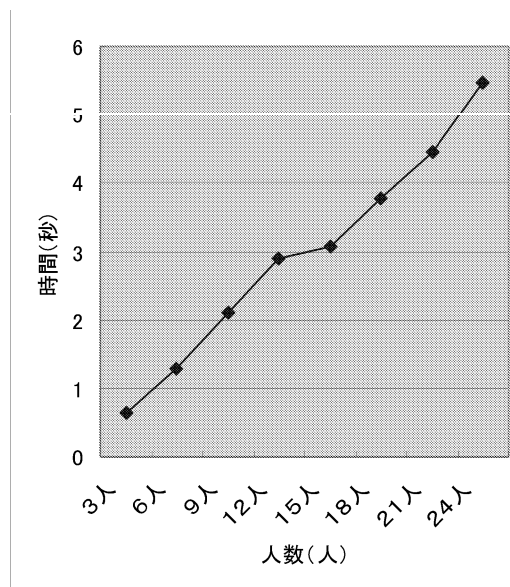
「総合的な学習の時間」が導入されてから1年以上が経ち、いくつかの問題点が浮き彫

りになってきた。多くの場合、「総合的な学習の時間」は調べ学習の形式をとる。その際、課題を発見したり、根拠を明らかにして判断したりする過程におけるスキル（技術）の教育が重要な研究課題となっている。小学校、中学校、そして高等学校でも「総合的な学習の時間」がある。そこでのスキルに関する教育内容を整理し、系統立てていく必要がある。そのスキルの一つが「数理科学的な見方・考え方」である。なぜならば、様々な調べ学習において、結果として数値データが得られ、それを処理する場面で、統計的なデータ処理の方法と関数表現が必要となるからである。

本論文の授業内容をそのまま「総合的な学習の時間」の題材として提案するのではなく、「総合的な学習の時間」における問題解決に必要なスキルを養成する単元の導入時間（第1時間目）として提案する。剣持・河辺[6]において、選択教科「数学」をそのようなスキル養成の時間としてとらえるという提言が既になされている。

3. 教材について

授業で取り上げる実験は、数人で手をつないで輪になり、ある人が隣の人の手を握ったら、その人はさらに隣の人の手を握る、という作業を繰り返し、一番はじめの人に到達するまでの時間をはかるというものである。はじめは少ない人数で実験し、人数を増やしていった、人数と時間の関係を調べる。このような手をつなぐ実験から人間の反応速度を考察対象とする授業は、既に伊藤ほか[7,8]などで実践されている。そこでの仮定は「人間の反応速度は、いつでもどんな人でもほぼ等しい」ということである。しかし、事前に行った予備実験の結果（グラフ1）から分かるように、人数が増えるに従い、微妙にはあるがグラフの傾きが急になってくることがわかる。この事実に対し、次の二つの見方が可能である。



グラフ1

- (1) 実験から生じる誤差が原因であるとし、グラフ1のグラフを直線とみる。
- (2) 待ち時間が長くなると反応速度が遅くなるといった仮説のもと、グラフを2次関数や指数関数とみる。

本授業のねらいは次の通りである。

- (I) 興味・関心をもって授業に臨み、積極的に活動に参加する。
- (II) 実験の前に予想を立て、結果を数理科学的な見方・考え方で考察することができる。

まず、前節で述べたように、スキルを養成する単元の導入時間なので何よりも、生徒の目を授業内容に向けさせなければならない。よって、(I)を設定した。そして、上記見方(1),(2)について考察させることを目的として、(II)をねらいとした。

授業の概要

- (a) 実施校：岐阜市立陽南中学校
- (b) 実施日時：平成14年7月4日、総合的な学習の時間（同じ内容を2時間繰り返した）

- (c) 対象生徒:中学生, 1~3年生 (1時間目 13名, 2時間目 16名)
- (d) 授業の流れ
- i) 実験内容の説明
 - ii) 人数と時間との関係を予想
 - iii) 人数を3人ずつ増やしながらか、1周するのにかかる時間を計測
 - iv) 実験結果をまとめ、グラフに表したものをプロジェクタで投影
 - v) グラフの見方と科学との関連について解説

この授業内容を「総合的な学習の時間」におけるスキルを養成する単元の導入時間として提案している以上、教える側が一方的に結論を出すことは適当ではない。しかし、実際の授業は、総合的な学習の時間の一講座として開講した。そのため、1時間で区切りをつけなければならなかったため、授業の流れ i) ~ iv) のあと、v) で教える側が解説することにした。「総合的な学習の時間」におけるスキルを養成する単元の導入時間として授業を行う際には、この部分 v) は生徒に考えさせ、次の時間につながるような課題設定の場面とする。

4. 結果とその分析

流れに沿って、授業の様子を紹介する。1回目と2回目の生徒の反応に大きな違いはなかったため、ここでは主に2回目の内容について述べる。

4.1. 生徒の予想について

はじめに、人数と時間の関係を予想し、グラフに表してもらった。すると、ほとんどの生徒が比例のグラフをかき、比例すると答えた。比例以外のグラフをかいた生徒は一人だけで、2次関数のグラフに似た、右上がりの曲線をかいていた。

4.2. 実験について

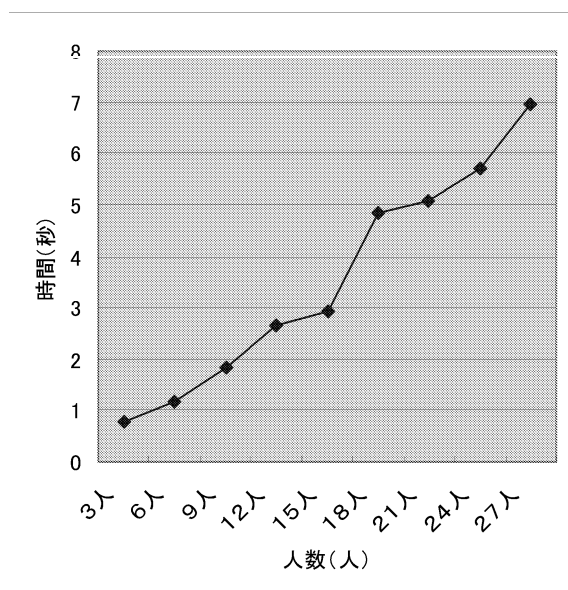
その後、実験の練習を1回行い、本番に入った。計測回数を3回とし、3回の平均時間を求めた。輪を作る人数をはじめは3人、次は6人、といったように、2倍、3倍と人数を増やしていった。生徒の数は13人だったので、当初12人で打ち切りにする予定であったが、生徒からの強い要望があり、同行していた大学生や陽南中学校の先生にもご協力いただき、27人まで計測することになった。

4.3 実験結果

結果を表とグラフに表した(表1, グラフ2参照)。第3節で述べたように途中からグラフが直線ではなくなっていく。このことに、生徒たちはとても驚いていた。自分の予想と違う結果にとまどいながらも、なぜそうなるかを自分で考えたり、友達と相談していた。しかし、配布したプリントに、気づいたことや分かったことを書いている途中で時間がきてしまい、原因を追求する時間どころか、気づいたことや分かったことの発表時間を設けることもできなかった。生徒が自主的に問題を解決しようとする態度が見られたのに、それを生かすことができなかつたのは反省すべき点である。

人数	時間
3人	0.764
6人	1.166
9人	1.844
12人	2.662
15人	2.918
18人	4.824
21人	5.074
24人	5.710
27人	6.944

表1



グラフ 2

4.4. 授業の感想

最後にこの授業の感想を書いてもらい、科学と数学との関連について簡単に述べ、授業を終了した。生徒がグラフを見て気づいたこと分かったことや感想を以下に示す（生徒が書いた文章をできるだけそのままの形で載せた）。

[気づいたこと、分かったこと]

- 12人、15人の時はあまりかわらなかったけれどどんどん遅くなっていました。
- 12～15以外は予想どうりだいたい比例していた。
- だいたいですが、人(x)が増えると、同じように、秒数(y)も増えてるので…。比例に近いのではないのでしょうか…。
- 人数が2倍、3倍…となると、時間の方も2倍、3倍…になるわけでは、なかった。
- 自分の立てた予想（比例する）とあっていたのでよかった。
- どんどんおそくなっているけどところどころいちょうになっている。

- 15人から18人までに、大はばに変わっていたけど、でも人数が増えると時間も遅くなっている、比例のグラフに近いと思った。

[授業の感想]

- 一回ごとに増せば倍に時間も増えていくと思っていたけどと中でずれたのが不思議だと思いました。その不思議をさぐっていくのが科学なんだと思いました。
- 実験をやっていると、おそくなっていく。それはびみょうなずれがあるから。
- これをきに、なににでも、疑問がもてて、ときたくなるような気がする。
- 自分の疑問に思ったことを、自分なりに考え、解決していきたいと思います。
- カンタンな実験なんだけど、おくがふかい実験だと思った。どんどん広がっていく感じで、ワクワクした。
- いろんなじっけんをこんど、ためしてみたいなとおもいました。はじめは、なにをやるのか分からなく、不安だったけど、とても、楽しかったです。
- 思っていたよりおもしろかったです。
- 授業をうけてよかった。
- またやりたい。

4.5. 考察

前節で設定したねらいが実現できたかどうかを考察する。

・ねらい(I)について

第4.2節で述べたように、より多くの人数で実験をしたいという要望があったこと、また、「楽しい」、「おもしろい」といった感想が一番多かったことから、この授業内容に対して強い興味・関心を持っていたと判断できる。

・ねらい(II)について

第4.1節から明確な予想をもち、実験に臨んだことが分かる。そして、生徒の気づいたことや分かったことを見てみると、実に様々な考え方があり、グラフを見て完全に比例としてみる生徒もいれば、比例ではないと否定する生徒もいて、さらには、比例に近い、と近似的に考える生徒もいる。「どんどん遅くなっていく」という見方も多かった。このような多様な見方、つまり第1節で述べた「数理的な見方・考え方」が既に身に付いている生徒がいることが分かった。しかし、第4.3節で述べたように生徒の意見交流の時間がとれなかったことから、ねらい(II)で述べている能力を高められたかは疑問が残る。

第4.4節の感想の一部には、最後に述べた話が大きく影響している。話の主題は、「日常生活の事象を調べるとき、必ず何かしらのずれが生じる。そのずれを解決していくのが我々の研究している科学なのである」ということであった。話の中の「ずれ」とは、今回の話でいえば人間の反応速度などがあげられる。このような話は中学生には少し難しい内容のように思われるが、感想を見るかぎり、理解している生徒もいることが分かった。

5. 今後の課題

本授業実践によって、「数理的な見方・考え方」は中学生でも理解可能であり、本教材のような題材を選べば、生徒から自然に生ずることが分かった。また、生徒の興味関心が高いことから、「総合的な学習の時間」におけるスキルを養成する単元の導入時間として適当な内容であることも分かった。しかし、今回の授業にはもちろん失敗もあり、特に時間が足りなかったことが最大のものである。時間があれば、生徒たちに自分たちの考えたことを発表することで、文章伝達能力を育てたり、他人の意見を聞いて学習するといった活動をすることも可能であった。生徒が持っている

「数理的な見方・考え方」をより深めていく必要があった。もし次に同じ授業をするときには、時間配分を再検討しなければならない。

そして、何よりも「総合的な学習の時間」におけるスキルを養成する単元の構成について考察していかなければならない。この実験から得られた「反応時間がどんどん遅くなっていく」という仮説をどのように検証していくのか、どのように数式を用いて表現していくのか、そこで必要な数学の知識をどのように体系化していくのか。課題は多い。従って、今後はここで紹介した実験を3時間、5時間といった長期的な枠組みで扱う際の内容についてより吟味していく予定である。

最後に、今回の授業実践にあたり、多大な御協力をいただきました陽南中学校のみなさまに深く感謝いたします。

引用文献

- [1] 剣持信幸・越川浩明, 1998, 「コンピュータ科学から数学教材を考える」, 千葉大学教育実践研究, 第5号, pp.77-86.
- [2] 愛木豊彦, 2002, 算数・数学教材開発の今後の方向について, 岐阜大学カリキュラム開発研究センター研究報告, Vol. 21, No. 2, pp.1-8.
- [3] 井上春奈・近藤法和・愛木豊彦, 2002, 数理モデルを構成する授業実践, 2002年度数学教育学会春季年会発表論文集, pp.4-6.
- [4] 近藤法和, 2002, モデリングの考え方を活用する授業のあり方についての一提案, 岐阜数学教育研究, Vol. 1, pp. 41-53.
- [5] 近藤次郎, 1973, 「社会科学のための数学入門 -数学モデルの作り方-」, 東洋経済新報社.
- [6] 剣持信幸・河辺圭介, 2002, 数理的処理のためのSkillの学習, 2002年度数学教育学会秋季例会発表論文集, pp. 41-43.

- [7] 伊藤昭夫ほか 11 名, 2002, 工学部の視点からの数学教材開発－1 つの授業実践報告－, 2002 年度数学教育学会秋季例会発表論文集, pp. 38-40.
- [8] 伊藤昭夫ほか 11 名, 2002, 工学部教職課程が養成すべき 1 つの教師像について, 近畿大学工学部紀要, 第 32 巻, pp. 15-68.