岐阜数学教育研究
2009, Vol.8, 47-62

浮力を題材とする「課題学習」の提案と実践

宮原里奈[1], 愛木豊彦[2]

現在, 各領域の内容のつながりを意識できるような問題に触れる機会は, あまりないのではないかと考える。また, それと同じように他教科と数学との関連を実感できる機会も少ないのではと考えている。そこで, 今回の学習指導要領においても課題学習が取り上げられたことを受け, 数学の各領域で学習した内容を総合し, 理科の学習とも関連付けることで課題を見出し, それを解決していく授業案を開発することにした。本稿では, 授業の内容を説明し, 実践結果を報告する。

＜キーワード＞課題学習, 浮力, アルキメデスの原理, 相似,2 次方程式

1. はじめに

平成 20 年 3 月に中学校学習指導要領 [1] が改訂された。その中の「指導計画の作成と内容の取扱い」において, 前回に引き続き課題学習が重視されている。その課題学習について, 学習指導要領では次のように説明している。
「課題学習とは, 生徒の数学的活動への取組を促し, 思考力, 判断力, 表現力等の育成を図るため, 各領域の内容を総合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見いだした課題を解決する学習であり, この実施に当たっては各学年で指導計画に適切に位置付けるものとする。」

本論文では, この中の「各領域の内容を総合」と「他教科等での学習に関連付け」という 2 点に着目し, これらを実現する授業案を開発することにした。その理由は, 現在, この 2 点を取り入れた授業があまり実践されておらず, 授業例も少ないので, このような授業案を開発することに十分な意味があると考えたからである。

2. 教材について

本論文で紹介する授業の題材は, 側面が六角形になっている船 (写真 1) に荷物を載せ, 水面に浮かべるとどのくらい沈むのかを, アルキメデスの原理から導かれる浮力の公式を用いて求める, というものである。

ここでは, 船の沈む深さを求める方法を, 写真 1 の船を具体例にして説明する。ここで重要なのは,

(船の重さ) = (水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ)

という浮力の公式である。これは,

(浮力) = (水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ)

というアルキメデスの原理から導くことができる。

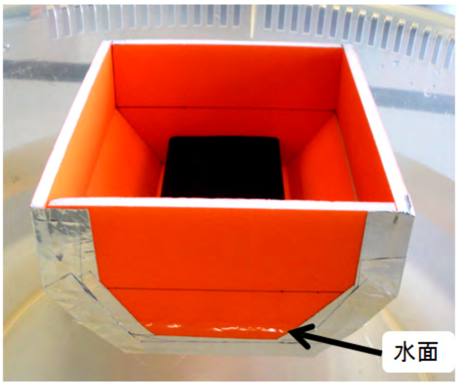


写真 1

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部

2.1. アルキメデスの原理

この節では, 写真 1 の形をした船に対し, アルキメデスの原理と浮力の公式が成り立つことを証明する。なお, 以下の証明は,[2,3,4] を参考にしている。

(証明) 図 2-1-1 のように船の各部分の長さを a, b, c, d, l で表す。

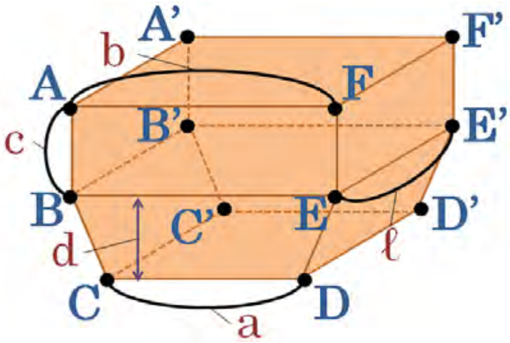


図 2-1-1

アルキメデスの原理は, 次の水圧を表す式 (1) から導くことができる。まず, 大気圧は一定であるとし, それを p_0 とする。

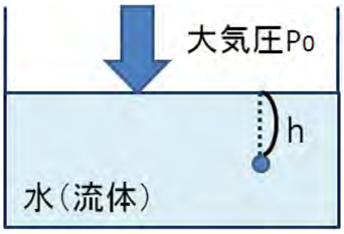


図 2-1-2

このとき, 水 (流体) の密度を ρ, 重力加速度を g とすると, 図 2-1-2 のように, 水面から深さ h の地点での圧力 p は

$$p = p_0 + \rho g h \tag{1}$$

となる。以下, 船の沈む深さが d より小さいときとそれ以外のときとに場合分けをして, アルキメデスの原理を導く。

1. 船の沈む深さが d より小さいとき

まず, 面 ABCDEF, 面 A'B'C'D'E'F' において, 水面との交線をそれぞれ線分 PQ, 線分 P'Q' とする。

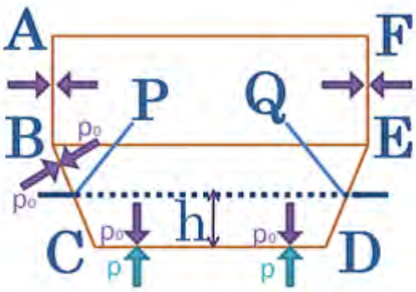


図 2-1-3

このとき, 水面より上の部分については, 図 2-1-3 のように船の内側からと外側からとでそれぞれつりあっているため, 圧力に差がない。また, 四角形 PCDQ と P'C'D'Q' は, 平行なため, 船の外側同士, 内側同士の力がそれぞれつりあっている。従って, 船の内側からと外側からとで圧力に差があるのは, 四角形 PCC'P', 面 CDD'C', 四角形 QDD'Q' の 3 つの面である。これらをそれぞれ,S_1,S_2,S_3 とおき, これらにかかる大気圧と水圧をそれぞれ求める。またその際, 大気圧と水圧の水平方向の成分はつりあっているので, 鉛直成分のみを考えていく。

(ア) 船にかかる大気圧

PC 上に点 X をとると,X において, 面に垂直に大気圧 p_0 がかかる。ここで, 鉛直方向と PC とのなす角を θ とする (図 2-1-4)。

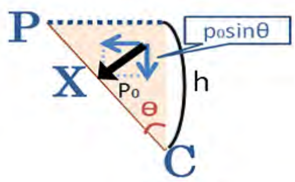


図 2-1-4

このとき, 面 S_1 にかかる大気圧の鉛直方向の成分は,$p_0(\sin\theta)|S_1|$ と表される (ただし,$|S_1|$ は S_1 の面積)。同様に,S_2, S_3 にかかる大気圧の鉛直方向の成分は, それぞれ $p_0|S_2|$,$p_0(\sin\theta)|S_3|$ である (ただし,$|S_2|$, $|S_3|$ はそれぞれ S_2, S_3 の面積)。ここで,

$$|S_1| = \overline{\mathrm{PC}} \times l = h\frac{l}{\cos\theta}, |S_3| = h\frac{l}{\cos\theta}$$

よって, 船にかかる大気圧の鉛直成分の合計は,

$$\begin{aligned} &p_0(\sin\theta)|S_1| + p_0|S_2| + p_0(\sin\theta)|S_3| \\ &= 2p_0 hl\tan\theta + p_0 al \\ &= (a + 2h\tan\theta)p_0 l \end{aligned}$$

(イ) 船にかかる水圧

面 S_1 にかかる水圧の鉛直方向の成分は,$p\sin\theta$ である。

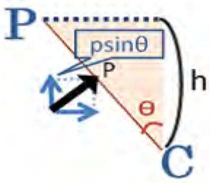
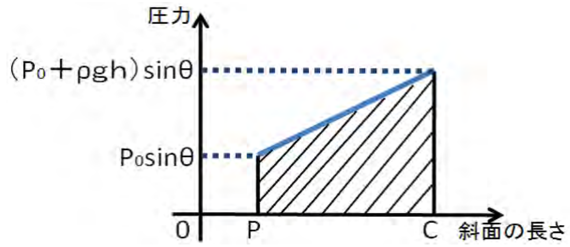


図 2-1-5

従って,CP 間にかかる圧力をグラフで表すと, グラフ 2-1 のようになる。



グラフ 2-1

今,$\overline{\mathrm{CP}} = \frac{h}{\cos\theta}$ であり, 面 S_1 にかかる水圧の鉛直成分の合計は,

(グラフ 2-1 の斜線部分の面積) $\times\, l$

と表される。よって, 面 S_1 にかかる水圧の鉛直成分の合計は,

$$\begin{aligned} &(p_0 + (p_0 + \rho gh))\sin\theta \times \frac{h}{\cos\theta} \times \frac{1}{2} \times l \\ = \ &\frac{1}{2}(2p_0 + \rho gh)hl\tan\theta \end{aligned}$$

同様にして,S_3 にかかる水圧の鉛直成分の合計も,

$$\frac{1}{2}(2p_0 + \rho gh)hl\tan\theta$$

である。S_2 にかかる水圧は,$p_0 + \rho gh$ で一定なので,S_2 にかかる水圧の鉛直成分の合計は,$(p_0 + \rho gh)al$ である。従って, 船にかかる水圧の鉛直成分の合計は,

$$(2p_0 + \rho gh)hl\tan\theta + (p_0 + \rho gh)al$$

船にかかる圧力の鉛直成分の合計は, 水圧の鉛直成分の合計と大気圧の鉛直成分の合計の差なので, それを F とおくと,

$$\begin{aligned} F &= (2p_0 + \rho gh)hl\tan\theta + (p_0 + \rho gh)al \\ &\quad - (a + 2h\tan\theta)p_0 l \\ &= (h\tan\theta + a)\rho ghl \end{aligned}$$

ここで,$\tan\theta = \frac{b-a}{2d}$ なので,

$$F = (h \times \frac{b-a}{2d} + a)\rho ghl$$

一方, 水面より下の部分の体積を V とおくと,

$$\begin{aligned} V &= (a + (a + \frac{b-a}{d}h))h \times \frac{1}{2} \times l \\ &= (a + \frac{b-a}{2d}h)hl \end{aligned}$$

ゆえに, $F = \rho gV = g(\rho V)$

これより, 浮力は水面より下の部分の質量と重力加速度との積で表される。

さらに, 船にかかる力は,F と船にかかる重力 mg(ただし,m は船の質量) なので, 船が上下に動かないとすると,

$$\begin{aligned} F &= mg, \\ \rho gV &= mg, \\ \rho V &= m \end{aligned}$$

ゆえに, 水の密度は 1 なので,$m = V$

よって, 浮力の公式が成り立つことがわかる。

2. 船の沈む深さが d より大きいとき

図 2-1-6 のように, 水面が BE よりも上にきているときについて考える。

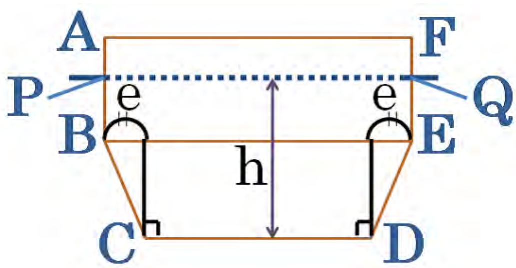
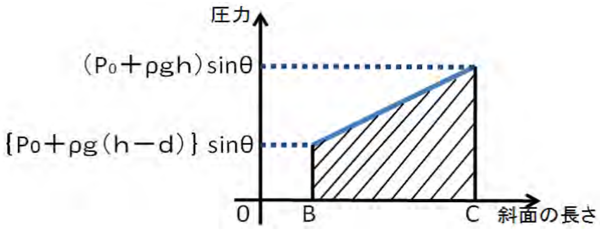


図 2-1-6

図 2-1-4 と同様に θ をおくと,S_1 にかかる大気圧の鉛直成分は $p_0(\sin\theta)|S_1|$, S_2 にかかる大気圧の鉛直成分は $p_0|S_2|$, S_3 にかかる大気圧の鉛直成分は $p_0(\sin\theta)|S_3|$ となる。よって, 船にかかる大気圧の鉛直成分の合計は,

$$\begin{aligned}&p_0(\sin\theta)|S_1|+p_0|S_2|+p_0(\sin\theta)|S_3|\\ =\ &p_0al+(p_0\sin\theta\tfrac{el}{\sin\theta})\times 2\\ =\ &p_0(a+2e)l\\ =\ &p_0bl \qquad (\text{なぜなら } a+2e=b)\end{aligned}$$

次に, 水圧について考える。



グラフ 2-2

水圧の鉛直成分は, グラフ 2-2 のように変化する。よって, 斜線部の面積を求めると,

$$\begin{aligned}&\{(p_0+\rho g(h-d))+(p_0+\rho gh)\}\times\\ &\times\sin\theta\times\frac{e}{\sin\theta}\times\frac{1}{2}\\ =\ &(p_0+\rho gh-\frac{1}{2}\rho gd)e\end{aligned}$$

よって, 船にかかる水圧の鉛直成分の合計は,

$$(p_0+\rho gh-\frac{1}{2}\rho gd)el\times 2+(p_0+\rho gh)\times a\times l$$

よって浮力 F は,

$$\begin{aligned}&F\\ =\ &\{2(p_0+\rho gh-\frac{1}{2}\rho gd)el+(p_0+\rho gh)al\}\\ &-p_0bl\\ =\ &2p_0el+2\rho ghel-\rho gdel+p_0al\\ &+\rho ghal-p_0bl\\ =\ &2\rho gh\frac{b-a}{2}l-\rho gd\frac{b-a}{2}l+\rho ghal\\ &(\text{なぜなら } a+2e=b)\\ =\ &\frac{1}{2}\rho gl(ad+2bh-bd)\end{aligned}$$

また, 水に沈んでいる部分の体積 V は,

$$\begin{aligned}V\ &=\ \{(a+b)\times d\times\frac{1}{2}+(h-d)\times b\}\times l\\ &=\ \frac{1}{2}l(ad+2bh-bd)\end{aligned}$$

よって, $F=\rho gV$

以上より, どのような深さの場合でも, アルキメデスの原理と浮力の公式が成り立つことがわかる。

2.2. 題材の内容

実際の値で写真 1 の船の沈む深さを求める。図 2-2-1 のように船が水面に浮いているとすると, 前節で示した浮力の公式,

(船の重さ) = (水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ)

が成り立つ。

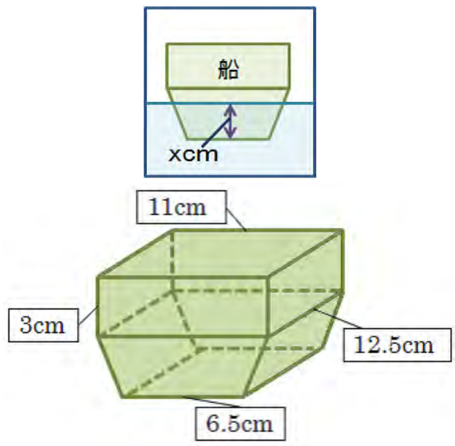


図 2-2-1

写真 1 の船の重さは, 約 198.1g である。今, 船の沈む深さを $x$cm とする。浮力の公式から, 水に沈んでいる部分の体積を x で表すことができれば,x の値が求められる。水に沈んでいる部分は, 底面が台形の角柱である。まず, 底面である台形の面積を x を使って表す。

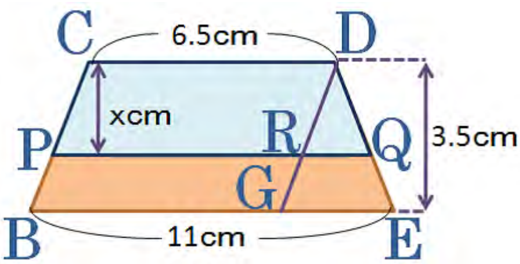


図 2-2-2

図 2-2-2 のように, 点 D を通る BC に平行な直線をひき,PQ,BE との交点をそれぞれ R,G とする。四角形 CBGD, 四角形 CPRD はともに平行四辺形なので,

$$\mathrm{PR} = \mathrm{BG} = 6.5(\mathrm{cm})$$

よって,GE $= 4.5$(cm)

今,PQ $= a$ とおくと, △ DRQ ∽△ DGE なので,

$$x : a = 3.5 : 4.5$$
$$a = \frac{9}{7}x$$

よって, 台形 CPQR の面積 S は,

$$S = (6.5 + (6.5 + \frac{9}{7}x)) \times x \div 2 = \frac{9}{14}x^2 + \frac{13}{2}x$$

よって, 沈んでいる部分の体積 V は,

$$V = (\frac{9}{14}x^2 + \frac{13}{2}x) \times 12.5 = \frac{225}{28}x^2 + \frac{325}{4}x$$

浮力の公式より,

$$\frac{225}{28}x^2 + \frac{325}{4}x = 198.1$$
$$2250x^2 + 22750x - 55468 = 0$$

解の公式を用いて,x の値を求めると,

$$x \quad 2.03$$

このことから, 船を水に浮かべると, 約 2.03cm 沈むことがわかる。これを実験で確かめると, 水面が揺れていて誤差は出るものの, かなり近い値を得ることができる。

計算過程において中学校で学習する内容をいくつか用いること, 実験が簡単でしかも誤差が小さいことから, この実験と計算を題材とする授業案を開発することにした。

3. 授業の準備

前節で示した内容を題材とする授業を開発するにあたり, 最も留意したのは, 浮力の公式の説明である。現在の中学生は, 浮力に関しては何も学習していないし, 理科の実験において計算して何かを求めるという経験も少ない ([5])。従って, 浮力について丁寧に説明しなければ, この題材に取り組むことが非常に難しくなると考えた。

そこで授業において, 浮力を次の三段階で説明することにした。

(i) 簡単なデモンストレーション

水の入ったバケツに, 空のペットボトルを押し込むと, ペットボトルが押し返される。この様子から浮力の存在に気付かせる。

(ii) 紙芝居

アルキメデスの王冠に関する話 [6] を, 浮力を中心に紙芝居として生徒に見せる。その中で, 公式を紹介する。

(iii) 直方体の船による実験

何枚 10 円玉を載せれば, 直方体の船 (図 3-1) が沈むかを, 計算と実験から求める。

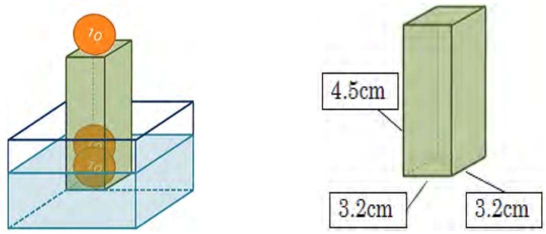


図 3-1

船と 10 円玉の重さは, それぞれ約 22.4g と約 4.5g である。また直方体の船は, 図のように縦 3.2cm, 横 3.2cm, 高さ 4.5cm なので, 体積は 46.08cm^3 である。今, 載せられる 10 円玉の枚数を x 枚とする。そして, 直方体の船がちょうど水面まで沈んだとすると, 浮力の公式より,

$$46.08 = 22.4 + 4.5x$$
$$x = 5.2622 \cdots$$

ここで解の意味を考えてみると,10 円玉を 5 枚までなら載せられるが, 6 枚だと沈んでしまうことがわかる。

この実験をするとき,10 円玉を 6 枚載せても船が沈まないことがある。それは, 水の表面張力の影響だと考えられるので, あらかじめ水に

台所用洗剤をわずかに混ぜておくと,実験がうまくいきやすい。

4. 数学教育的位置づけ

4.1. 既習内容との関連

本授業において必要となる既習内容を整理する。まず1時間目では,第1学年で学習した「立体の体積」の求め方を用いる。次に,「1次方程式」を利用して解を求め,解の意味を考えていく。2時間目には,台形の面積を求める際に,第3学年で学んだ「相似」の考え方が必要となる。そして体積を求める際には,「2次方程式」を立て,解の公式を用いて解かなければならない。さらに,1時間目では船の沈む深さから船に載せられる重りの重さを求め,2時間目では船に載せた重りの重さから,沈む深さを求める。このような1時間目と2時間目の違いに触れることで,関数的な見方も養えればと考えている。

4.2. 直方体の船による実験

前節で紹介した直方体の船による実験で,載せる10円玉の枚数をx枚,沈む深さを$y$cmとする。このとき,浮力の公式を用いれば,

$$3.2\times3.2\times y = 22.4\times4.5\times x$$

$$y = \frac{225}{512}x+\frac{35}{16}$$

となり,xとyの関係は一次関数となる。そして,この式からグラフをかくなどして,気づいたことをまとめることもできる(図4-1)。

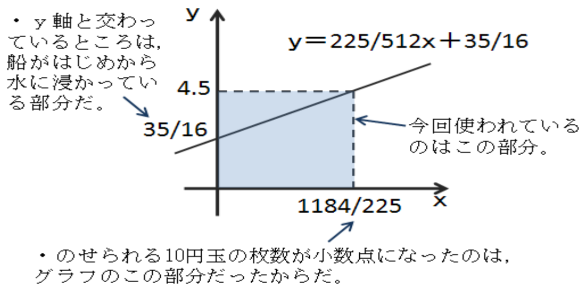


図4-1

簡単にできて,誤差が少なく,1次関数になる関係が見つかる実験は意外にないので,ここで紹介する実験は,1次関数用の題材とすることもできそうである。

4.3. 側面が六角形の船による実験

第2節で示した計算・実験の続きとして,いろいろな重りを載せたときの船の沈む深さについて考察することも考えられる。

例えば,10円玉を載せていく場合を考えてみる。この船は,底から3.5cmを過ぎたところで,変化の仕方が変わるため,まず3.5cm沈むとき,10円玉は何枚必要か,計算する。必要な10円玉の枚数をx枚とおくと,

$$(6.5+11)\times3.5\div2\times12.5 = 4.5\times x+198.1$$

$$4.5\times x = 184.7125$$

$$x \quad 41.05$$

よって,3.5cm沈むためには約41枚の10円玉を載せることが必要である。

ここで,10円玉がy枚入っているときの,船の沈む深さ$x$cmについて考える。

$y \leqq 41$のとき,

$$\frac{225}{28}x^2+\frac{325}{4}x = 4.5\times y+198.1$$

$$126y = 225x^2+2275x-5546.8$$

$y \geqq 41$のとき,

$$382.8125+11\times12.5\times(x-3.5)$$

$$= 4.5\times y+198.1$$

$$45y = 1375x-296.5375$$

5. 授業の概要

前節までに示した授業を以下のように実践した。授業の詳細な計画は,指導案(文末資料1)で示している。

単元名：負けるな,ふね!

場　所：岐阜大学教育学部附属中学校

実施日：平成21年2月19日,3月3日の全2時間

対　象：中学3年生39名

○2日間通してのねらい

浮力の公式をもとに,平面図形や立体の性質,方程式などの既習の考え方を組み合わせながら,船が沈む深さを求めることができる。

〇各時間のねらいと実践内容

＜１時間目＞

ねらい：浮力の公式について理解し, 目的に応じてその式を活用することができる。

導入

アルキメデスの紙芝居をもとに, 浮力について理解し, これから２時間かけて, 側面が六角形になっている船に荷物を載せるとどのくらい沈むのかという問題を考えていくことを目標とする。そしてそのために１時間目は,「船の重さ＝水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ」という浮力の公式が本当に正しいのかを確かめていくという見通しを持つ。

課題設定

浮力の公式が正しいことを確かめるため,

・直方体の船にのせられる 10 円玉の枚数を計算で求めよう。

・それを実験で確かめよう。

計算と実験

確かめる道具として, 直方体の船を使う。船を水に浮かべて 10 円玉を載せていくとき, 何枚までなら沈まずに浮かんでいられるのかを, まずは浮力の公式から計算で求める。そして, それが正しいかどうかを確かめるための実験をする。

＜２時間目＞

ねらい：船が沈む深さを, 様々な数学の考え方を用いて導き出すことができる。

課題設定

船にいろいろな重りを載せたときの船の沈む深さを調べよう。

個人追究

まずは船だけを浮かべたときにどのくらい沈むのか, 計算によって求める。その値が正しいかどうかを, 実験を通して確かめることができたら, いろいろな重りを載せて, そのときにどのくらい沈むのかを考える。

全体交流・まとめ

課題を解決するためにどのように考えたのか, 仲間と伝えあう。

6. 実践結果と考察

6.1. 生徒の感想

授業後にアンケート (文末資料 4) を実施した。その回答の一部を以下に紹介する。

・普段何気なく見ていることも, 実は数学と関係していると思った。難しいことも原理は数学で意外と片付くのだと思った。

・すっごく難しくて, ややこしくて求めていくのは本当に大変だったけど, 身近にあるものだったので, 楽しんで学ぶことができました。楽しかったです。

・結構難しい内容だったけど, 今までのことを使えば解けるなーと思いました。

・２次関数とか方程式は将来いらないと思ってたけど, 身近にゴロゴロあることが分かった。

・すごく数字が大きくなってややこしいし, たとえ２次方程式の公式が使えてもややこしくて大変だったけど, 解けた時はすごくうれしかったし, なんか楽しかったです。ちゃんと考え抜くことができてうれしかったです。

・むずかしい‥頭がパンクしそうでした。でもその分, 解けた時の感動が大きくて, 楽しかったです。かかわりがなかったと思っていた公式も, 意外なところで役立っていることに驚きました。

6.2. 生徒が扱った数学について

アンケート項目「船が沈む深さを求めるとき, どんな数学を使いましたか？」に対し, 生徒が扱ったと回答した内容を, 学んだ順に以下にあげる。

・四捨五入　・小数の計算　・等式の性質
・１次方程式　・比例　・台形の面積
・四角柱の体積・連立方程式　・１次関数
・平行四辺形の性質　・平方根
・２次方程式　・２次関数 $y = ax^2$
・三角形の相似・比

以上の内容が出てきたことから, 子どもたち

は，これまでに学んできた様々な学習内容を，必要に応じて扱っていけたのではないかと考える。

6.3. 理科と数学のつながりについて

アンケート項目「理科と数学のつながりは感じられましたか？」に対し，生徒が回答した内容の一部を紹介する。

・理科で行うような実験も，数学によって計算でもとめられるということがわかった。

・現実におこる現象が，数学で式をつくることによって，正確に素晴らしい精度で求められることにつながりを感じました。数学はオールマイティです。

・理科は「〇個うきました」だけでおわるけど，数学もプラスすると「どうして〇個までうくのか」がわかる。だから教科で分かれてても，つながっているんだ，と思った。

・数学をもとにして，理科の実験につなげるという，２つのつながりを知ることができた。実験が成功した時は，もととなった数学がつながった気がした。

が沈むのか求め，船の沈む深さを $y$cm，載せられる 10 円玉の枚数を x 枚として連立方程式をもとに解いていく生徒の姿も見られた (写真 6-2)。

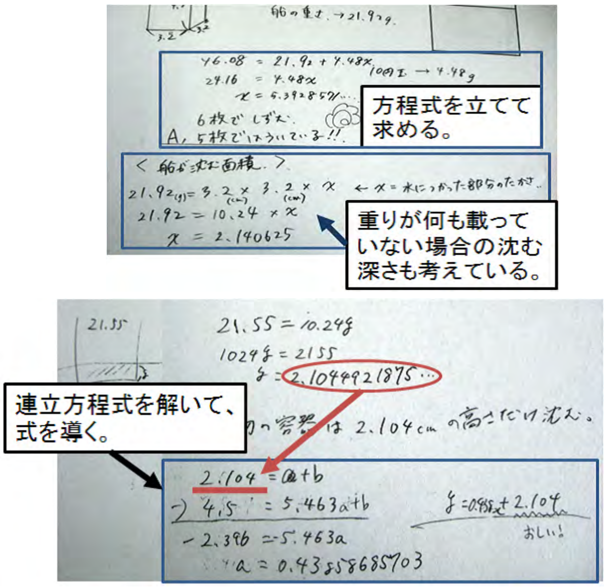


写真 6-2

6.4. 活動の様子

＜１時間目＞

多くの生徒が，まずは載せられる 10 円玉全部の合計の重さを出し，その後,10 円玉 1 枚分の重さで割って枚数を求めていた (写真 6-1)。

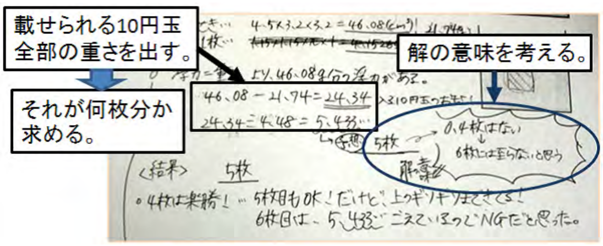


写真 6-1

そして，求めた枚数が正しいかどうかを実験で確かめた後，載せられる 10 円玉の枚数を x 枚とおいて，改めて方程式を立てていた。中には，重りが載っていない状態でどのくらい船

ほとんどの生徒は計算通りにうまく実験できていたが，何人かの実験では，計算で求めた値よりも多くの 10 円玉を載せても，船が沈まなかった。これは，表面張力が原因である。このようなときは，水に台所用の洗剤を入れると計算通りの枚数で船が沈む。授業では，この事態に備え，洗剤を用意しておき，実験がうまくいかないときは洗剤を注入した。このような背景を説明しないで洗剤を入れたので，この点に疑問を抱く生徒がいた。

＜２時間目＞

１時間目で，上で述べたような疑問を抱いた生徒がいたため，授業の初めに表面張力について，簡単に説明をした。子どもたちはその後，２時間通しての目標に向けて，計算と実験を行っていった。

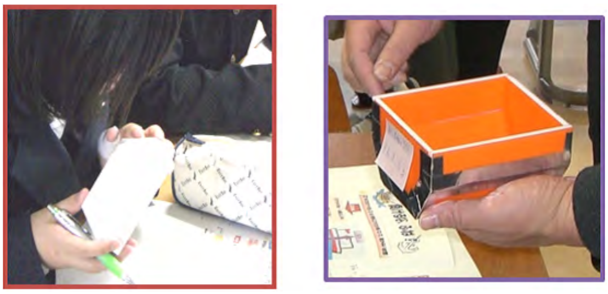


写真 6-3

考える手助けとして，全員に写真 6-3 左のような方眼紙でできた船を配り，実験用の船（写真 6-3 右）も，グループに一つずつ配布した。課題提示後，すぐに個人追究の時間に入ったのだが，何から考えていけばよいのかわからない生徒に対しては一旦前へ集め，実際に船を浮かべてみせて，水に浸かっている部分が，底面が台形の四角柱になることを推測させた。

生徒の中には，教師側の用意したヒントカード（文末資料 3）を活用し，まず四角柱の体積を求めるには台形の面積を求める必要があること，台形を求めるためには，どこの長さが必要になってくるのかなど，順を追って考えていく姿も見られた。イメージがわきにくい生徒は，配布した工作用紙の船を展開し，それぞれの部分に注目していた。写真 6-4 は，展開した船を使って考えを進めていた生徒のプリントの様子である。わかっている長さや x とおいた部分を書き込むことで，理解を深めていた。

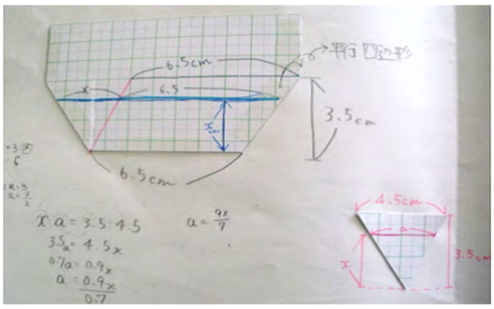


写真 6-4

そして，ほとんどの生徒が，写真 6-5 のように，補助線を引き，三角形の相似や比の性質を使って式を求めることはできていた。しかし，そこから答えまでたどり着く生徒は全体の四分の一程度しかおらず，小数と分数の混ざった計算や 2 次方程式を解くことに難しさを感じていたようである。答えまで出すことのできた生徒は，実際に実験を行い，計算の結果と実験が一致することに驚いていた。

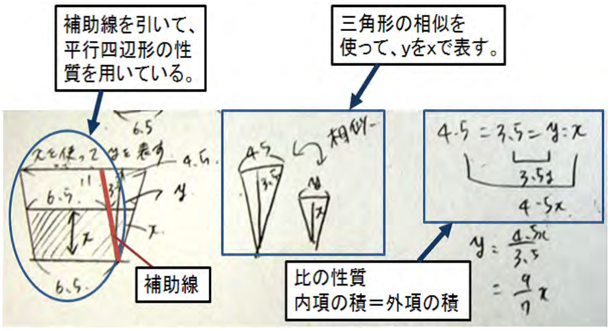


写真 6-5

ここで 2 日間通してのねらい，1 時間目と 2 時間目のねらいの達成度について，考察する。

まず 1 時間目のねらい「浮力の公式について理解し」については，大半の子どもが，計算と実験から浮力の公式が正しいと実感できていたようなので，達成できたのではないかと考える。また，「目的に応じてその式を活用することができる」については，この計算過程で，これまで学習してきた様々な考え方と組み合わせながら，活用できていたと考える。そのため，このねらいについては達成できたと考える。

2 時間目のねらい「船が沈む深さを，様々な数学の考え方を用いて導き出すことができる」については，全ての子どもが，自分が扱えると考えた数学の考え方を自由に使って，考えを進めていくことができていた。しかし，沈む深さまで求められた生徒は少数であったため，このねらいは，あまり達成できなかったと考える。

以上の結果から，2 日間通してのねらいは達成されていないので，授業においてまだ改良すべき点が数多くあると考える。

7. 今後の課題

今回の実践における授業者の願いは, 子どもたちが自らの判断で扱う数学を考え, 計算を行い, その結果を実験で確かめることで, 数学の有用性を少しでも感じることであった。しかし実際には, 2時間目の実験までたどり着く生徒は少なく, 計算が本当に正しかったことを, あまり実感できなかったのではないかと考える。その原因の一つとして, 小数と分数の混ざった式が出てきたことで, 計算が複雑化したことが挙げられる。選択数学であれば, あえてそのような計算をさせていくのも良いと思うが, 今回のような数学を苦手と感じる子どももいる場合には, もう少し工夫が必要だったと考える。船の重さや形, 辺の長さなどを再度見直し, もっと簡単に求められるよう, 改良していきたい。

また, 今回は実験で水を扱ったため, 表面張力から生じる問題が出てきた。授業では簡単な説明しかせず, 深くは触れなかったが, 何人か, この現象に興味を抱いたまま, 授業を終えてしまう子どももいた。そのため, 表面張力についても考えさせていくか, もしくは表面張力の影響を受けないような工夫を更に重ねていきたい。

今後もこういった, これまでに学習してきた数学がとても役に立つものであることを, 子どもたちが実感できるような教材を開発していきたい。

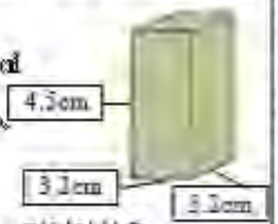
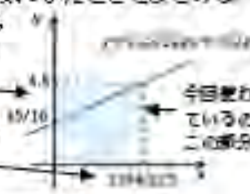
引用文献

[1] 文部科学省,2008, 中学校学習指導要領解説 数学編, 教育出版.
[2] 兼房慎二, 他 6 名,1991, 基礎物理学, 開成出版株式会社.
[3]L・I・セドフ,1979, 流体力学 3, 森北出版.
[4] 戸田盛和,1995, 流体力学 30 講, 朝倉書店.
[5] 三浦登　他 44 名, 新しい科学 1 分野上, 東京書籍株式会社.
[6] 木田重雄,2003, なっとくする流体力学, 講談社.

資料１

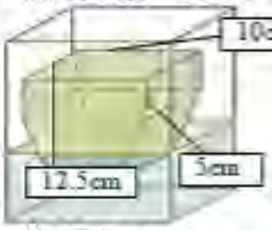
授業展開（１時間目）

ねらい：浮力の公式について理解し，目的に応じてその式を活用することができる。

	ねらい	学習活動	指導・援助
導入	○船がどうして浮くのか，興味・関心を持つことができる。 ○２つの力のつり合いの内容をもとに，浮力と重力がつり合っていることを理解できる。 ○浮力の公式を理解できる。	1．２時間通しての目標を持つ。 問題： 側面が六角形の船がある。この船に荷物をのせると，どのくらい沈むだろうか。 2．浮力について知るため，既習の「２つの力のつり合い」の内容を思い出す。 ①２つの力は，一直線上にある。 ②２つの力の向きは，反対である。 ③２つの力の大きさは，等しい。 3．「浮力＝重さ」かつ「浮力＝水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ」であることとから，「船の重さ＝水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ」という浮力の公式が導かれることを，アルキメデスの原理を用いて理解する。 4．浮力の公式が本当に正しいのかを，直方体の船を使って，計算と実験で確かめていくという見通しを持つ。	・浮力について，理科の教科書や図を用いながら説明する。 ・なぜ「船の重さ＝水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ」なのか，理解しやすいよう，アルキメデスの原理の成り立ちを紙芝居にして話す。 ＜アルキメデスの原理＞ 流体中で静止している物体には，その物体が押しのけた流体の重さに等しい浮力を受ける。
		課題：浮力の公式が正しいことを確かめるため， ・直方体の船にのせられる10円玉の枚数を計算で求めよう。 ・それを実験で確かめよう。	・直方体の船を提示し，本時やることを説明する。
展開	○直方体の船の体積を求めることができる。 ○「船の重さ＝水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ」の式を用いて，のせられる10円玉の枚数を計算することができる。 ○解の意味を理解できる。 ○実験を通して，浮力の公式が正しいことを実感できる。 ○わからない数をx，yとおき，１次方程式を立てることができる。 ○１次方程式が何を表しているのか，理解できる。	5．直方体の船と10円玉の重さ，直方体のたて・横・高さをはかり，それらをもとに，何枚10円玉をのせれば船が沈むかを求める。 船の重さ：22.4g 体積：3.2×3.2×4.5＝46.08 ㎤ 10円玉の重さ：4.5g のせられる10円玉の数をxとする。 $22.4+4.5x=46.08$ $x=5.2622\cdots$ 解の意味を考える。 10円玉5枚までならのせられるが，6枚だと沈む。  6．のせる10円玉の枚数と深さの関係を調べるため，10円玉の枚数をx，沈む深さをyとおき，１次方程式を立てる。 $3.2\times3.2\times y=22.4+4.5\times x$ $y=225/512x+35/16$ 式からグラフをかくなどして，気づいたことをまとめる。 ・y軸と交わっているところは，船がはじめから水に浸かっている部分だ。 ・のせられる10円玉の枚数が小数点になったのは，グラフのこの部分だったからだ。  7．実験により確かめる。 ・教室前に用意してあるバケツに船を浮かべる。 ・10円玉を一枚ずつ，静かに入れる。 ・船が沈んだ時の10円玉の枚数を数え，のせられる10円玉は何枚までだったのかを確かめる。	・何がわかればのせられる10円玉の枚数が求められるのか，浮力の式と関連付けながら理解させる。 ・何から手をつければ良いのかわからずにいる子どもには，知りたい数をxとおくよう，助言する。 ・船が揺れのために沈んでしまわないよう，10円玉は静かにのせるよう，促す。 ・表面張力により，船がうまく沈まない場合には，理由を述べて水に洗剤をたらす。 ・一度沈んでしまったら，水分によって重さが変わってくるので，10円玉はタオルでよく拭き，船の重さは再度はかりで測るよう指示する。 ・早くできた子どもには，他の方法はないか考えさせ，枚数と深さの関係を方程式で立てるよう促す。
まとめ	○次回の授業へのつながりを意識できる。	実験から，「船の重さ＝水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ」の式が成り立つことを理解する。  8．全体で交流する。 9．次回の授業への見通しを持つ。	・１次方程式と解の意味を全体で理解し，次回へつなげる。
		まとめ：「船の重さ＝水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ」の式が成り立つことを，計算と実験から確かめることができる。	

授業展開（2時間目）

ねらい：船が沈む深さを，様々な数学の考え方を用いて導き出すことができる。

	ねらい	学習活動	指導・援助
導入	○浮力の公式を思い出す。 ○側面が六角形の船の沈み方に興味・関心を持つことができる。	1．前回の授業を振り返る。 問題： 側面が六角形の船がある。この船に荷物をのせると，どのくらい沈むだろうか。 2．問題に沿って，本時は六角形の船で考えていくことを理解する。 課題：船の沈む深さを方程式を使って求めよう。	・浮力と重力の関係を確認する。 ・六角形の船を提示し，本時の見通しを持たせる。
展開	○沈む部分の深さをxcmとおけばよいことに気づき，台形の面積を相似を使って求めることができる。 ○2次方程式を立て，解の公式を利用できる。 ○浮力の公式を使って，式を立てることができる。	3．船だけを浮かべたとき，どのくらい沈むか考える。  船の重さ：185.8g 沈む深さをxとする。 沈んでいる部分の体積を求めるため，側面の台形部分に着目する。図のようにわからないところをaとおくと， $x:a=3.5:4.5$ $a=9x/7$ 水に浸かっている台形の面積Sは， $S=\{6.5+(6.5+9x/7)\}\times x\div 2=9x^2/14+13x/2$ よって，沈んでいる部分の体積Vは， $V=(9x^2/14+13x/2)\times 12.5=225x^2/28+325x/4$ 浮力の公式より「船の重さ＝水に沈んでいる部分の船の体積と同じ体積の水の重さ」なので， $225x^2/28+325x/4=185.8$ $225x^2+2275x-5202.4=0$ $x≒1.92$ よって，船を水に浮かべると約1.9cm沈む。 4．実験して確かめる。	・まずは，船だけを浮かべたときの沈んだ深さを考えさせる。 ・何がわかれば沈んだ深さがわかるか，はっきりさせる。(浮力の公式) ・水に浸かっている部分の面積を求めるには，台形の図をかいて考えるとわかりやすい。 ・台形の面積の求め方に戸惑っている子どもには，補助線を引くよう促す。 ・相似の考え方に気づけずにいる子どもには，三角形に注目するよう促す。 ・解の公式を忘れてしまった子どもには，教科書を用いて思い出させる。
まとめ	○関数の関係に気づき，変化の仕方が変わる部分に着目できる。 ○実験により，計算と沈み方が一致しているか，確認する。	5．3.5cm沈むとき，10円玉は何枚必要か，計算する。 10円玉の重さ：4.5g 必要な10円玉の枚数をxとおくと， $(6.5+11)\times 3.5\div 2\times 12.5=4.5\times x+185.8$ $4.5\times x=197.0125$ $x≒43.78$ よって，約44枚必要。  6．10円玉がy枚入っているとき，船は何cm沈むか，考える。 $y\leqq 15761/360$ のとき $5\times(9+x)\times x=(5.2+4.5y)\times 3$ $13.5y=5x^2+45x-15.6$ $y>15761/360$ のとき $60+5\times 5\times(x-3)=4.5y+5.2$ $4.5y=25x-20.2$ 7．実験して確かめる。	・実験で船が揺れる場合は，目分量でしるしをつけるよう指示する。 ・沈んだ部分の深さは，3.5cmを過ぎると変化の仕方が変わることに気付かせる。
	まとめ 高さのわからない台形の面積を，相似を使って求めることで，船の沈む深さが求められる。 側面の形によって，変化の仕方が変わる場合がある。 様々な数学の考え方を組み合わせて用いることで，現実の世界にも適用することができる。		

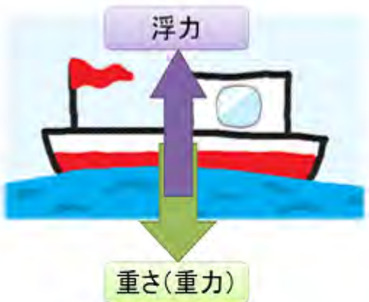
資料２

負けるな，ふね！

2つの力がつり合っている：物体に2つの力が働いていて，動かない状態

このとき

①2つの力は，一直線上にある。
（同一作用線上にある。）
②2つの力の向きは，反対である。
③2つの力の大きさは，等しい。



アルキメデスの発見！

浮力＝水につかった部分の体積

浮力＝重さ

浮力の公式

水につかった部分の体積の値（㎤）＝重さの値（g）

重りを入れると，船は沈む

3年　組 名前

課題

浮力の公式が正しいことを確かめるため，
・直方体の船に乗せられる10円玉の枚数を計算で求めよう。
・それを実験で確かめよう。

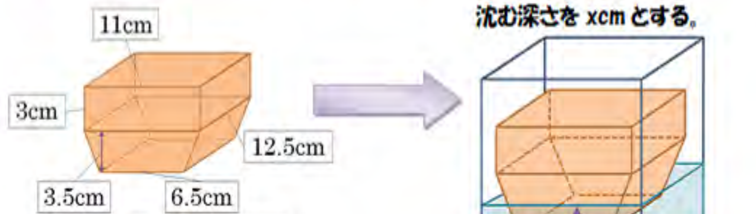
負けるな，ふね！

3年　組　名前

★ 浮力の公式

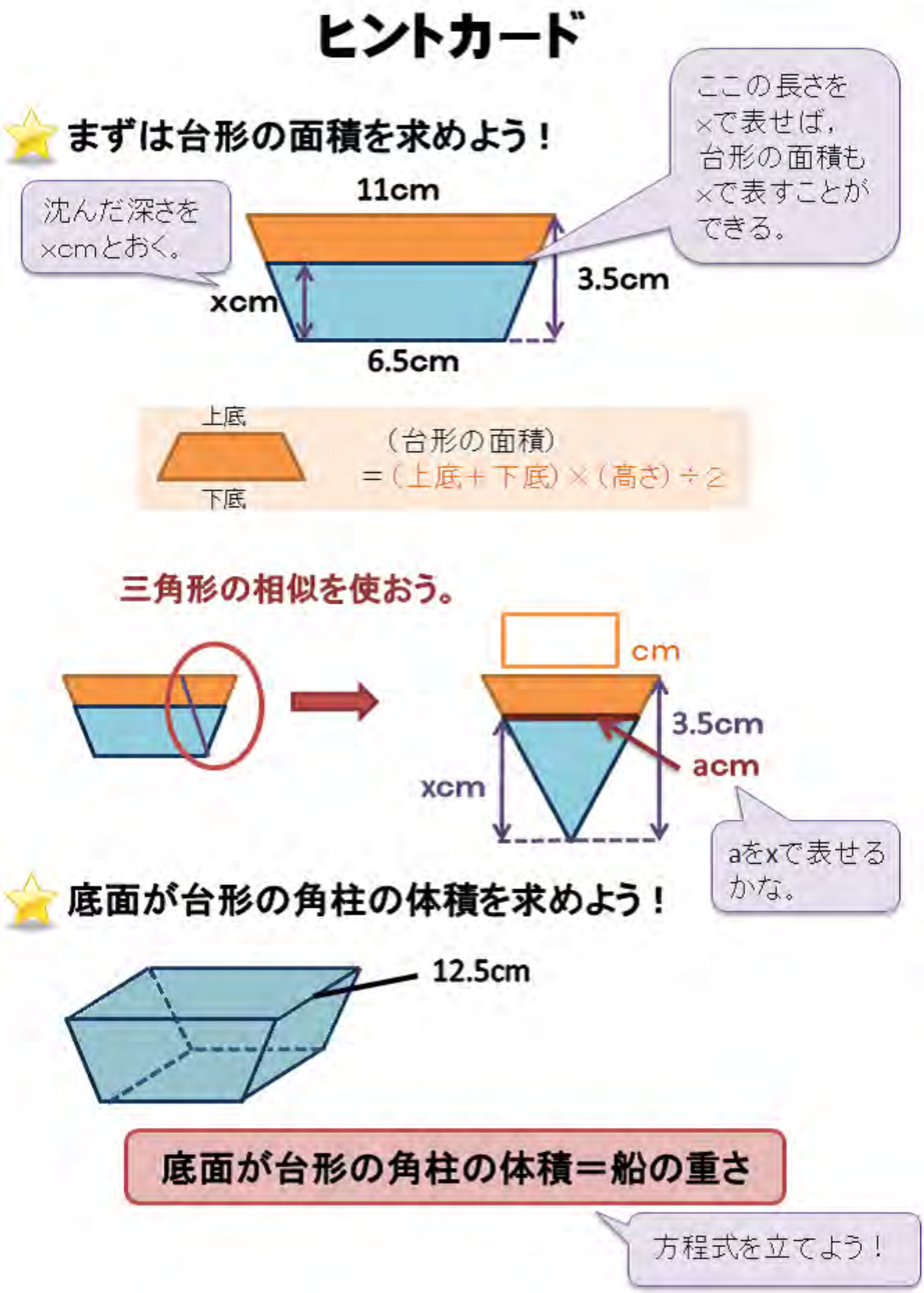
水につかった部分の体積の値（㎤）＝重さの値（g）

課題　船の沈む深さを方程式を使って求めよう。



船の重さ

資料３


ヒントカード
まずは台形の面積を求めよう！
沈んだ深さをxcmとおく。
11cm
xcm
3.5cm
6.5cm
ここの長さを×で表せば，台形の面積も×で表すことができる。
上底
下底
（台形の面積）
＝（上底＋下底）×（高さ）÷２
三角形の相似を使おう。
cm
3.5cm
acm
xcm
aをxで表せるかな。
底面が台形の角柱の体積を求めよう！
12.5cm
底面が台形の角柱の体積＝船の重さ
方程式を立てよう！

資料４

負けるな，ふね！

～授業後アンケート～

3年　組

船が沈む深さを，浮力の公式を使って求める方法は，理解できましたか？

理解できた　　　少し理解できた　　　理解できなかった

その理由も教えてください。

船が沈む深さを求めるとき，どんな数学を使いましたか？
思いつくものを全て書いてください。

理科と数学のつながりは感じられましたか？理由と一緒に教えてください。

最後に，授業を通しての感想をお願いします♪