岐阜数学教育研究
2009, Vol.8, 35-46

放物線について考察する数学的活動を取り入れた授業案の実践

黒木悠太[1]，愛木豊彦[2]

文部科学省は 2008 年 3 月 28 日に中学校学習指導要領を公示した。数学科の大きな改訂点の 1 つとして,「数学的活動」を指導内容として学習指導要領に規定したことがあげられる。そこで，懐中電灯の光によってできる形が放物線かどうか判断する活動を数学的活動と捉え，それを取り入れた授業案を開発し実践した。

＜キーワード＞数学的活動，放物線，対称軸，円錐

1．はじめに

文部科学省は，2008 年 3 月 28 日に中学校学習指導要領を公示した。中学校数学科の目標は以下の通りである ([1])。

中学校数学科の目標

> 数学的活動を通して，数量や図形などに関する基本的な概念や原理・法則についての理解を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得し，事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し，それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

数学科の大きな改訂点の 1 つとして,「数学的活動」を指導内容として学習指導要領に規定したことがあげられる。「数学的活動」とは,生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営みであり,「数学的活動」のうち，特に中学校数学科において重視するものとして，以下の 3 点がある ([1])。

- 既習の数学をもとにして数や図形の性質などを見出し発展させる活動
- 日常生活や社会で数学を利用する活動
- 数学的な表現を用いて根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

[1]岐阜大学大学院教育学研究科
[2]岐阜大学教育学部

これを受け，身近な事象を題材とした，既習の数学を使って事象を考察し，判断する授業案を開発することにした。

2．授業の題材について

2.1 題材の概要

岐阜県で採用されている大日本図書の教科書 ([2]) では，第 3 学年の関数 $y = ax^2$ の単元で放物線を学習する。その教科書で，身近な事象の中に現れる放物線としてバットで打ったボールの軌跡やアーチ橋が紹介されているが，実際にそれらが放物線であるかどうかを判断する活動は行っていない。本授業では，身近な事象の中に現れる曲線が放物線であるかどうかを判断する活動を行う。その活動の中で，特に具体的活動（観察，操作，実験を実際に手や体を動かし行う活動）を中心に扱うことにした。その理由は，このような具体的活動を取り入れると生徒の興味・関心がわき，学習意欲が高まることが多くの研究によってわかっているからである。

本授業の題材は懐中電灯の光によってできる形について考察することである。懐中電灯の光の道筋は円錐状と考えることができる。よって，光によってできる形の端（以後，光の外形と呼ぶことにする）は円，楕円，放物

線，双曲線になる。実際，懐中電灯の角度を変えていくと放物線らしき曲線が連続して現れる（写真 1，写真 2，写真 3）。

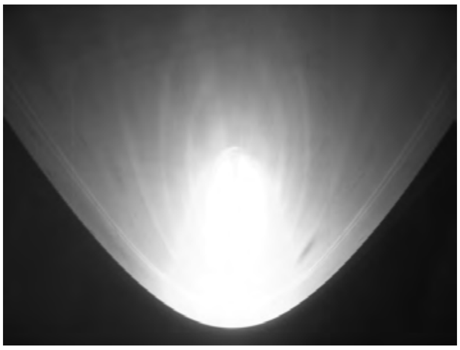


写真 1

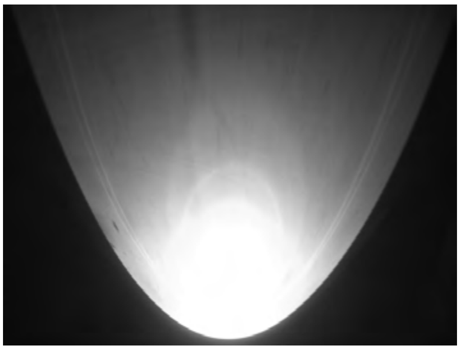


写真 2

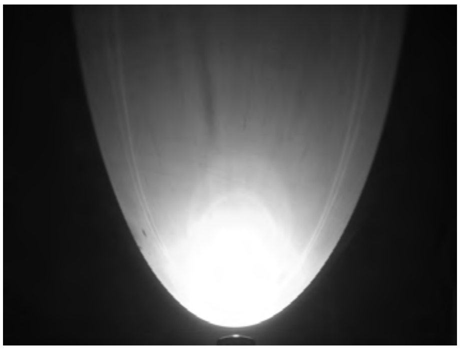


写真 3

しかし理論上，放物線は円錐の母線と平行に切断したときしか現れない。つまり，放物線が現れる懐中電灯の角度はたった 1 つである。それだけ，放物線の写真をとることが難しい。

放物線は中学校第 3 学年関数 $y = ax^2$ の単元で，関数 $y = ax^2$ のグラフとして学習する。放物線の特徴として，原点を通り，y 軸について対称な滑らかな曲線であることが挙げられる。本授業はこれらの特徴をもとに，写真 1，写真 2，写真 3 の曲線のうち，どの曲線が放物線であるかを判断する。

現れた曲線が放物線であるかどうかを判断するためには，光によってできた形を写した写真に座標軸を入れ，座標を調べ，曲線を表す式が $y = ax^2$ になっているかどうかを調べればよい。中学校 3 年生では $y = ax^2$ をもとにした方法しか扱えないので，座標軸の y 軸を曲線の対称軸と重なるようにしなければ，放物線かどうかの判断をすることができない。

そのために，曲線の対称軸を見つける活動を行う。具体的には，対称軸を見つけるため，トレーシングペーパー等に描き写す，写真を切る，折るなどが考えられる（具体的活動）。ここで見つけた軸と頂点をもとに曲線上の座標を読み取り，曲線を表す式が $y = ax^2$ になっているかどうかを調べる。実際に写真 1，写真 2，写真 3 に座標軸をかき込み，値を調べると以下のようになる。

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y	0.1	0.2	0.4	0.8	1.2	1.8	2.4	3.1	3.8	4.7	5.6	6.6	7.6	8.7
$\frac{y}{x^2}$	0.1	0.05	0.044	0.05	0.048	0.05	0.049	0.048	0.047	0.047	0.046	0.046	0.045	0.044

表 1（写真 1）

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y	0.1	0.2	0.5	0.9	1.5	2.1	2.9	3.8	4.8	5.8	7.1	8.4	9.8	11.4
$\frac{y}{x^2}$	0.1	0.05	0.056	0.056	0.06	0.058	0.059	0.059	0.059	0.058	0.059	0.058	0.058	0.058

表 2（写真 2）

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y	0.1	0.3	0.7	1.1	1.8	2.6	3.6	4.7	6.0	7.5	9.1	11.0	13.0	16.0
$\frac{y}{x^2}$	0.1	0.075	0.078	0.069	0.072	0.072	0.073	0.073	0.074	0.075	0.075	0.076	0.077	0.081

表 3（写真 3）

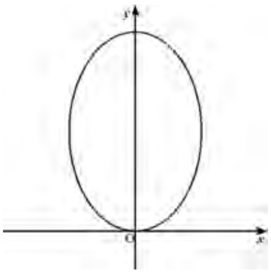
放物線かどうかを確かめるために，$\frac{y}{x^2}$ の値を求め，$x > 0$ で，x の値が増加したときの $\frac{y}{x^2}$ の値の変化の様子を調べる。表 1 では，$\frac{y}{x^2}$ の値は減少傾向に，表 2 ではほぼ一定，表 3 では増加傾向にある。したがって，表 2 の曲

線をほぼ放物線とみなすことができる。

次に，楕円，双曲線の $\frac{y}{x^2}$ の値の変化について考察する。対称軸を x 軸，y 軸とする楕円の方程式の一般形は

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, \quad (a>0, b>0)$$

である。今，考えている楕円はグラフ1のように，対称軸を y 軸とし，原点を通っているので，その方程式は



グラフ1

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{(y-b)^2}{b^2}=1$$

で与えられる。写真にある曲線はその下半分なので，その方程式は

$$y=b-b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}$$

よって，

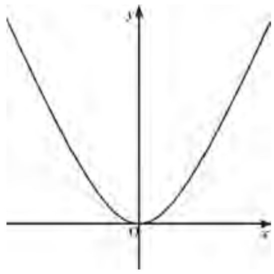
$$\begin{aligned}\frac{y}{x^2} &= \frac{b}{x^2}-\frac{b}{x^2}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\\ &= \frac{b}{x^2}\left(1-\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\right)\\ &= \frac{b}{x^2}\left(\frac{1-\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)}{1+\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}\right)\\ &= \frac{b}{a^2\left(1+\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\right)}\end{aligned}$$

ゆえに，楕円の場合，$x>0$ で $\frac{y}{x^2}$ は x に関して増加関数であることがわかる。

次に双曲線を考える。対称軸を x 軸，y 軸とし，y 軸と交わる双曲線の方程式の一般形は

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1, \quad (a>0, b>0)$$

である。今，考えている双曲線はグラフ2のように，対称軸を y 軸とし，原点を通っているので，その方程式は



グラフ2

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{(y+b)^2}{b^2}=-1$$

で与えられる。写真にある曲線はこの上半分なので，その方程式は

$$y=-b+b\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+1}$$

よって，

$$\begin{aligned}\frac{y}{x^2} &= -\frac{b}{x^2}+\frac{b}{x^2}\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+1}\\ &= \frac{b}{x^2}\left(\frac{\frac{x^2}{a^2}+1-1}{\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+1}+1}\right)\\ &= \frac{b}{a^2\left(1+\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+1}\right)}\end{aligned}$$

ゆえに，双曲線の場合，$x>0$ で $\frac{y}{x^2}$ は x に関して減少関数であることがわかる。

以上の考察より，写真1の曲線は双曲線，写真3の曲線は楕円であることがわかる。

授業では，$\frac{y}{x^2}$ が一定かどうかだけではなく，$\frac{y}{x^2}$ の値の変化の様子にも着目させたい。

このような考察をもとにした放物線かどうかの判断は，中学校3年生ならば十分可能であると考えた（既習内容の活用）。そして，いろいろな曲線があることを知ることは，高等学校で学習する2次曲線を理解する足がかりになるとも考えた。

以上により，具体的活動，既習内容の活用を通して光の外形が放物線であるか判断する

活動により，2乗に比例する関数の単元の学習の意義を感じられるのではないかと考えた。

2.2 教材のねらい

第1節，第2.1節で述べたことを踏まえ，本授業のねらいを以下の3点とした。

(A) 図形の対称性や2乗に比例する関数の既習内容を用いて，懐中電灯の光によってできる図形が放物線かどうかを考察することができる。
1. 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴である対称性をもとに図形の対称軸の位置について考察することができる。
2. 既習内容を用いて曲線を表す式が $y = ax^2$ になっているかどうか考察することができる。

(B) 判断の根拠や方法を説明することができる。

(C) 放物線が日常生活の中にあることを知り，放物線を身近に感じることができる。

3．実践の概要

以下の通りに実践を行った。

日　程：平成21年2月24日，3月3日
対　象：岐阜大学教育学部附属中学校
　　　　3年1組の生徒40名
単元名：「懐中電灯からコニックセクション」
時間数：全2時間

3.1 授業の概要

各時間のねらいと大まかな授業の流れを説明する。詳細な計画は，指導案（文末資料1）で示している。

＜第1時＞

ねらい

・関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴である対称性を用いて，曲線の軸を発見することができる。
・写真に座標軸をかき込み，曲線上の座標を読み取ることができる。

a) 懐中電灯による実験

懐中電灯を使って光によってできる形にはどのようなものがあるか実験を通して考察する。

b) 実験の考察，課題設定

懐中電灯を傾けていったときに現れる放物線らしき曲線の写真を提示する（写真1，写真2，写真3）。放物線は関数 $y = ax^2$ のグラフであり，原点を通り y 軸について対称である曲線であることを確認し,「光の外形が放物線かどうかを判断しよう」と課題設定をする。

c) 軸の挿入，表の完成

判断するために，写真に座標軸をかき，値をとり，表にまとめる活動を行う。詳しくは第2.1節で述べた通りである。ここで，生徒が活動しやすいよう，方眼を記入したOHPシートと，枠と x の値を書き入れてある表を載せた学習プリント (文末資料2) を配付した。

＜第2時＞

ねらい

・関数 $y = ax^2$ の性質（x の値が2倍，3倍，…になると，対応する y の値が 2^2 倍，3^2 倍，…になる，$\frac{y}{x^2}$ の値が一定）を使って曲線が放物線であるかを判断する活動を通して，関数を学ぶことの意義を感じることができる。
・考察の方法や手順を表，式，グラフを使って説明することができる。
・懐中電灯の光の外形の中に放物線があることを知り，判断する活動を通して放物線を身近に感じることができる。

d) 個人追究

表をもとに，写真にある曲線が放物線かどうかの判断をする。調べ方は一通りではないが，その選択は個々に任せる。予想される判断方法を以下に示す。

（考え方1）
$\frac{y}{x^2}$ の値が一定かどうかで判断する。

（考え方2）
x の値が2倍，3倍，…，になったときに，y の値が 2^2 倍，3^2 倍，…，になっているかどうかで判断する。

（考え方 3）
$y = ax^2$ に，ある x の値とそのときの y の値を代入して a を求める。そして得られた式に他の x の値を代入して，そのときの y の値が表の値と一致するかどうかで判断する。
（考え方 4）
y の値の階差の差が一定かどうかで判断する。
e) 自由交流
　考えがまとまった生徒から自由交流を行う。
f) 全体交流・まとめ
　課題解決に用いた考え方や結果について仲間に伝え，考えを深めていく。最後に，円錐曲線について知る。

3.2 活動の様子

　第 1 時の c) 軸の挿入，表の完成と，第 2 時の d) 個人追究について紹介する。

3.2.1 c) 軸の挿入，表の完成について

　軸を見つけるために，子どもたちは写真を透かしぴったり重なる位置を見つけたり，写真の端に沿って切り，重なる位置を見つけていた（写真 4，写真 5，写真 6，写真 7）。


写真 4

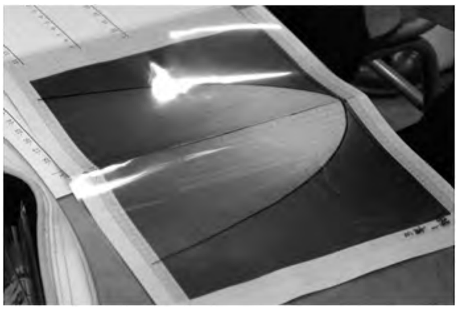


写真 5


写真 6


写真 7

　OHP シートに曲線を描き写し，そこから表を完成させていた生徒もいた（写真 8）。

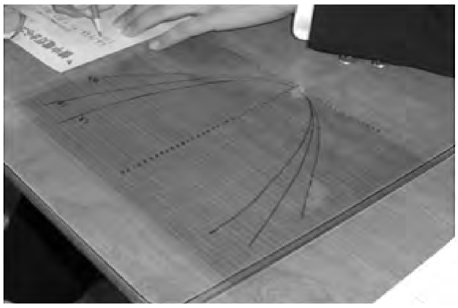


写真 8

　表の完成までを 1 時間で行うつもりだったが，軸を見つける活動に時間がかかり，3 つの写真について表を完成させられた生徒はほとんどいなかった。よって，3 つの表を完成させることを次回までの宿題とした。

3.2.2 d) 個人追究について

　各自のデータをもとに個人追究を行った。生徒の考え方を以下に示す。
（考え方 1）
　$y = ax^2$ の x と y に値を代入し，a の値が一定になるかどうかで判断する。表の値は，実

際に生徒が使ったものである（表4，表5，表6）。

写真1

x	y	a
-9	4.0	0.049
-8	3.2	0.05
-7	2.5	0.051
-6	1.8	0.05
-5	1.25	0.05
-4	0.81	0.051
-3	0.5	0.056
-2	0.22	0.055
-1	0.1	0.1
0	0	-
1	0.1	0.1
2	0.22	0.055
3	0.5	0.056
4	0.81	0.051
5	1.3	0.052
6	1.8	0.05
7	2.45	0.05
8	3.2	0.05
9	4.0	0.049

表4

写真2

x	y	a
-9	4.9	0.06
-8	3.9	0.061
-7	3.0	0.061
-6	2.1	0.058
-5	1.6	0.064
-4	1.0	0.063
-3	0.6	0.067
-2	0.3	0.075
-1	0.1	0.1
0	0	-
1	0.1	0.1
2	0.3	0.075
3	0.6	0.067
4	1.0	0.0625
5	1.6	0.064
6	2.1	0.0583
7	3.1	0.063
8	4.0	0.063
9	5.0	0.062

表5

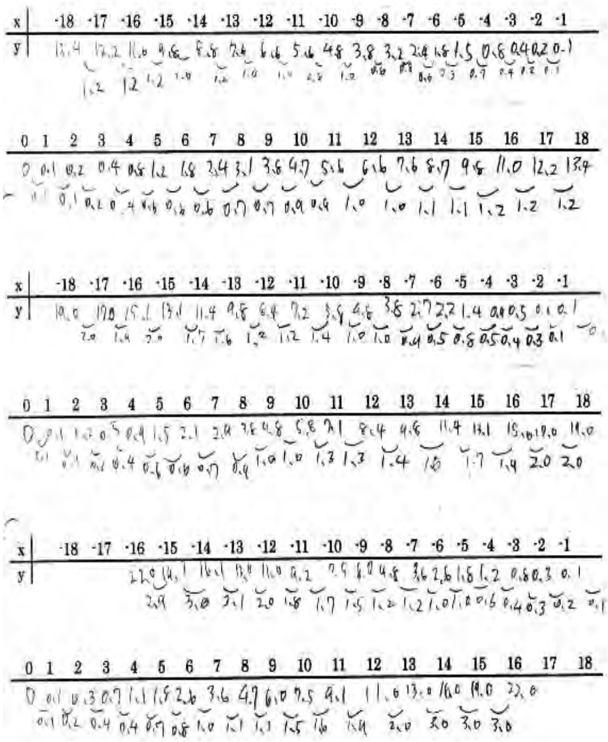
写真3

x	y	a
-9	6.1	0.075
-8	4.8	0.075
-7	3.6	0.073
-6	2.7	0.075
-5	1.8	0.072
-4	1.29	0.075
-3	0.7	0.078
-2	0.3	0.075
-1	0.1	0.1
0	0	-
1	0.1	0.1
2	0.3	0.075
3	0.7	0.078
4	1.2	0.075
5	1.8	0.072
6	2.6	0.072
7	3.5	0.071
8	4.6	0.072
9	6.0	0.074

表6

（考え方2）

y の値の増加量の増加量が一定かどうかで判断する。



（考え方3）

$y=ax^2$ に，ある x の値とそのときの y の値を代入して a を求める。そして得られた式に他の x の値を代入して，そのときの y の値が表の値と一致するかどうかで判断する。

多くの生徒は考え方1で考察していた。値が完全に一致しないことからすべて放物線ではないと判断した生徒や，誤差を考えれば写真2が放物線に近いと判断した生徒がいた。また，軸を正しくとれなかったため，絶対値が同じ x に対する y の値が一致しなかったので，値を取り直そうとする姿が見られた。時間の都合上，そのような生徒には仲間のデータを参考にするように指示した。

個人追究に時間がかかり，全ての表については考察することができなかった生徒もいた。しかし，全員が1つ以上の曲線について判断することができ，できたところまでをプリントにまとめることができていた。

4．考察

アンケートの結果を報告する。選択式の回

答については，百分率の数値は小数第１位を四捨五入している。記述式については，一部抜粋をして紹介する。

1. 今回の授業は懐中電灯によってできる形について考えましたが，興味を持って活動することができましたか。

理由
［できた］
・懐中電灯の光という身近なものを使っていたから。
・調べるのがなかなか進められなかったけれど，あいている時間を使って結論まで考えることができたから。
［どちらともいえない］
・面白いと思った部分と難しくて大変だった所もあったから。
・正しい値をとることができなくてちょっと嫌になった。
［できなかった］
・どのように値を求めるべきかわからなかったから。
・数学が苦手だから。しかし，調べるときは楽しかったし，懐中電灯から放物線について分かることができるのにびっくりした。

2. 写真に座標軸を入れる際に気をつけたこと，工夫したことはなんですか。

・$(x, y), (-x, y)$ が同じになる所を無理やりとってそこから作った。
・裏側から透かして見て，なるべく合うようにしながら折っていった。
・頂点を見つける際に，ハサミなどで切って合わせた。
・光に合わせて切って，それを折ったときにちょうど重なった折り目が軸と決めた。

3. 今回の授業で，関数の学習の中でどんな所が役に立ちましたか。

・放物線は y 軸を対称軸として線対称ということ。
・$y = ax^2$ の x と y に値を代入すれば a の値が出せるというところ。a の値が一定であれば放物線。
・x が１ずつ増加するときに y の増加量の増加が $y = ax^2$ ならば一定。

4. 今回の授業では懐中電灯の光によってできる形について考察しました。他に，放物線であるかどうか調べてみたいものはありますか。

・虹　・ホースから出た水　・物を投げたとき
・パラボラアンテナ　・懐中電灯の反射面
・レーザーの反射面　等

5. 振り返りを書いてください。（普段の授業通り）

- $y = ax^2$ の特徴を生かしてグラフの座標をかいて調べたり，放物線となぜいえるのかいえないのかを調べることもできた。今日の学習でまた身の回りのものと数学とを関連付けていきたいと思った。
- 中心が分からないし，値が切りのいい数ではなくて，大変だったけど，関数の学習を生かして座標軸を入れることができた。またこれが本当に放物線かどうかを判断する時も一つ一つ考えながら判断できたのでよかったです。また，クラスの仲間と交流することで，考えを深めていくことができた。
- 今までに学習した $y = ax^2$ のグラフの特徴を利用して放物線かどうか判断することができた。正確に数値を読み取

れなかったので放物線かどうかの判断をするのが大変だったけど，どこまで誤差と言えるのかについて考えることができた。

次に，先に述べた3つのねらいについて考察する。

(A) 図形の対称性や2乗に比例する関数の既習内容を用いて考察することができる。

写真を透かしたり切ったりし，対称軸を見つけたり，関係を表す式が $y = ax^2$ になっているかどうか調べることができていた。アンケートや学習プリントから既習内容を用いて考察できていたことがわかる。よって，このねらいについては達成できたと考える。

(B) 判断の根拠や方法を説明することができる。

学習プリントに判断した根拠や方法をまとめることはできていた。しかし，個人で活動する時間に多くを費やしてしまい，考えを交流する時間があまりとれず，仲間に説明する場面を十分に確保できなかった。よって，このねらいについては十分に達成できなかったと考える。

(C) 放物線が日常生活の中にあることを知り，放物線を身近に感じることができる。

アンケートから「こんな身近に放物線があることに驚いた」,「日常生活と数学とが関連していることがわかった」という言葉があったことから，このねらいについて，達成できたと考える。

5．今後の課題

まず第1に本授業の見直しである。写真に座標軸をかく，値を読みとる，表から考察する等活動が多く，生徒たちは3つの写真について十分に活動できていなかった。特に座標軸を入れる活動が生徒には難しかったことが，活動の様子やアンケートから読み取れる。活動を精選し，通常単元の中で行えるよう見直していきたい。

今回のような身近な事象を題材とし具体的な活動を取り入れた授業は生徒の興味，関心を高め，既習事項を用いて学習することは有効であると考える。今後もさらに研究を進めていき，新たな教材開発を行っていきたい。

謝辞

最後に，実践の場を提供してくださった岐阜大学教育学部附属中学校に感謝する。

引用文献

[1] 文部科学省，2008，中学校学習指導要領（平成20年9月）解説―数学編―.

[2] 吉田稔　他17名，2006，新版中学校数学3，大日本図書株式会社.

[3] 黒木悠太，愛木豊彦，2006，選択数学における教材の開発と実践，岐阜数学教育研究，第5号，39‐48.

資料１

本時の展開（第１時）

展開	学習活動	指導・評価の工夫
導入	○懐中電灯の光によってできる形について考える 光の外形には円，楕円，放物線のような曲線がある。 ○問題を提案する ［放物線のような曲線は懐中電灯を傾けていくと連続して表れるが，全て放物線なのだろうか。］ 放物線は関数 y=ax² のグラフ。（定義） 原点を通り，y 軸について対称な曲線である。（特徴） ［写真の形（図形）がグラフの形であると，どのように判断したらいいだろうか。］ 写真に座標軸を入れて，値をとって，x と y の関係が式 y=ax² で表せられたら放物線。表せられなければ放物線ではない。 ○課題を設定し，課題追究に向かう。 ［光の外形が放物線かどうか判断しよう。］	○実際に懐中電灯を使って考察することで興味・関心をもたせる。 ○写真を５枚（双曲線→楕円）懐中電灯の傾きに合わせて掲示する。 ○光によってできた形の端の形を「光の外形」と呼ぶことにする。 ○掲示した５枚のうち，楕円，放物線，双曲線の３枚の写真について調べさせる。（円錐曲線を理解させるため）
展開（前半）	○追究の見通しをもち，課題解決に向けて活動を進める。 曲線を表す式が y=ax² になっているかどうか調べる。 ・方眼の入った OHP シートを使って写真に座標軸を入れる。 正しく座標軸を入れるために対称軸を見つける。（軸の発見） （考えられる具体的操作活動 … 描き写す，切る，折る） 軸と曲線との交点が頂点であり，これらを基準として座標軸を入れればよい。 ・値を読み取る。 線対称なので，x の値が正の部分だけ調べればよい。 より正確なデータを得るため，多くの値について調べる。 ・調べた値を表にまとめる。（数列変換）	○写真を載せたプリント，方眼入り OHP シート，学習プリントを配布する。 ○座標軸を正しくとらないと放物線かどうか判断できないことを確認する。 ○判断することと，なぜそう判断したのかの根拠をまとめさせる。 ○手が止まっている生徒，正しく座標軸を入れられない生徒には放物線がどういうものだったか振り返らせる。（定義，特徴）

写真１（双曲線）

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
y	0	0.1	0.2	0.4	0.8	1.2	1.8	2.4	3.1	3.8	4.7	…

写真２（放物線）

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
y	0	0.1	0.3	0.6	1.1	1.7	2.4	3.2	4.1	5.2	6.4	…

写真３（楕円）

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
y	0	0.1	0.3	0.7	1.2	1.8	2.6	3.6	4.7	6	7.5	…

○座標軸を入れたときに，使った考えや工夫した点を全体で確認する

> 絶対値が同じ x の値における y の値が y 軸で対称になり，曲線の頂点が原点にくるように座標軸（x 軸，y 軸）を入れた。
> 軸を見つけるため，曲線を描き写し，実際に折った。
> 写真を光の端に沿って切り，ぴったり重なるように折ることで対称軸を見つけた。見つけた軸と曲線との交点が頂点になるから，この点を原点にあわせて，y 軸が対称軸と重なるようにした。

○次回行う活動について確認する
得た表をもとに，２量についてどのような関係性があるか，どのような性質があるか，曲線を表す式が y=ax² になっているかどうか調べる。

【評価基準】
既習内容である関数 y=ax²，放物線についての定義や特徴を使って，見通しをもって課題追究をおこなえているか，活動する姿や学習プリントから評価する。

（第２時）

<table>
<tr><th>展開</th><th>学習活動と予想される生徒の姿</th><th>指導・評価の工夫</th></tr>
<tr>
<td>展開（後半）</td>
<td>
○前時の問題，課題を確認し，課題追究を行う
前時の活動で得た表（数列）をもとに，どのような性質があるか，曲線が放物線であるかどうか判断する。
y=ax²に，あるxの値とそのときのyの値を代入してaを求め，できた式に他のxの値を代入して，計算して出した結果が表の値と一致するかどうかで判断する。
y/x²の値が一定かどうかで判断する。
xの値が２倍，３倍，…になったとき，対応するyの値が2²倍，3²倍，…になっているかどうかで判断する。
yの値の階差の差が一定かどうかで判断する。
○自分の考えを仲間と交流し，考えを深めていく
線対称であるため，x>0についてのみ調べた。
<u>式y=ax²に値を代入して，結果と表の値が一致するか</u>
写真１について
x=5, y=1.2より，式y=0.05x²が得られる。この式をもとに表を作り，得た表と比較する。
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>…</td></tr>
<tr><td>y</td><td>0</td><td>0.05</td><td>0.20</td><td>0.45</td><td>0.80</td><td>1.25</td><td>1.80</td><td>2.45</td><td>3.20</td><td>4.05</td><td>…</td></tr>
</table>
xの値が大きくなるにつれて，得た表の方が値が小さく，差が広がっていく。
写真２について
x=5, y=1.5より，式y=0.06x²が得られる。この式をもとに表を作り，得た表と比較すると，ほぼ同一の値を得る。
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>…</td></tr>
<tr><td>y</td><td>0</td><td>0.06</td><td>0.24</td><td>0.54</td><td>0.96</td><td>1.50</td><td>2.16</td><td>2.94</td><td>3.84</td><td>4.86</td><td>…</td></tr>
</table>
写真３について
x=5, y=1.8より，式y=0.07x²が得られる。この式をもとに表を作り，得た表と比較する。
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>…</td></tr>
<tr><td>y</td><td>0</td><td>0.07</td><td>0.28</td><td>0.63</td><td>1.12</td><td>1.75</td><td>2.52</td><td>3.43</td><td>4.48</td><td>5.67</td><td>…</td></tr>
</table>
xの値が大きくなるにつれて，得た表の方が値が大きく，差が広がっていく。
よって，写真２については放物線と言え，他の２つについては放物線とは言えない。
グラフに表す。（図的変換）
写真１

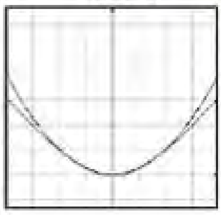



写真２

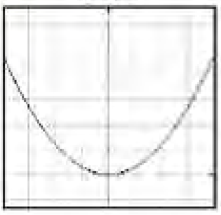
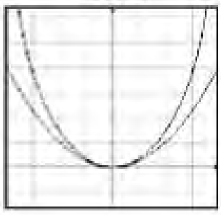



写真３

</td>
<td>
○どのように考察したらいいかがわからない生徒には，関数y=ax²の単元の学習を振り返らせる。（判断の根拠）

○１つの判断方法で解決した生徒には，他の方法でも判断できないか助言する。

○はっきりと値が一定にならないことから，“y＝ax²の関係になっていると<u>言えそうだ</u>”と表現した生徒は価値付ける。

○誤差があることを確認する。
○誤差がある中でも，放物線となる点があると言いきれるのか，またその点は１点なのか判断させるよう助言する。

○２つの表のyの値の差が対極的に開いていくものに挟まれていることから，y=ax²の関係になっているところが１点だけあると表現した生徒は価値付ける。
</td>
</tr>
</table>

<u>y/x^2の値が一定であるか</u>

写真２について

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	0.1	0.2	0.5	0.9	1.5	2.1	2.9	3.8
y/x^2	-	0.1	0.05	0.056	0.056	0.06	0.058	0.059	0.059

9	10	11	12	13	14	15	16	17	…
4.8	5.8	7.1	8.4	9.8	11.4	13.1	15.0	17.0	…
0.059	0.058	0.059	0.058	0.058	0.058	0.058	0.059	0.059	…

0.06に近い値がでた。よって，正確にではないが，写真２については，放物線であると言ってよい。

他の２つについて調べると，xの値が増えると，写真１についてはy/x^2の値が減っていき，写真３についてはy/x^2の値が増えていった。この２つについては放物線とは言えない。

写真１

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	0.1	0.2	0.4	0.8	1.2	1.8	2.4	3.1
y/x^2	-	0.1	0.05	0.044	0.05	0.048	0.05	0.049	0.048

9	10	11	12	13	14	15	16	17	…
3.8	4.7	5.6	6.6	7.6	8.7	9.8	11.0	12.2	…
0.047	0.047	0.046	0.046	0.045	0.044	0.044	0.043	0.042	…

写真３

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	0.1	0.3	0.7	1.2	1.8	2.6	3.6	4.7
y/x^2	-	0.1	0.075	0.078	0.075	0.072	0.072	0.073	0.073

9	10	11	12	13	14	15	16	17	…
6.0	7.5	9.1	11.0	13.0	16.0	19.0	22.0	26.2	…
0.074	0.075	0.075	0.076	0.077	0.082	0.084	0.086	0.091	…

まとめ

○まとめ

写真２は放物線といってもよい。懐中電灯の光によってできる形の中で放物線になるのは，ある１点のみである。

○関数の学習の良さについて考える。

グラフの形を知っているので，放物線だと予想できた。

値をとり，２量がどんな関係になっているか仮定し，学んだことを使って調べることで，曲線が放物線かどうか判断できる。

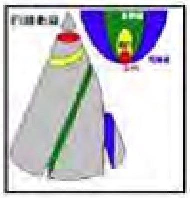
表に表す（数列変換）することで，２量の関係や性質を考察することができた。

式で表すことができると，わかっていない（写真に写っていない）部分の光の外形を予想することができる。

○円錐曲線について知る

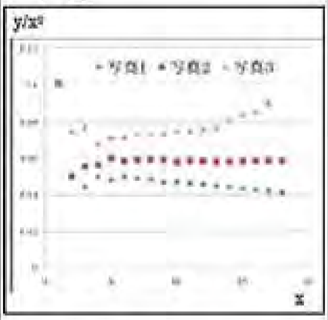
円錐の切断の仕方によって切断面の形が変わり，母線と平行に切ったときのみ放物線になる。

○2時間を振り返り，アンケートを記入する



○はっきりと値が一定にならないことから，"$y=ax^2$の関係になっていると<u>言えそうだ</u>"と表現した生徒は価値付ける。

○xとy/x^2の関係をグラフ化する。



○y/x^2の値が単調減少している写真２と単調増加している写真３を調べることを通して，一定になるところが１点だけになると表現した生徒は価値付ける。

○２乗に比例する関数の学習をしていたので，考察をすることができたことを押さえる。

○楕円と双曲線の間に放物線があることを確認する。

【評価規準】

２量の関係を表をもとに，関数$y=ax^2$の性質を使って判断できることを交流しているときの話す内容や学習プリント，アンケートから評価する。

資料２

懐中電灯からコニックセクション

年　組　番 名前

光の外形が放物線かどうか判断しよう。

x	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
y																		

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

x	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
y																		

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

x	-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
y																		

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18