

標本調査を題材にした授業の開発と実践

竹内雅人¹, 愛木豊彦²

現代社会において、社会の動向を調査する世論調査などで、標本調査が用いられている。新しい中学校学習指導要領においても、統計を扱う「資料の活用」が領域として設定され、標本調査は第三学年における学習内容となっている。そこで、標本調査に関する教材研究が重要と考え、標本調査の理解を深められ、その有用性を感じられるような授業を開発することにした。授業の題材は、ある店舗の商品の平均の値段を推定することである。本稿では、2010年1月に行った実践の内容について報告する。

<キーワード> 標本調査, 乱数表, 確率, ヒストグラム

1. 序論

2008年3月28日に改訂された中学校学習指導要領(11)において、「資料の活用」領域が新しく定められた。この新しい領域に関して、[1]で次のことが述べられている。

中学校数学科において第一学年では、目的に応じて資料を収集して整理し、ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向を読み取れることを学習している。また、第二学年では、多数回の試行を行って資料を集めることにより、不確定な事象の起こりやすさに一定の傾向があることを調べる活動を通して、確率について学習している。第三学年では、これらの学習の上に立って、母集団の一部分を標本として抽出する方法や、標本の傾向を調べることで、母集団の傾向が読み取れることを理解できるようにすることがねらいである。

標本調査を学習するときには、ここでも述べているように、「資料の活用」領域で学習したことを系統的に扱うことが大切である。そこで、統計的な考え方、確率的な考え方を利用しながら、標本調査の意味や有用性を実感できるような授業を開発することにした。

2. 授業の概要

2.1. 教材について

本論文で提案する授業の題材は、標本調査の手法の1つである層化抽出法(次節参照)によって標本を抽出し、ドーナツ店Aの全商品(表1)の値段の平均を推定することである。この題材を選んだ理由として、次の3つが挙げられる。

まず1つ目に、ドーナツ店Aが生徒にとって身近であるということである。現代社会において標本調査は、世論調査や、製品の品質検査などに用いられている。しかし、それらの内容は、生徒にとってあまり身近ではなく、生徒が興味を示さないと考え、この題材にした。

次に2つ目に、母集団の規模が小さいので、抽出する標本の数が少なくても、ほぼ正確な平均値が推定できるからである。[1]では、標本の抽出手段の1つに、コンピュータの利用を例として挙げている。コンピュータを用いれば、短時間で一度に大量の標本を抽出することが可能なので、規模の大きい母集団を題材として扱うことができる。しかし、実際の授業で生徒全員がコンピュータを扱うことは

¹岐阜大学大学院教育学研究科

²岐阜大学教育学部

困難である。従って、母集団の規模を小さくすれば、コンピュータを使わなくとも、乱数表を用いることで、標本調査の有用性を感じることができると考えた。

そして3つ目に、母集団となる資料の傾向が、層化抽出法を行うのに適しているからである。授業開発の段階で、ただ単に、生徒が標本調査の方法を知り、それを試すだけではなく、生徒の工夫で標本調査の方法が改良できるような授業展開にしようと考えた。そこで着目したのが、層化抽出法である。次節で詳しく述べるが、今回、題材とした母集団であれば、層化抽出法が有効に働き、しかも、生徒が自らこの方法に気づくことが可能である。また、層化抽出法について考察するためには、第一学年で学ぶ資料の傾向を読み取る力も必要となる(次節参照)。このように、第1節で述べた「資料の活用領域で学習したことを系統的に扱うこと」ができる。

以上の理由により、題材をドーナツ店Aの全商品の値段の平均値を推定することに設定した。

1番から45番まで…ドーナツ

番号	値段(円)	番号	値段(円)	番号	値段(円)	番号	値段(円)
1	126	13	115	25	126	37	115
2	136	14	115	26	147	38	115
3	136	15	115	27	147	39	115
4	126	16	105	28	147	40	136
5	136	17	115	29	147	41	136
6	136	18	105	30	115	42	126
7	126	19	126	31	115	43	126
8	136	20	126	32	126	44	126
9	105	21	126	33	126	45	136
10	105	22	136	34	136		
11	115	23	136	35	136		
12	115	24	136	36	105		

46番から90番まで…その他の商品

番号	値段(円)	番号	値段(円)	番号	値段(円)	番号	値段(円)
46	262	58	189	70	189	82	294
47	262	59	189	71	262	83	294
48	262	60	189	72	262	84	294
49	262	61	189	73	262	85	294
50	262	62	189	74	294	86	294
51	262	63	157	75	294	87	294
52	262	64	157	76	294	88	294
53	262	65	157	77	399	89	294
54	210	66	157	78	399	90	294
55	210	67	168	79	315		
56	189	68	168	80	315		
57	189	69	189	81	315		

(表1)

2.2. 層化抽出法について

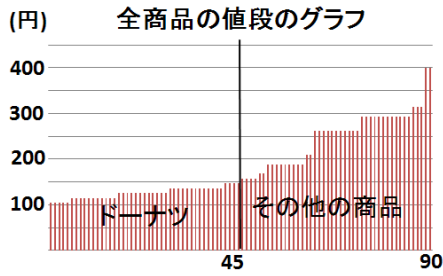
層化抽出法とは、母集団を階層に分類し、各層から別々に無作為標本を取り出す方法である([2])。例えば、ある母集団における平均値を推定することを考える。今、この母集団を2つの層 S_1 と S_2 に分けたとき、 S_1, S_2 がともにほぼ一様な分布をしているとする。ここで、 S_1 と S_2 の個体数の比を $n_1 : n_2$ とする。そして、 S_1 に対し標本 m_1 個で、平均値に対する標本調査を行い、その結果が μ_1 だったとする。同じように S_2 に対し、標本 m_2 個で標本調査を行い、結果が μ_2 だったとする。このとき、 $\frac{n_1\mu_1+n_2\mu_2}{n_1+n_2}$ を全体の平均値とするのが層化抽出法である。この方法を使えば、標本数を固定したままで、推定の精度をあげることができる。

今回の授業で扱うドーナツ店Aの全商品の値段をまとめたのが表1であり、グラフにしたのがグラフ1である。表1では、番号が1から45までの商品がドーナツを、46から90までの商品がドーナツ以外の商品を表している。グラフ1から、ドーナツの値段はすべて150円未満であり、それ以外の45商品は150円以上であることが分かる。従って、ドーナツ店Aの全商品をドーナツという商品の層とそれ以外の商品の層という2つの層に分ける。そして、層化抽出法によって、それぞれの階層から無作為抽出によって標本を5個ずつ、計10個の標本を抜き取るという試行を40回行い、それぞれの推定した平均値をまとめたものがグラフ2である。また、全商品を階層に分けずに、10個の標本を無作為に抜き取るという試行を40回行った結果をまとめたのがグラフ3である。グラフ2とグラフ3を比較すると、明らかにグラフ2の方が、実際の平均値である188円に近い値を推定できる。従って、層化抽出法を行うことによって、調査の精度が上がっていると判断できる。

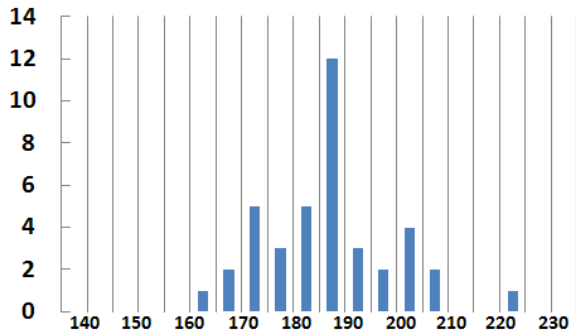
以上のことから、中学生がグラフ1から層化抽出法に気づき、グラフ2とグラフ3を比

較することでその良さを理解できるものと考え、これを題材とした。

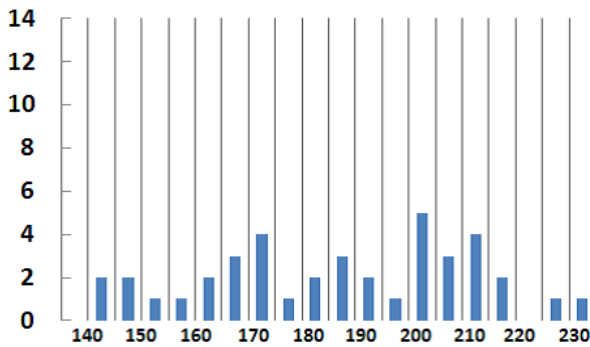
大の0から9までの数字が記載された球を混ぜて取る実験を繰り返し、その数を記録していくなどの方法もあるが、多くの乱数表には、レーマー法 ([4],[5]) をはじめコンピュータで作成した乱数列が記載されている。そこで今回の授業では、Excel を用いて、0~99までの乱数を発生させ、表2のような乱数表を作成した。



グラフ 1



グラフ 2



グラフ 3

2.3. 乱数表について

本実践において、標本を抽出する際に乱数表を用いる。ここで、乱数表について簡単に説明する。一般に0から9まで10個の数の系列において、等確率性と無規則性との2つの性質を持つ場合に、これを0から9までの10個の数からなる乱数列と呼び、それを順に記録したものが乱数表である ([3])。乱数列の発生方法として、つぼの中から10個の等質・等

38	20	69	94
56	10	9	87
24	59	81	2
8	89	61	31
88	37	47	7

表 2

2.4. 標本調査の指導

生徒は標本調査や乱数表について学習するのは初めてなので、上で紹介した問題をすぐに解決することはできない。そこで、全2時間の本授業において、初めの1時間で、標本調査の意味、乱数表の特徴、そして標本調査の方法の3つを学習することにした。本節では、その1時間の内容を詳しく説明する。

(1) 標本調査の意味

授業の初めに、視聴率の調査方法の概略を説明し、標本調査の意味を以下のようにまとめる。

集団の一部分(標本)について調べて、もとの集団の性質を推定すること。

(2) 乱数表の特徴

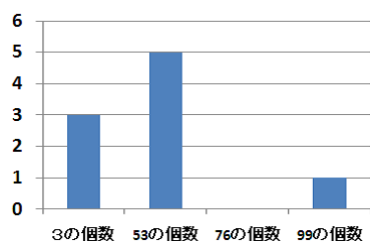
生徒には、次の2つの乱数表の特徴を理解させる。

特徴1：数字が縦にも横にもバラバラに並んでいる(無規則性)。

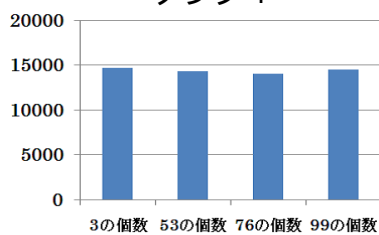
特徴2：0から99までの数字がほぼ同じ割合で含まれている(等確率性)。

授業では、まず生徒に乱数表には縦にも横にも数字の並び方に規則性がないことを確認

させ、特徴1を理解させる。そして、特徴2を理解できるように、教師側が0から99までの数字の中から、4つの数(3,53,76,99)を指定し、それぞれの乱数表に、指定した数字がいくつずつ含まれているのか数えさせる。ここで、調べる乱数の量が少ないと、グラフ4のように、含まれる個数にバラつきが生じる。そこで、あらかじめ教師側がExcelを用いて、乱数144万個からグラフ5を用意しておき、2つのグラフを比較させることによって、生徒に特徴2を理解させる。このような形で乱数表の特徴を考察する授業は[6]で既に実践されている。



グラフ4



グラフ5

(3) 標本調査の方法

次に、以下の問題を提示し、標本調査の方法を理解する。

下の表は、ドーナツ店Aの全ドーナツ(45商品)の値段をまとめたものである。平均の値段はいくらだろうか。

番号	値段(円)	番号	値段(円)	番号	値段(円)	番号	値段(円)
1	126	13	115	25	126	37	115
2	136	14	115	26	147	38	115
3	136	15	115	27	147	39	115
4	126	16	105	28	147	40	136
5	136	17	115	29	147	41	136
6	136	18	105	30	115	42	126
7	126	19	126	31	115	43	126
8	136	20	126	32	126	44	126
9	105	21	126	33	126	45	136
10	105	22	136	34	136		
11	115	23	136	35	136		
12	115	24	136	36	105		

標本を3個抜き出す方法を具体的に紹介する。まず、乱数表を左上の数字から順番に、縦に見ていく。そして、乱数表に記載されている数字に対応する商品を3つ抜き出す。ただし、乱数表上の0と46以上の数字は、対応する商品が存在しないので無視する。実際に表2の乱数表を用いると、表3のような結果となり、平均値を129円と推定することができる。また、標本の数が増えれば精度が上がることを実感するために、生徒全員の調べた平均値をグラフにしてまとめ、標本が3個のとき、10個のときにできた2つのグラフの比較を行う(3.2節参照)。

番号	値段(円)
38	115
24	136
8	136
平均値	129

表3

2.5. 授業のねらい

ここまで述べたことをふまえ、本授業のねらいを以下の3点とした。

- 標本調査の意味と方法を理解することができる。
- 資料の傾向を読み取り、層化抽出法で標本調査をすることができる。
- 標本調査の方法を工夫することで精度が上がることを実感できる。

2.6. 授業の流れ

< 1時間目 >

1. 視聴率調査を例に挙げ、標本調査の意味を説明する。
2. 乱数表には、縦にも横にも数字がバラバラに並び、かつ0から99までの数字がほぼ同じ割合で含まれていることを確認する。
3. 『ドーナツ店Aの全ドーナツ(45商品)』

の平均の値段を調べよう」という問題を提示し、乱数表を使った標本調査の方法を教える。

4. 生徒全員が標本が3個のとき、10個のときの平均値をそれぞれ調べ、グラフにしてまとめたものを比較する。

< 2 時間目 >

5. 「ドーナツ店Aの全商品(90商品)の平均の値段を調べよう」という問題を提示し、標本の数を10個として標本調査を行う。
6. 標本の数を10個にしたままで、より正確な平均値を推定できる方法を考察する。
7. 層化抽出法によって推定した平均値をグラフにしてまとめ、全体から無作為抽出したときよりも精度が上がったことを確認する。

3. 授業の概要

講座名：「レッツ標本調査」

場 所：岐阜市立陽南中学校

実施日：平成22年1月21日、26日

対 象：第3学年(30名)

時間数：全2時間

3.1. 各時間のねらい

各時間のねらいを以下のように設定した。

< 第1時 >

- ・ 標本調査の意味を理解できる
- ・ 乱数表の特徴を理解できる。
- ・ 標本の数を増やせば、より正確な平均値を推定できることが分かる。

< 第2時 >

- ・ 資料の傾向を読み取り、層化抽出法で標本調査を行える。
- ・ 標本調査の方法を工夫すれば精度が上がることを実感できる。

3.2. 活動の様子

第1時間目：課題設定

「ドーナツ店Aの全ドーナツ(45商品)の平

均の値段を調べよう」という問題を提示した後、標本の数を3個として、平均値の推定を行った。そして黒板に写真1のような表を提示しておき、標本調査の終わった生徒から順に、推定値が当てはまる場所に磁石を貼っていった。写真1の表は、横軸が金額であり、標本が3個のときの各生徒が推定した平均値をまとめたものである。このようなグラフの形では、平均値が散らばっているのだから、標本調査で推定した値が、実際の値に近いかがわからない。そこで、「標本の数を増やすと、グラフの形がどのように変化するかを調べよう」という課題を設定した。

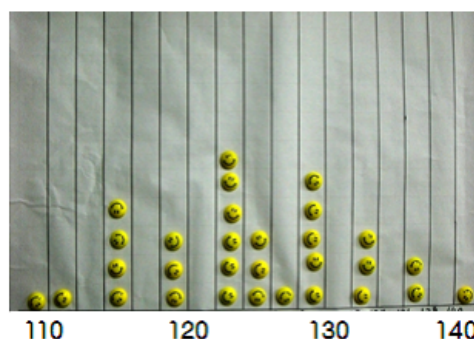


写真1

第1時間目：まとめ

課題設定の後、標本の数を10個にして、もう一度標本調査を行った。写真2は、標本が10個のときの、各生徒が推定した平均値をまとめたものである。生徒は、写真1と写真2にある2つのグラフを比較することにより、「標本の数を増やせば、より正確な平均値が推定できる」ことを実感できていた。

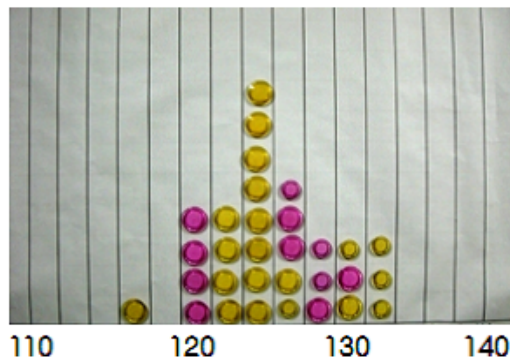


写真2

第2時間目：課題設定

「ドーナツ店Aの全ドーナツ(90商品)の平均の値段を調べよう」という問題を設定した後、標本数を10個に限定して標本調査を行い、第1時と同様に、各生徒の推定した平均値をまとめた(写真3)。そして、写真3にあるグラフから、標本調査で得た値が信頼できないことに気づいた。それに対し、前時の学習を生かし、「平均値を推定できるようにするためには標本数を増やす必要がある」との意見があった。しかし、第2時では層化抽出法を行うことが目的である。そこで、「実際に標本調査を行う場合、標本数の増加は金銭的な問題につながる」という旨の話をし、「標本数を10個に限定したままで、より良い標本調査ができる方法はないだろうか」と発問した。そして、層化抽出法に生徒が気づけるよう、次の2つのことを確認した。

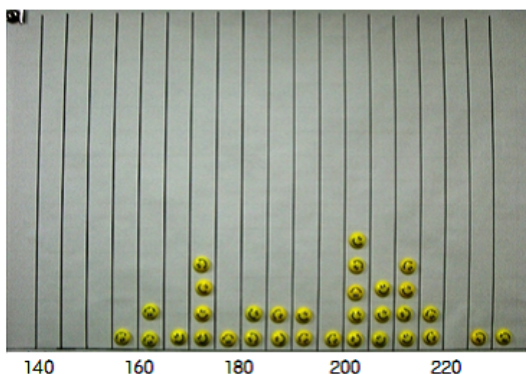


写真3

まず、抽出した標本に含まれるドーナツの個数によって、推定した平均値が大きく変化するということである。そのことを説明するために、推定した値が最も小さくなった生徒に、10個の標本に含まれるドーナツの個数とそれ以外の商品の個数、推定した平均値を発表させた。そして、同様のことを推定した値が最も大きくなった生徒にも発表させ、2人の結果を写真4のようにまとめた。

そして、「ドーナツ店Aの全商品は、ドーナツという商品の層とその他の商品の層の2つ

に分けることができる」ということに気づけるよう、第2節で紹介したグラフ1を提示した。

以上の2つのことを確認したうえで、「標本調査の方法を工夫して、より正確な平均値を調べよう」という課題を設定した。

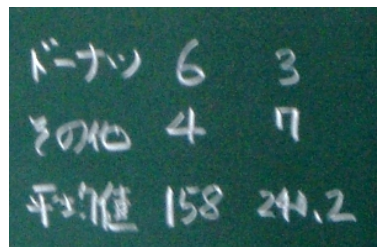


写真4

第2時間目：まとめ

生徒全員が、層化抽出法に気づき、それによって標本調査を行うことができていた。写真5のグラフは、層化抽出法によって推定した平均値をまとめたものである。生徒は、写真3と写真5の2つのグラフを比較することにより、「標本調査の方法を工夫すれば、より正確な平均値が推定できる」とことを実感できていた。

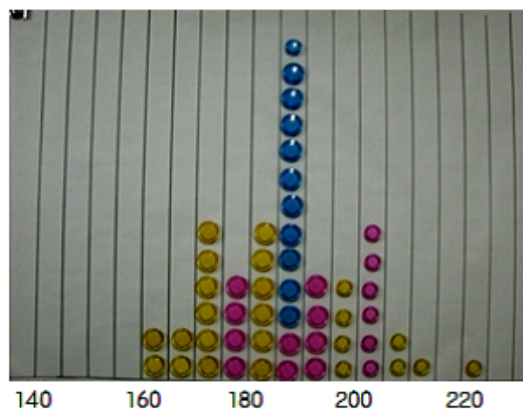


写真5

4. 授業に対する考察

第2時間目の授業後に、生徒30人に対しアンケートを実施した。その回答から授業に対する考察を行う。

4.1. 生徒の感想

- 初めて標本調査という言葉聞いたけど、やってみたら楽しかったし、いろいろなことに生かせると思った。
- 全部調べると大変だけど、少ない標本でも工夫することで正確な平均値が調べられた。
- 標本の数を増やさなくても、5:5で標本を取ることで、より精度が上がるのが分かった。
- 標本調査をすれば、志望校のテストの平均点が調べられる。

4.2. アンケート結果

(1) 本教材に対するの興味・関心

楽しかった：26人

普通：3人

つまらなかった：1人

(2) 標本調査に対する理解

理解できた：24人

なんとなく：5人

わからなかった：1人

(3) 層化抽出法による精度の向上について

実感できた：26人

なんとなく：4人

実感できなかった：0人

4.3. ねらいの達成度

(1) 標本調査の意味と方法を理解することができる。

1時間目で、教師が3個の標本を抽出する方法を説明したところ、生徒全員が標本調査を行うことができた。また、アンケートの結果からも、ほとんどの生徒が標本調査の意味を理解できていることがうかがえるので、このねらいは達成できたといえる。

(2) 資料の傾向を読み取り、層化抽出法で標本調査をすることができる。

2時間目の初めに標本調査を行ったときは、層化抽出法に気づく生徒はいなかった。しかし、3・2節でも述べた2つの手立てによって、全ての生徒が層化抽出法によって平均値を調べることができていた。よって、このね

らいは達成できたといえる。

(3) 標本調査の方法を工夫することで精度が上がることを実感できる。

写真3と写真5のグラフを比較した際、生徒からは「工夫することによって、平均値が真ん中に集まっている。」等の意見があった。また、アンケートの結果からも、多くの生徒が、精度が上がったことを実感できていることがうかがえる。よって、このねらいは達成できたといえる。

5. 今後の課題

今後の課題は、1年生の「資料の活用」で学習したことを生徒が系統的に扱えるよう、教材の研究をより進めることである。今回の授業では、黒板に写真5を提示した際、最頻値が185～190の区間であることをもとに、多くの生徒が平均値の推定を行っていた。実際の平均値は188円なので、推定した区間に入ったのだが、場合によっては、推定区間がずれしてしまうこともある。そんな場合でも、「最頻値と平均値が常に同じとは限らない」というように、「資料の活用」で学習する内容を想起させるような発問をすれば、授業が深めていけるのではないかと考えた。

また、今後標本調査を題材とした授業を行う場合は、母集団の個数を増やすなどして、実際に行われている標本調査に近づけていきたいと考えている。

引用文献

- [1] 文部科学省, 2008, 中学校学習指導要領(平成20年9月)解説 数学編 .
- [2] 脇本和昌, 1984, 統計学見方・考え方, 日本評論社.
- [3] 脇本和昌, 1970, 乱数の知識, 森北出版.
- [4] 宮武修, 脇本和昌, 1978, 乱数とモンテカルロ法, 森北出版.
- [5] Birger Jansson, 1966, Random Number Generators, Victor Pettersons Bokindustri Ak-

tiebolag.

Vol.8 , pp.16-21.

[6] 竹内雅人・愛木豊彦, 2009, 乱数表を題材
にした授業の開発と実践, 岐阜数学教育研究,