岐阜数学教育研究
2003,Vol.2, 128-146

和算を用いた総合的な学習における教材の一提案
～高校数学セミナーでの実践を通して～

山路健祐[1]，山田雅博[2]

平成10年に学習指導要領が改訂され，今後の教育の目指す方向性が示された。改訂に伴い，新しく総合的な学習の時間が設置された。これを新しい教育のできるチャンスであるととらえ，数学教育のねらいに対し有効な教材を開発していくことを研究の目的とする。そこで，日本古来の数学である和算を取り上げ，事象の中から自ら問題を見出し問題解決に向けて自ら課題を立て追究をしていき，その過程で数学的な見方考え方を養えるような教材開発とその実践，考察を行った。

＜キーワード＞総合的な学習の時間, 和算, 数学的な見方考え方

1. はじめに

21世紀を迎えて，日本はいま様々な分野において大きな改革が進められている。教育についてもまたしかりであり，社会や子供たちの変化やニーズに対応して大胆な改革が求められている。そうした社会の要請に基づいて，平成10年度から11年度にかけて学習指導要領が改訂された。そこでは，今後数学教育が目指す方向のひとつとして,「ゆとりの中で基礎・基本が確実に定着する数学教育」が示され，学習指導要領ではその定める内容を,「基礎的・基本的な内容」に厳選している。基礎的・基本的な内容は，様々な場面における活用や次への発展を通して，その有用性や，重要性を感得し，理解が深まるのである。したがって，必修の数学の時間の中で，基礎的・基本的な内容の理解を図るとともに，その内容を活用することまでを視野にいれた取り扱いが重要となる。そのために，これまで学んだ内容や身につけた考え方を駆使して，取り組めるような教材を開発し，位置づけていくことが必要となる。また，総合的な学習の時間など，様々な教科との横断的・総合的な学習ができる時間や，教科の内容についてこれまでと違ったアプローチの可能な科目を新しい教育のできるチャンスであるととらえ，数学教育のねらいに対し有効な教材を開発していく必要がある。

2. 教材開発にあたって

今回，高等学校「総合的な学習の時間」において，用いることが可能な教材の開発を試みた。この教材は高等学校数学基礎においても有用であると考え，その側面からも同時に見ていくこととする。ただし，実践については，総合的な学習の時間における有用性の考察にとどめる。本教材を用いた実践の目的は以下の2点である。

(1) 数学的見方・考え方を養う

数学的な見方・考え方は大きく2つに分類される。1つは，問題解決過程において方向性（見通し）を見出す考え方である。主に，帰納的な考え方，類推的な考え方，演繹的な考え方などがあげられる。もう1つは，その場面

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部

その場面での見方である。主に，抽象化する見方，単純化する見方，一般化する見方などがあげられる。

数学教育にとって，このような見方・考え方は，教科の内容を支えるものであり，新たな概念を構築していく際に重要となるものである。また，教科の枠にとらわれることなく，このような見方・考え方は広く日常生活に置いても事象を考察したり，問題を解決したりする際に重要かつ役立つものである。

教材開発をするにあたり，このような数学的な見方・考え方を養うことに重きを置くことにする。

(2) 和算の教材化についての考察

和算とは，江戸時代から明治時代初期にかけて日本で独自に発展した数学である。和算は，吉田光由に始まり関孝和によって高等数学の分野が開拓され，関孝和の弟子たちの活躍により数学は年を経ると共に程度が高くなり，多くの研究分野をもつに至った。その中でも，数学が庶民に広がるひとつのきっかけとなった吉田光由『塵劫記』に着目した。この『塵劫記』には，実際の生活に役に立つ題材と共に，多くの遊戯的な問題が載せられており，その内容は今日まで伝わるものも少なくない。このころの数学書の特徴としては，問題の後に解として計算の仕方が示されているだけで，なぜそのように計算すればよいかという説明がほとんどないことが挙げられる。しかし,「なぜそうするのかを考えてみよ」ということを求め，子どもにそれを考えさせたとしたら，現代においても教育的な価値が十分にある。このことは片野 [1;p.21] ですでに指摘されている。

今回，日本古来の数学である和算をもとに教材開発を行うこととした。和算を扱うことによって，以下の効果を得ると考えた。

① 和算の問題を解決していく過程で，基礎的・基本的な内容を繰り返し用い，それらについての理解を深める。また，数学に取り組む姿勢や，問題解決の過程における数学的な見方・考え方を高める。
② 現代の数学における解法と和算における解法を比較し，数理的な処理のよさを味わい，その処理の仕組みを理解することができる。
③ 和算を知ることにより，数学を今までとは違った面から認識することができ，数学の深さを感じる。また，遊戯的な問題を通しての学習内容の理解・活用により，数学のもつ愉しさを味わう。

①について述べる。過去も現代も数学に対する姿勢・見方・考え方といった面で共通するものがある。ゆえに，既習の基礎的・基本的な内容や数学的な考え方を繰り返し用い和算の問題を追求していく中で，それらについての理解を深めていくことができるのではないかと考える。また，和算の問題を追究する中で，新たな数学的な見方・考え方に気づくことができるのではないかと考える。そのため，目的 (1) を達成させるための素材として有効であると考える。

②について述べる。和算では，実際の数値を用いた計算や，段階的なアプローチにより，帰納的に結論を導き出す。本実践では和算の題材を様々な角度から考察を重ね，帰納的に結論を導き出す手法によって，問題解決のための方向性を明らかにしたり，結論に対する見通しを立てたりすることのよさを実感しつつ，現代の数学的手法を用いて，演繹的に成り立つことを示す。このような活動を通して，双方の考え方のよさを学び，また，現代的手法の数理的な処理のよさを実感することができる。

③について述べる。数学は，体系づけられており，小学校・中学校と系統的に学習して

いく。その中で，学習した基礎的・基本的な内容をもとに，次の学習へとステップ･アップしていく。そして，新たな内容を学習する中で，基礎的・基本的な内容の大切さや，数学的な見方･考え方を養っていく。このような，数学教育の中で和算を取り扱うことで，体系づけられた数学を味わうとともに，数学のもつ文化や歴史といった面からも子どもたちに数学の魅力というものを伝えることができるのではないかと考える。つまり，いま学んでいる数学がどのような経緯で創造されてきたか，また，昔の日本人の学んでいた数学はどのようなものだったのか，当時の人たちは数学をどのようにとらえていたのかということを和算を通して学ぶことで，数学というものに対する，認識が広がる。

3．目的を達成するための手段

(1) 数学的な見方・考え方を養う

数学的な見方･考え方を養うとしたときに，子どもが強い課題意識を持って追究し，困難な部分について，うまい表現や処理の仕方や何かよい考え方はないかという必要感に迫られたとき，見方・考え方のよさを理解し，それらは養われていく。したがって，目的を達成するための教材の取り扱い方，課題の焦点を絞ること，既習内容との関連などについて考えていかなければならない。そのため，授業の際に以下の点について，重点的に指導を行う。

①強い課題意識を持たせるための導入部分の工夫

強い課題意識を持たせるために,「素材自身のもつおもしろさを体験させる」ことや,「段階的な問題提示」など，素材に応じて取り扱い方を工夫し，子どもの問題に対する興味・関心を高める。また，どんなことが成り立っているかわからない事柄について，反例を示すことで，課題意識や一般的性質に対する知的探求心を高める。

②数学的な見方・考え方を喚起させるノート表記・振り返りの指導の重視

追究過程において，数学的な見方・考え方を喚起させ，追究の見通しや，方向性を見出そうとするときに，これまでの追究の過程をわかりやすく整理してノートにまとめることが重要となる。わかりやすく整理してノートにまとめていくことで，振り返りが容易になり，特に，数値を変化させていった場合について，それらを連続的に見つめることができる。それは，追究の中から一般的性質を導き出すことにつながる。

(2) 和算の教材化についての考察

岐阜県教育委員会主催による「学力向上プラン高校数学セミナー」において実践を行い，その効果を調査・分析する。本実践は全6回の上記セミナーの3日間を対象とし，1日3時間 ×3 コマ行う。岐阜県内のセミナー受講を希望する高校生29名に対し，和算の題材の中から「油分け算」,「薬師算」,「継子立て」を上記セミナーの素材として取り扱う。そのうち,「継子立て」について，実践研究として位置づけ，総合的な学習の時間および数学基礎の双方に適するか事後の調査により考察を行う。

4．学習過程

現在（平成15年）の高等学校「総合的な学習の時間」のねらいについて，学習指導要領－総則編－で以下のように示されている。[2;p.133]

> 総合的な学習においては，次のようなねらいをもって指導を行うものとする。
> (i) 自ら課題を見付け，自ら学び，自ら考え，主体的に判断し，よりよく問題を解決する資質や能力を育てること。
> (ii) 学び方やものの考え方を身に付け，問題の解決や探求活動に主体的，創造的に取り組む態度を育て，自己の在り方生き方を考えることができるようにする。

先に3.1節で述べたことは，学習指導要領

における(ⅰ)，(ⅱ)を十分に満たすものであり，2.2節で述べたように，和算はそれを達成するに足りる素材である。また，和算という歴史的一面にふれることで，江戸時代の文化などの日本史としての見方や，当時の世界の数学と比較することで，世界史としての広がりをもたらすことができる。また，当時の文体に実際にふれることで，漢文・古文や，算額などを扱うことで，顔料・材質の選択という面から，美術，技術などと関わらせるなど，各教科・科目等で身に付けられた知識や技能等を相互に関連づけ，深め，総合的に働くようにすることのできる素材である。

また，同学習指導要領では，総合的な学習の時間の授業時数について次のように定めてある。[2;p.145]

総合的な学習の時間の授業時数については，卒業までに105～210単位時間を標準とし，各学校においては，学校や生徒の実態に応じて，適切に配当するものとする。

上記の通り，総合的な学習の時間について，各学年の明確な時数は示されてはいないが，ここでは，年間35週行うものとして，総合的な学習の時間で和算を取り扱う場合の指導計画を考える。

また，数学基礎の目標について，学習指導要領－数学編－で以下のように示されている。[3;p.31]

数学と人間とのかかわりや，社会生活において数学が果たしている役割について理解させ，数学に対する興味・関心を高めるとともに，数学的な見方や考え方のよさを認識し数学を活用する態度を育てる。

数学基礎は平成11年の学習指導要領改訂で新しく導入された科目である。この科目は，生涯学習の基礎を培う科目の1つとして，生徒の特性等の多様化を踏まえ，より個に応じた指導ができるよう「数学Ⅰ」と選択的に履修できる必履修科目として設けられた。その構成は，「(1) 数学と人間の活動」，「(2) 社会生活における数理的な考察」および「(3) 身近な統計」となっている。また，「(1) 数学と人間の活動」について，ねらいは以下のように示されている。

数量や図形についての概念等が人間の活動にかかわって発展してきたことを理解し，数学に対する興味・関心を高める。

先にも述べたように和算は，数学を文化や社会などとの関連からとらえることの可能な素材である。よって，和算を数学基礎で取り扱う位置づけを，「(1) 数学と人間の活動」とし，その中の1単元として取り上げる。また，数学基礎として和算を扱う場合は，総合的学習の時間で取り扱う場合から部分的に構成するものとする。

5. 指導計画

下表は総合的な学習の時間の指導計画。※は数学基礎としても取り扱う部分。

単元名	和算
授業時数	総合的な学習の時間. . . 全 35 時間 ※数学基礎. . . （全 6 時間）

時数	主な学習活動	主な生徒の学習
1	オリエンテーション	学習計画・ファイルづくり
2 ※ 3	和算について知る	教師の説明を聞く。 図書館やインターネットでの調べ学習
4 ※ 5 6 7	現代文に直してある和算の問題を解く	和算の問題の中から, これまでの学習内容で，比較的容易に解ける問題を解く。 ＜例＞ 虫食い算，鶴亀算，小町算，さっさ立て，盗人算など
8 9	和算の文体，表現について	漢文についての理解。単位や和算用語の理解
10 ※	和算の問題を解く (薬師算)	薬師算について解く
11		薬師算の発展的考察
12		薬師算の追究の発表，まとめ
13 ※	和算の問題を解く (油分け算)	油分け算について解く
14		自己課題を設定し，課題別追究
15		油分け算の追究の発表，まとめ
16 ※	和算の問題を解く (継子立て)	継子立てについて解く
17		継子立ての一般的考察についての追究
18		継子立ての追究の発表，まとめ
19	算額について知る	教師からの説明，図書館，Internet
20 21	算額の問題を解く	方程式や図形の問題でこれまでの学習で解ける問題を解く
22	算額の形式を知る	和算の用語の説明を聞く
23	算額の問題を解く	円に関する問題の問題文，答，術文を理解する。
24 25	算額の問題を解く	円に関する問題に挑戦する
26 27 28 29	自分で算額を作る	類似問題をつくって解いてみる 作図，問題文，模範解答をつくり， 書式を合わせて書く 算額を作ろう コンクールに応募する
30 31	仲間が作った算額を解く	仲間が作った算額の問題を解いてみる。
32 33 34	◯ ◯ 高校算額大全集作成	印刷・製本する 同時にホームページ神社を作成し， HP 神社に算額奉納
35 ※	まとめ	感想交流

今回の実践では,「総合的な学習の時間」および「数学基礎」の双方に用いることのできる教材の開発を目的とするので，指導計画の16〜18にあたる「継子立て」を実践し，その有効性を検証することとした。

6. 教材研究－継子立て－

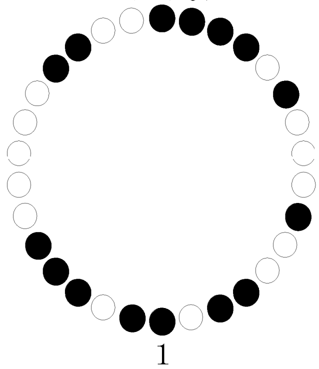
継子立て（吉田光由『塵劫記』寛永 8 年，1631 年）

> 継子だての事
> 子三十人有，内十五人は先腹，残る十五人は当腹也。右の如く立ならべ，十にあたるをのけて，又十にあたるをのけ，十九人までのけて，残る一人にあとをゆづり可申といふ時，まま母かく如くたてたる也。さてかぞへ候へば，先腹の子十四人までのき申候時，いま一たびかぞへ候へば，先腹の子みなのき申候ゆへに，一人残りたるまま子のいふやうは，あまりかた一双にのき申候間，今よりはわれよりかぞへ候へば，当腹の子皆のき，先腹一人残る也。[4;p3]

〈継子立て [5;p46]〉

【問題文】

子どもが三十人いる。そのうち十五人は先妻の子，つまりまま子で，残り十五人は後妻の子である。この三十人の子に遺産を分けるのに，この中の一人だけに与えようと後妻が考えた。後妻は図のように三十人の子どもを円形に並べて，順に数え，十人目ごとに子どもを引き抜き，最後の一人に遺産を与えることにした。ところがまま母は子どもを図のように並べた。(塵劫記では，まま子は白い着物を，実子は黒い着物を着ている。図では◯がまま子，●が実子を表す。)



このように並べて，1 のところから数えはじめたため，十人目ごとに引き抜かれるのはまま子ばかりである。そしていよいよまま子がただ一人となり，しかも今度はその子どもが引き抜かれる番である。そこでこのまま子がまま母にお願いをした。「これではあまりに不公平ではありませんか。今度私が抜かれたらまま子ばかり十五人全部がいなくなってしまいます。どうか今度は私から十人目ごとに数えてください。」まま母はそう言われてはいたしかたなく，またいくらなんでも残りの十六人のうち，このまま子から数えて最後に残るのがこの子どもになるはずがなかろうと思ったので，この子から十人目ごとにのぞいていったところ，どうしたことか最後に残ったのはこの数え始めのまま子であった。

ここには特に質問事項が書かれていないが，16 人の子供を並べて 10 番目ごとに除いていくと，最後に残るのは確かに数えはじめの子供となる。しかし，5 番目ごとに除いていく場合などその他の場合になると調べなければわからない。

この総数(今の場合は16)と取り除く数(今の場合は10)についての計算方法を考える。

今，総数をn($n \geqq 2$)とする。取り除く数を10とし，最後に残る子供を調べる。最初の数えはじめをS_1とし，時計回りにS_2，S_3，$\cdots$，S_nとする。最初に取り除く子どもをS_kとするとkは，取り除く数10から総数を引けるだけ引いた数である。つまり，k＝(取り除く数)÷(総数)の余りである。取り除く数≦総数の場合，kは取り除く数のまま(ここでは10)である。

$n=2$のとき

$10 \div 2 = 5 \cdots 0$

余り0ということはS_2が取り除かれる。よって，S_1が最後に残る。

$n=3$のとき

$10 \div 3 = 3 \cdots 1$

余り1より，S_1が取り除かれ，S_2，S_3が残る。S_2が次の数え始めになるので$S_2 = S'_1$，$S_3 = S'_2$とする。これは(1)の場合と同じになるので，S'_1が残る。よって，S_2が最後に残る。

$n=4$のとき

$10 \div 4 = 2 \cdots 2$

余り2より，S_2が取り除かれ，S_1，S_3，S_4が残る。S_3が次の数え始めになるので，$S_3 = S'_1$，$S_4 = S'_2$，$S_1 = S'_3$とする。(2)より，S'_2が残る。よって，S_4が最後に残る。

$n=5$のとき

$10 \div 5 = 2$

余り0より，S_5が取り除かれ，S_1，S_2，S_3，S_4が残る。S_1が次の数え始めになるので，$S_1 = S'_1$，$S_2 = S'_2$，$S_3 = S'_3$，$S_4 = S'_4$とする。(3)より，S'_4が残る。よって，S_4が最後に残る。

$n=6$のとき

$10 \div 6 = 1 \cdots 4$

余り4より，S_4が取り除かれ，S_1，S_2，S_3，S_5，S_6が残る。S_5が次の数え始めになるので，$S_5 = S'_1$，$S_6 = S'_2$，$S_1 = S'_3$，$S_2 = S'_4$，$S_3 = S'_5$とすると，(4)より，S'_4が残る。よって，S_2が最後に残る。

同様に考察していくと，次の表が得られる。

総数	最初に取り除かれるもの		2回目の順番	最後に残るもの
2	$10 \div 2 = 5 \ldots 0$ (4余り2)	S_2	S_1	S_1
3	$10 \div 3 = 3 \ldots 1$	S_1	S_2,S_3	S_2
4	$10 \div 4 = 2 \ldots 2$	S_2	S_3,S_4,S_1	S_4
5	$10 \div 5 = 2 \ldots 0$ (1余り5)	S_5	S_1,S_2,S_3,S_4	S_4
6	$10 \div 6 = 1 \ldots 4$	S_4	S_5,S_6,S_1,S_2,S_3	S_2
7	$10 \div 7 = 1 \ldots 3$	S_3	S_4,S_5,S_6,S_7,S_1,S_2	S_5
8	$10 \div 8 = 1 \ldots 2$	S_2	S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_1	S_7
9	$10 \div 9 = 1 \ldots 1$	S_1	S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9	S_8
10	$10 \div 10 = 1 \ldots 0$ (0余り10)	S_{10}	S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9	S_8
11	$10 \div 11 = 0 \ldots 10$	S_{10}	S_{11},S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9	S_7
12	$10 \div 12 = 0 \ldots 10$	S_{10}	S_{11},S_{12},S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9	S_5
13	$10 \div 13 = 0 \ldots 10$	S_{10}	S_{11},S_{12},S_{13},S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9	S_2
14	$10 \div 14 = 0 \ldots 10$	S_{10}	S_{11},S_{12},S_{13},S_{14},S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9	S_{12}
15	$10 \div 15 = 0 \ldots 10$	S_{10}	S_{11},S_{12},S_{13},S_{14},S_{15},S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9	S_7
16	$10 \div 16 = 0 \ldots 10$	S_{10}	S_{11},S_{12},S_{13},S_{14},S_{15},S_{16},S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9	S_1

〈表１〉

このように，順番に考えていくと総数16人で，10番目を取り除いていくと最初の数え始めであるS_1が最後に残ることがわかる。

ここで，総数と，最後に残るものに注目して表にまとめてみる。

総数 (n)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
最後に残る数 (P_n)	1	2	4	4	2	5	7	8	8	7	5	2	12	7	1

〈表2〉

上の表より，P_nを総数nのとき最後に残る数とすると，

$$\mathbf{P}_n = (\mathbf{P}_{n-1} + \mathbf{10}) \div \mathbf{n} \text{ の余り}$$

(ただし，余りが0のときは，商を1つ減らし，余りをnとする。)

という関係が見いだせる。つまり，

①$n=2$のとき

1が最後に残る。

②$n=3$のとき

$n=2$のときの最後に残る数1に10を加え，3で割る。

$(1+10)\div 3 = 3 \ldots 2$

よって，2が最後に残る。

③$n=4$のとき

$n=3$のときの最後に残る数2に10を加え，4で割る。

$(2+10)\div 4 = 3 \ldots 0$

↓

$(2+10)\div 4 = 2 \ldots 4$

よって，4が最後に残る。

④$n=5$のとき

$n=4$のときの最後に残る数4に10を加え，5で割る。

$(4+10)\div 5 = 2 \ldots 4$

よって，4が最後に残る。

⑤$n=6$のとき

$n=5$のときの最後に残る数4に10を加え，6で割る。

$(4+10)\div 6 = 2 \ldots 2$

よって，2が最後に残る。

⑥$n=7$のとき

$n=6$のときの最後に残る数2に10を加え，7で割る。

$(2+10)\div 7 = 1 \ldots 5$

よって，5が最後に残る。

⑦$n=8$のとき

$n=7$のときの最後に残る数5に10を加え，8で割る。

$(5+10)\div 8 = 1 \ldots 7$

よって，7が最後に残る。

同様にして，

⑧$n=16$のとき

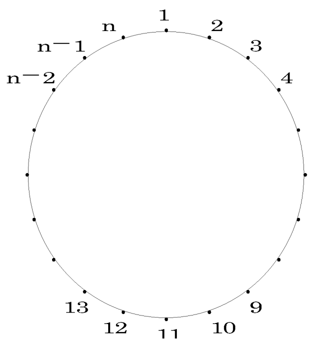
$n=15$のとき最後に残る数7に10を加え，16で割る。

$(7+10)\div 16 = 1 \ldots 1$

よって，1が最後に残る。

別解

総数$n (n \geqq 2)$とし，10番目ごとに取り除くとする。ここで，図1のような輪を考える。



〈図1〉

数え始めの子どもを決め，ある子どもが時計回りに数えていきk番目$(1 \leqq k \leqq n)$のとき，その子どもの座標はkであるとする。また，はじめの座標をN_1座標と呼ぶ(図1)。

一般に，n個の輪で，1個目から数えて10番目の子どもの座標は，前述の通り

(10番目の子どもの座標) ＝ 10÷ nの余り

となる。ただし，上式の右辺において，余りが 0 のときは，10 番目の子どもの座標は n であると定義する。

$n = 10$ のとき

上の定義より，余り 0 なので 10 番目の子どもの座標は 10 である。

$n > 10$ のとき

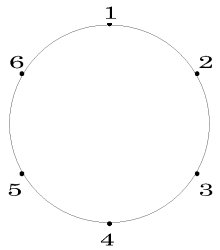
$$10 \div n = 0 \ldots 10$$

より，10 番目の子どもの座標は 10 となる。

$n < 10$ のとき，

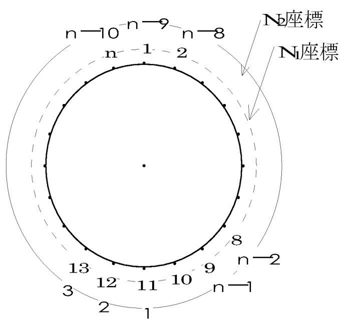
10 番目の子どもの座標＝10÷ n の余り

例）$n = 6$ のとき (図２)
10 番目の子どもの座標は，
$10 \div 6 = 1 \ldots 4$
より，4 となる。



〈図２〉

最初に 10 番目の子どもを取り除いた後，その次 (11 番目) の子どもから新しく 1，2，3... と数え直す。そのとき k' 番目 ($1 \leqq k' \leqq n - 1$) の子どもの座標を k' とする。また，その座標を N_2 座標と呼ぶ (図３)。



〈図３〉

$n > 10$ のとき，

N_2 座標 (k')	1	2	3	...	$n - 10$	$n - 9$	$n - 8$	...	$n - 2$	$n - 1$
N_1 座標 (k)	11	12	13	...	n	1	2	...	8	9

$11 \leqq k \leqq n$ に対して，

$$k = k' + 10$$

が成り立つ。

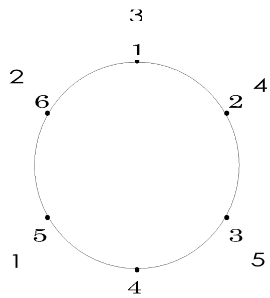
$1 \leqq k \leqq 9$ に対しては，
$k' + 10 > n$ となるので，

$$k = (k' + 10) \div n \text{ の余り}$$

となる。これは，$k = n$，すなわち，$k' = n - 10$ のとき，$(k' + 10) \div n$ の余りを n と定義すれば，$1 \leqq k \leqq n$（$k \neq 10$）に対して成り立つ式である。

次に，$n < 10$ のとき を考える。

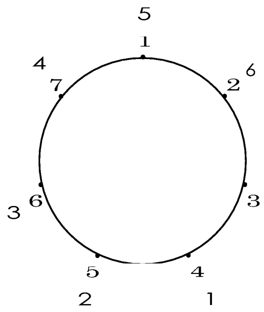
$n = 6$ のとき (図４)



〈図４〉

先の考察より，最初に取り除かれる子どもは N_1 座標の 4 であることがわかる。このとき，N_2 座標の 1，2，3，4，5 に対して，N_1 座標は，5，6，1，2，3 となる。

$n = 7$ のとき (図５)



〈図５〉

最初に取り除かれる子どもは，$10 \div 7 = 1...3$ より，N_1 座標の 3 であることがわかる。このとき，N_2 座標の 1，2，3，4，5，6 に対して，N_1 座標は，4，5，6，7，1，2 となる。$n < 10$ のとき，すべての $k(1 \leqq k \leqq n)$ に対し，$k' + 10 > n$ となるので，$n < 10$ のとき N_1 座標 (k) と N_2 座標 (k') の関係は,

$$k = (k' + 10) \div n \text{ の余り}$$

となっていることがわかる。

これは，$n \geqq 10$ のときにも成り立つので，次のことがいえる。

すべての n に対して，
N_1 座標＝(N_2 座標＋10)÷n の余り
という関係が成り立つ。(ただし，余り 0 のときは n とする。)

このことから，$n - 1$ 個の輪で最後に残る座標がわかれば，それを１つ前の座標になおしたものが，n 個のときの最後に残る子どもの座標となる。

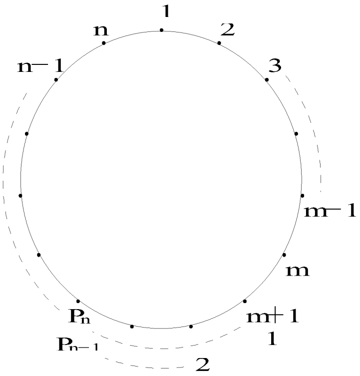
ゆえに，P_n を，n 個の子どもの輪で最後に残る座標とすると，

$$\mathbf{P_n = \{P_{n-1} + 10\} \div n \text{ の余り } (n \geqq 3)}$$

と表すことができる。

一般的考察

今，総数 $n(\geqq 2)$，数え始めから m 番目の子どもを取り除くとする。最後に残る子どもの座標を P_n とすると，最初の数え始めから m 番目の子どもが取り除かれるので，$m + 1$ 番目の子どもが次の数え始めの子どもとなる。このとき，総数 $n - 1$ の輪において，最後に残る子どもは，１つ前の総数の輪において最後に残る子どもに等しい。ただし，座標の関係は「$P_n = (P_{n-1} + m) \div n$ の余り」となっている。



〈図６〉

このことを合同式を用いて表すと，

$$P_n \equiv P_{n-1} + m \pmod{n}$$

となる。$(n \geqq 3)$

ここで，吉田光由『塵劫記』(寛永８年) の継子立てでは，総数 16 で，10 番目の子どもを取り除いていくので,

$P_2 = 1$
$P_3 \equiv 1 + 10 \pmod{3}$　$P_3 = 2$
$P_4 \equiv 2 + 10 \pmod{4}$　$P_4 = 4$
（$P_4 = 0$ としない）
$P_5 \equiv 4 + 10 \pmod{5}$　$P_5 = 4$
$P_6 \equiv 4 + 10 \pmod{6}$　$P_6 = 4$
$P_7 \equiv 2 + 10 \pmod{7}$　$P_7 = 2$
$P_8 \equiv 5 + 10 \pmod{8}$　$P_8 = 5$
$P_9 \equiv 7 + 10 \pmod{9}$　$P_9 = 7$
$P_{10} \equiv 8 + 10 \pmod{10}$　$P_{10} = 8$
$P_{11} \equiv 8 + 10 \pmod{11}$　$P_{11} = 8$
$P_{12} \equiv 7 + 10 \pmod{12}$　$P_{12} = 7$
$P_{13} \equiv 5 + 10 \pmod{13}$　$P_{13} = 5$
$P_{14} \equiv 2 + 10 \pmod{14}$　$P_{14} = 2$
$P_{15} \equiv 12 + 10 \pmod{15}$　$P_{15} = 7$
$P_{16} \equiv 7 + 10 \pmod{16}$　$P_{16} = 1$

よって，この場合数え始めが残る。

7. 実践計画

日時 ８月１１日「油分け算」

８月１２日「薬師算」

９月２０日「継子立て」（本時）

対象 岐阜県内の高校生

上記の日程および対象で実践を行った。本時の授業のねらいを以下に示す。

> 物語の中から自主的に疑問点を持ち，法則を見出すときに,「1つ前の状態に帰着させる」ことに気づき，追究過程における表現の仕方，考察の仕方，振り返りの重要性を理解し，解を求めることができる。

本時における３節の目的を達成するための手段 (1) との関連性について述べる。

①強い課題意識を持たせるための導入部分の工夫に関して

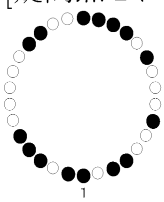
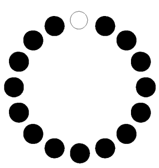
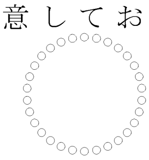
今回，問題提示を行わず，代わりに物語を提示することとした。なぜならば，継子立ての記述の中には特に，質問事項がなく，物語として書かれているからである。したがって，子どもたちには，物語だけを提示し，それを読んでいく中で，自主的に疑問点をもち，互いに意見を出し合う中で，問題部分を明らかにし，問題解決のための課題を明らかにしていく。すなわち，自らの疑問を出発点とすることで，強い課題意識を持たせる。

②数学的な見方・考え方を喚起させるノート表記・振り返りの指導の重視に関して

継子立てを考察して行くにあたり，重要となる数学的な見方・考え方は,「1つ前の状態に帰着させる」ことである。よって，これまでの追究の結果について，わかりやすくノートにまとめてあることが，このような見方を喚起させるための重要なポイントとなる。そして，これまでの考察を振り返りながら相互に関係づけていけるようにする。子ども一人一人の工夫点やよさを伸ばしていくためにも，一斉によるノート指導は行わず，子どもの追究の際，個別に指導する。また，子どもの追究の途中に中間発表の時間をとり，互いの追究のよい点を評価し，今後の追究の見通しをより明確にする。

また，本時における３節の目的を達成するための手段 (2) を行うために，授業後にアンケート調査を実施し，子どものノート評価とアンケート結果から，教材の有効性について分析を試みる。

指導展開

教師の働き	学習活動	留意点
継子立ての話を提示する。 継子立ては，数え始めから順番にある数ずつ取り除いていったとき，最後に残るのは数え始めとなる。	30人を円形に並べ，1人ずつ数えて10番に当たった子どもを除いていき，最後に残った1人に財産を譲ろうとした。ところが，最初の14人までは全員お父さんの子どもが除かれてしまったので，1人残ったお父さんの子どもが，今からは自分から数え始めてほしいというのでそのようにしたところ，最後に残ったのはお父さんの子であった。(一部略)	継子立ての話自体には問題らしき記述はないので，生徒には話を注意深く聞きながら，疑問点を見いだすように指導する。
話の中から疑問点を見出す。	疑問点1 30人を円形に並べて，10番目ごとに取り除いていく過程で，15人続けてお父さんの子が取り除かれる並べ方はどのように考えればよいか？ 疑問点2 円形に16人並ぶ中で，10番目ごとに取り除いていくと数え始めの子(お父さんの子)が本当に最後まで残るのだろうか？	疑問点2については，発展的考察を望むものである。そのため，疑問点に含まれる数の部分について一般的な文字に置き換えて考察をするよう意識付けをする。
疑問点としてあげられたことについて，考察する。	疑問点であげたことについてその真偽を明らかにしよう。 [疑問点1についての考察]  左の図のように並べ，1から数え始めれば，お父さんの子が続けて取り除かれる。 [疑問点2についての考察]  お父さんの子から数え直すときの状態は左図のように成っていることがわかる。実際に，10番目ごとに取り除いていくと，確かにお父さんの子どもが残ることがわかる。	円形に ◯ を 30 個並べた下図のような白図を用意しておく。  疑問点を考察する中で，新たに疑問点となる部分はないかという意識を持たせるために，呼びかけをする。
疑問点が明らかになったら，さらに追究してみたい点はないかという視点で見つめてみよう。	疑問点について，実際に確かめてみることによって，明らかになった。 ＜新たな疑問点＞ 総数が16人のときは，確かに数え始めが最後に残ることがわかったけれど，他の場合でもいえるだろうか？	いつでもいえるか？，条件を変えたらどうなるか？という視点で問題を見つめることを伝える。

総数が 12 人としたり，取り除く数を 5 としたりすると，最後に残るのはお父さんの子どもではなくなる。

> 総数 (今の場合は 16) と取り除く数 (今の場合は 10) についての計算方法を考えよう。

Ⅰ 取り除かれる子どもを計算でどのように求めるか？

数え始めから，ある数ずつ取り除いていくので，取り除かれる子どもは，(取り除く数)÷(残っている人数) の余りの式によって決定される。

Ⅱ 総数を n として，取り除く数を固定して考察する。

総数を n とし，子どもにそれぞれ①〜◯までの番号をつける。取り除いていく数を 10 として考える。
$n = 2$ のとき...$2÷10 = 0$ 余り 2
よって，②が取り除かれ，①が最後に残る。
$n = 3$ のとき...$3÷10 = 0$ 余り 3
よって，③が取り除かれ，①②が残る。次の数え始めが②となり，②を①'，①を②' とする。$n = 2$ のときより，最後に残るのは①'，つまり，②である。
$n = 3, 4, 5...$

これらの問題は一般的な規則性を考えなくても，実際に調べていけば，答えは導ける。しかし，より一般的に考察していこう，一般的な解法を求めようとしたとき，数学を用いることが必要となることを伝える。
継子立ての考察において，「一つ前の段階に帰着させながら考察する」ということが重要となる。そのため，ノートのまとめ方に重点を置く。

中間発表

総数と最後に残る子どもの関係を表にまとめると，

総数	2	3	4	5	6	7	...	13	14	15	16
最後に残る子	1	2	4	4	2	5	...	2	12	7	1

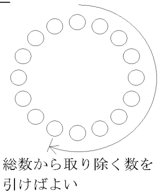
表より，次のことが導き出せる。

> (総数 n のとき最後に残る数) = {(総数 $n-1$ のとき最後に残る数) + 10}÷n の余り

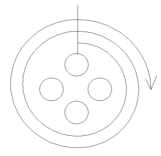
> Ⅰ，Ⅱの追究の中で（帰納的に）導き出した式について，(いつでも成り立つように）根拠を明らかにする。

Ⅰ (取り除く数)÷(残っている人数) の余り

(i) $n \geqq$ 取り除く数　　(ii) $n <$ 取り除く数



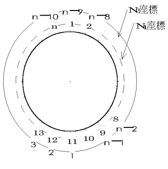
総数から取り除く数を引けばよい



取り除く数から総数を引けるだけ引いた余り

(ii) より，Ⅰが導き出され，(i) についても成り立つ。

Ⅱ (総数 n のとき最後に残る数)={(総数 $n-1$ のとき最後に残る数) + 10}÷n の余り (詳細は教材研究参照)



$n \geqq 10$ のとき，$11 \leqq k \leqq n$ に対して，$k = k' + 10$ が成り立つ。
$1 \leqq k \leqq 9$ に対しては，$k' + 10 > n$ となるので，$k = (k' + 10) ÷ n$ の余りとなる。これは，$1 \leqq k \leqq n$ に対して成り立つ。
$n < 10$ のとき，常に，$k' + 10 > n$ となるので，$k = (k' + 10) ÷ n$ の余りとなる。
よって，すべての n について，与式が成り立つ。

中間発表の時点で，(取り除いていく数)÷(残っている人数) の余りが出なければ教師が示す。
ノートに追究の過程をわかりやすくまとめるように次の点を指導する。
自分の考え
振り返り
追究過程で発生した新たな課題

解説をする。
Ⅱの追究に関わって，合同式を用いて，簡潔に処理できることを伝える。

余りが等しいという関係を合同式を用いて表すと，$\mathrm{P}_n \equiv \mathrm{P}_{n-1} + m \pmod{n}$ と表せる。ここで，$n = 2$ ならば，$\mathrm{P}_2 = 1$ となることは明らかなので，$\mathrm{P}_3 \equiv \mathrm{P}_2 + m \pmod{3}$，$\mathrm{P}_4 \equiv \mathrm{P}_3 + m \pmod{4}$，同様に，$\mathrm{P}_n \equiv \mathrm{P}_{n-1} + m \pmod{n}$

8. アンケート

授業後に下記の項目についてアンケートをとる。

・授業の導入部分，問題追究のとき，まとめの解説のとき，興味・意欲をもてたか？

・日本古来の和算に興味が持てたか？

・自分で課題を見つけて追究できたか？

・追究する時間をたくさんとったことについてどうだったか？

・一つ前の状態に帰着すればよいことに気づけたか？

・考え方をわかりやすくまとめられたか？

・追究の過程を振り返りながら，考えることができたか？

・難易度は適切だったか？

・高校の授業の中で，このような活動があるとよいか？

・自由記述

9. 実践の考察

継子立ての実践について，考察を行う。

(1) 数学的な見方・考え方を養う。

①導入部分における工夫の効果

本時の授業では問題を提示するのではなく，継子立ての物語を提示した。掲示した物語の全文については以下の通りである。

『継子立てのお話』
時代：江戸
あるところに，１人の男がいました。その男には，15 人の子どもがいました。同じように，あるところに１人の女がいました。その女には，15 人の子どもがました。その２人は出会い，結婚しました。ある日，お父さんが死んでしまいました。お父さんの遺言によると，30 人の子どものうち１人だけに全財産を与えるとありました。そして，その選び方はお母さんに任せると書いてありました。お母さんは，この 30 人の子どもを円形に並べ，A 子から１人ずつ数えて 10 番目ごとに取り除いていき，最後に残った１人に財産を譲ろうとしました。ところが，最初の 14 人までは全員お父さんの子どもが取り除かれてしまったので，１人残ったお父さんの子ども (15 番目に取り除かれる順番の子ども) が，お母さんに言いました。「ちょっとまってよ。お父さんの子どもで残っているのは僕だけじゃないか。それはあんまりなので，どうか，今からは，私から数え始めてもらえないですか。」と言いました。お母さんは，どうせ財産をもらうのは私の子どもだろうと思い，お父さんの子どもの言うとおりにしました。すると，最後に残ったのは，お父さんの子どもでした。お母さんは，そんなバカなという顔で，呆然としていました。

この様な物語を読んでいく中で，生徒たちは次の点を疑問点としてあげてきた。

・連れ子が 15 人というのがあやしい。

・16 人の輪になったとき，本当に数え始めの子どもが最後まで残るのか？

・継母の子どもだけが残るような都合のよい並び方とはどのような並び方だろうか？

・お父さんの子どもだけが本当に取り除か

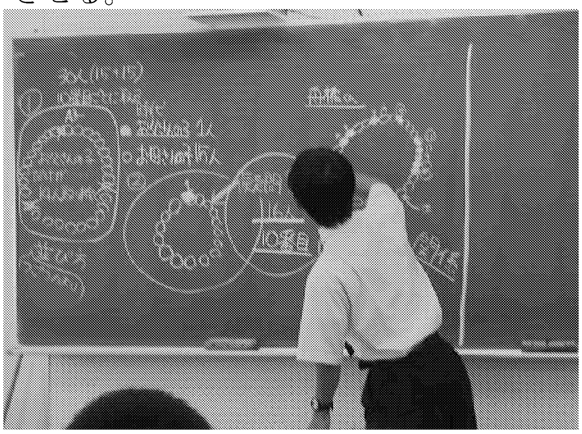
れるのか？

このように，継子立ての物語を読み取る中で，生徒自身によって，本時の問題として取り上げる部分，不明点・疑問点を洗い出すことができた。また，生徒たち自身で問題を見出すことによって，継子立ての中における条件やルールと言った部分について，自然に整理でき，条件を理解することができたのではないかと考える。そして，生徒たちとの話し合いの中で，これからはっきりさせていきたい部分についての共通理解が得られた。

〈はっきりさせたい部分〉

お父さんの子どもだけが取り除かれる並び方があるのか？また，お母さんはどのように子どもを並ばせたのかを明らかにする。

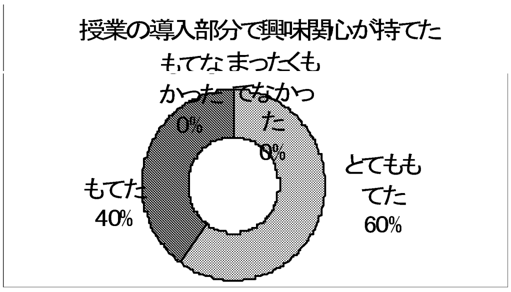
16人の輪になったとき，本当に数え始めのお父さんの子どもが最後まで残るのかはっきりさせる。



〈授業の様子１〉

この後，はっきりさせたい部分(ア)(イ)について調べ，確かに成り立つことが分かった。さらに，この具体的な物語の疑問点を考察していく中で，何かきまりはないか，もし人数が変わったなら，どうなるだろうかと，発展的に考え出すことができた。1つの場合について，明らかになった事柄が他でも成り立つだろうかと全員が考えることができ，新たな課題が生まれた。そして，試しに条件を変えて考えてみると，先ほど成り立った事柄が成り立たないことがわかった。生徒たちは，例題を通して，いつでも成り立つわけではないことを確認すると，条件を変えていったとき，どのような決まりがあるだろうかと動き出した。

物語の中から自分たちで問題点・疑問点を洗い出し，話し合う中で追究すべき課題を自分たちで見出す活動は，すべて生徒主体の活動であり，見出した課題は生徒自身が明らかにしたいという意識を持った課題となる。このような問題提案の仕方は生徒たちに強い課題意識と，授業に対する意欲を高める効果があることが分かった。アンケート結果からも，導入時，全員が興味・関心をもって取り組めていたことが分かる。



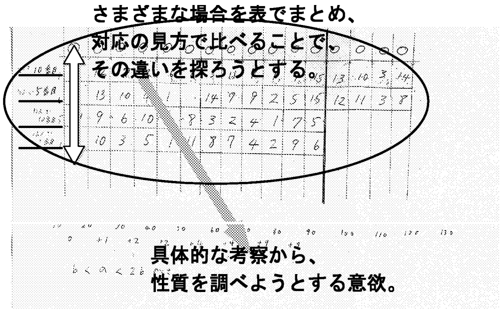
注意点としては，生徒たちの自由な発想が出発点であることから，それらを方向付けるために教師自身の十分な教材研究が必要不可欠となるということがあげられる。

②ノートから見る生徒の思考過程

本実践においては，総合的な学習における取り扱いを視野に入れた実践であるため，生徒たち自身で考えていく時間，つまり，追究の時間を1時間または2時間と多くとった。そして，生徒たち自身で課題を見出し，それについて追究し，解決を図ることに重きを置いた。このように，自ら考えを進めていくためには，①でも重要視し重点的に取り扱った強い課題意識という部分と共に，生徒たち自身が，考えを進めていくための方向性を持つことが重要であると考えた。考えを進めていくための方向性を持ってこそ，数学的な見方・考え方や，既習事項を活用して考えていく必要性が出てくる。そこで，本時に置いては，こ

れまでの自分の追究を振り返る時間，様々な意見を聞き今後の追究の方向性を見出す時間として，追究の途中で中間発表行うこととした。このような授業の流れの中で，実際に生徒の思考がどのように動いたのかを，S 男の追究ノートから考察していく。

まず，導入部分で見出した決まりが，他の場合にも成り立つのかを考察する場面で，S 男は，条件を変えたいくつかの場合の考察を表にまとめた。これは，様々な場合を表でまとめそれらを比較し，その違いや共通部分を探ろうという意図からであると考える。S 男にその後どのようなことを調べようとしていたかを聞くと，最初に取り除かれる子ども，2 番目に取り除かれる子ども，3 番目に取り除かれる子ども...，の間隔に規則性はないかということについて追究していた。教師が具体的な指示を何もしなくとも，S 男以外にも全員が何らかの課題を持ち，追究をしていた。このことから，導入部分における生徒たちの意欲の高さが伺える。



〈S 男のノート no.1〉

その後，全体交流の中で，これから追究して深めていきたい部分や明らかにしていきたい部分を交流し，今後の方向性を示した。そこで出てきた課題を以下にあげる。

〈生徒から出てきた課題〉

・総数や取り除かれる子どもの数と，最後に残る子どもの関係に決まりはないか？

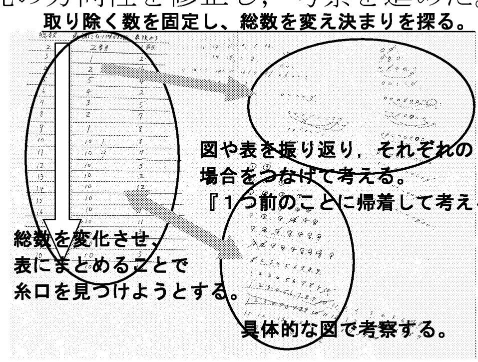
・取り除かれる子どもの間隔に決まりはないか？

・最後に残る子どもを一つの式で求めることはできないか？

・n 番目に取り除かれる子どもを求める。

様々な課題が生徒からあげられたが，性質が見いだせない課題，ただ計算のみで終わってしまう課題，高校生では難易度が高すぎる課題などを回避するため，教師が 10 番目の子どもが取り除かれるものと固定すると条件を付けた。

S 男は，その後，取り除く数を固定し，総数を変えていき，総数と最後に残る子どもとの関係に決まりはないかということについて追究の方向性を修正し，考察を進めた。

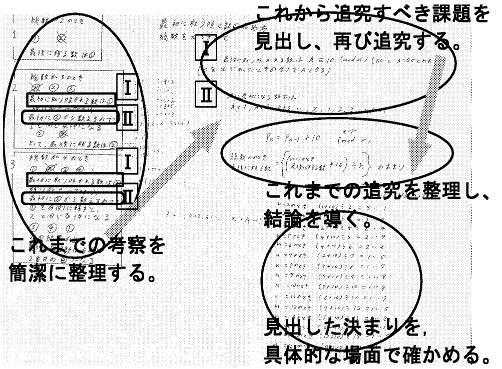


〈S 男のノート no.2〉

S 男は，具体的な数量において，図を用いて考察し，その結果を上図の左のようにまとめた。総数 2 の場合から，順番に総数を増やしていくことによって，総数の増加に伴い，最後に残る子どもはどのように変化していくのかという部分について，その規則性を見出そうとしていた。しかし，その後，追究が思うように進まなくなり，手が止まっていた。そこで，表の数値からだけではなく，図や表を振り返ってみたら？，総数を１つ増やしたとき，どのように最後に残る子どもを導くの？その過程を振り返ってみようと，声をかけた。それによって，S 男は再び追究の方向性を見出し，考察を進め，『１つ前のことに帰着させて考える』という考え方を見出すことができた。

子どもが追究に行き詰まったとき，どうしても進まないときというのは，「追究の方向性

を見失ってしまったとき」，もしくは，「方向性は持てていても，それを切り開くための知識技能が及ばないとき」である。今回の場合，S 男の状況は前者であり，そのため，追究の方向性を見出すために，これまでの追究過程(ノート) を視点をもって振り返るよう援助を行った。一人一人の生徒の状況に応じて，必要最低限の指導援助を行うことが，生徒が主体となって追究を進めていくために必要となる。

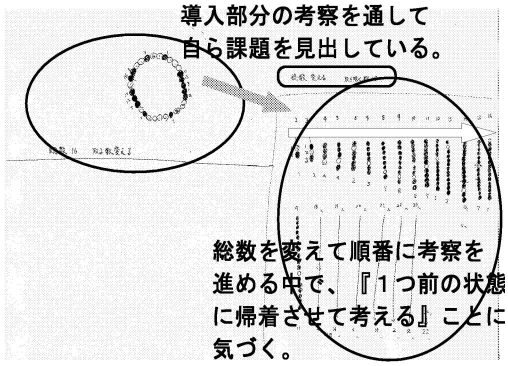


〈S 男のノート no.3〉

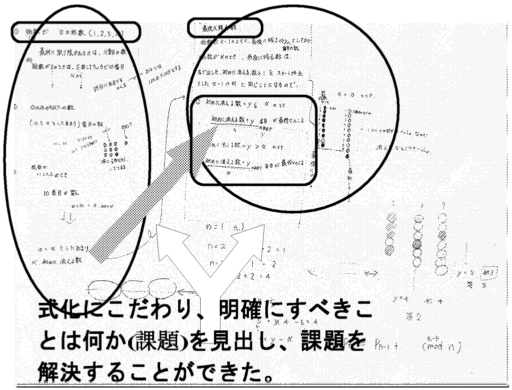
S 男が『１つ前のことに帰着させて考える』という考え方を見出した後，今後どういった点を明らかにしていけばよいかを整理するためにも，教師がこれまでの考察を整理しようと声かけをした。そして，ノート整理をする中で，これまでの考察をもう一度振り返り，吟味することで，S 男は,『Ⅰ最初に取り除かれる子ども』,『Ⅱ最初に数えたときの子どもの位置と次に数え始めたときの子どもの位置の関係』が明らかになればよいという，新たな課題を見出すことができた。

その後，教師による解説も入ったが，課題Ⅰ，Ⅱを解決することができ，さらに，課題が解決したことによって,『総数と最後に残る子どもの関係』について，その決まりを導くことができた。

このような追究が，S 男とは表現の仕方は違うものの全員の生徒ができていた。よって，本時のねらいは達成されたと見る。



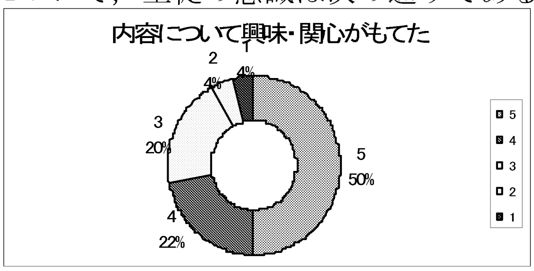
〔他の生徒のノートの例 no.1〕



〈他の生徒のノートの例 no.2〉

(2) 和算の教材化についての考察

高校数学セミナーの中で,「油分け算」,「薬師算」,「継子立て」と和算の題材を取り上げ，教材として扱ってきた。このような和算の題材について，生徒の意識は次の通りである。



〈5 段階評価で数値が高いほど肯定的〉

アンケートの結果から，和算の題材に興味・関心を持った生徒は全体の 72 %であった。これは，生徒が和算の題材に十分興味・関心を持てたと見てよい。

今回取り扱った和算の題材は，決して簡単な問題ではない。結論を導き出すまでの道のりが長く，すぐには解決できない問題である。そのような，問題に対して，まず，事象から問題部分を自分で見つけ，問題に対する自分なりの課題を持ち，多様な課題解決のアプローチの中から，一歩一歩，問題解決に近づいていく。このような和算の題材の取り扱いについて，生徒たちは，次のように意見を述べた。

・はじめは「偶数のときは...」とか漠然と考えていたけどだんだん真相がつかめてきて楽しかった。

・自分で課題を持って考えていくという数学は初めてだったのでおもしろかったです。

・友達と一緒にどんな特徴・性質があるのかが発見できてうれしかった。自分でもっともっと調べてみたい !!

・一般式になおしてみたり，なぜそうなるのかという課題立ててみたりすることができてよかった。数の動きかたには何らかの特徴があるんだなぁ...と思った！

・授業ではできないようなことができて，すごく楽しかった。時間をたくさん使って自分が疑問に思ったことを追究していくのがよかった。学校でもたまにはこういう授業をしてくれるといいのになぁと思った。

・いま僕たちが学校で習っている洋算とは違い，おもしろい内容，計算方法があるので，いろいろな研究にもなると思う。課題追究をしていく間にもいろいろな課題ができるため，それを解くのがおもしろい。

このように，自分で課題を立てて追究していく中で，様々な法則・性質を自分で見つけていくことにおもしろさを感じた生徒は多くいた。事象の中から疑問に感じたことを問題化する。そして，問題を解決するために課題を立て，いろいろな方法や方面から追究をし，問題を少しずつ解決していく。このような学習をする中で，数学のみならず，総合的な学習の自ら課題を見付け，自ら学び，自ら考え，主体的に判断し，よりよく問題を解決する資質や能力，学び方やものの考え方を身に付け，問題の解決や探求活動に主体的，創造的に取り組む態度を育てるというねらいを十分達成できると実感した。また，今回のような活動を成立させるために，生徒たちの追究の時間を多くとった。このような，追究の時間の保証があってこそ，追究を楽しむことができたと考える。

10. 本実践のまとめ

本実践を通して，明らかになったことを次のようにまとめる。

「素材自身のもつおもしろさを体験させる」ことや,「段階的な問題提示」，問題，課題について自ら見出すことなどの問題提案の仕方を工夫することによって，生徒の興味関心が高まり，問題を解決しよう，課題を解決しようという強い意識が生まれることがわかった。

ノートに自分の追究過程をわかりやすくまとめながら考察することや，図や表により，具体的なイメージを伴いながら考察を進めたり，条件を連続的に変化させたときの結果をまとめたりすることで，新たな方向性を見出しやすくなることがわかった。

主体的に追究を進めるためには，強い課題意識や基本的な知識はもとより，考えを進めていく方向性を生徒に持たせること，視点をもってこれまでの追究を振り返ることが重要であることがわかった。

追究の時間を多く取り，生徒が自分の課題を見出し，追究していくことは，生徒にとっては困難なことではあるが，楽しいものでもあるということがわかった。

和算の題材は，その取り扱い方によって，数学のみならず，総合的な学習の教材としても有効であるということがわかった。

今回の実践は，総合的な学習 (全 35 時間) の中の3時間という部分として扱った。今後，和算について総合的な学習の時間の取り扱い

をより明確にしていくためにも，各時間における実践案を作成し，より具体化していくことが必要となる。そして，機会を見て実践を行い，その有用性を探ることが今後の課題となる。

引用・参考文献

[1] 片野善一郎，1992，数学史を活用した教材研究，明治図書.

[2] 文部科学省，2003，高等学校学習指導要領解説－総則編－，東山書房.

[3] 文部科学省，2003，高等学校学習指導要領解説－数学編，理数編－，実教出版.

[4] 平山諦，1981，東西数学物語，恒星社.

[5] 和算研究所塵劫記委員会，2000，現代語『塵劫記』，東京書籍.

[6] 神山里佳，2003，各務原夏季教員研修算数・数学講座資料.