岐阜数学教育研究
2006,Vol.5, 92-96

分数で割る計算の指導法に関する提案

稲山竜介[1]，山田雅博[2]

小学校の算数で，最もつまずきやすい分野の１つが分数の除法だと言われている。その理由の１つとして，問題文から分数の除法を用いることがとわかりにくいことが挙げられる。また，立式ができても，分数の計算のしくみが複雑であるため，計算のしくみがわからないということも，つまずく理由の１つであると考えられる。そこで，少しでもつまずきを減らすために，分数の除法における立式とその計算の指導法についての提案をする。

＜キーワード＞　除法，分数，除数，被除数

1. はじめに

平成15年度教育課程実施状況調査教科別分析と改善点によると，小学校・算数において，「分数の除法の式を作る問題（６年）など，計算の意味理解に関わる問題では，設定通過率を下回る問題がある。」と示されている。さらに，中学校・数学においても,「整数と分数の除法計算の通過率は前回を有意に下回った。」と示されている。

これらの結果から，分数の除法については，十分な理解が得られてないと予想される。その要因として，整数の除法と違い直感的なイメージがつかみにくいことが挙げられる。また，計算の意味理解などについての定着がなされていないからだと考えられる。

分数の除法の計算では，被除数に除数の逆数を掛ける。しかし，なぜ逆数を掛ければよいのかわからずに計算している子どもが多くいる。これは，計算の意味理解が定着されてない良い例である。

そこで，計算の意味理解を定着させるためには，どのような授業をすればよいかということを考え，研究を進めた。

[1]岐阜大学教育学部
[2]岐阜大学教育学部

2. 本研究の概要について

大日本図書新版たのしい算数６下「分数でわる計算」[2] の導入部分を扱う。

本研究のねらいは，以下の２つである。

(1) 分数の除法の問題に対し，文章から立式ができるようになること。

(2) 分数の除法において，計算の意味理解を定着させること。

ねらい（1）について述べる。学習指導要領解説算数編に「これまでに学習してきた整数や小数の場合の計算の考え方を基にして，乗数や除数が分数である場合の乗法及び除法の意味について理解できるようにする。」と書かれている。まず，文章の中の分数を整数に置き換えて立式し，それをモデルに分数の場合の式を予想する。そして，整数を基に予想した式を検証する。この過程を経ることにより，抵抗なく分数の除法の式が得られると考え，これらの活動を取り入れた授業案を提示する。

ねらい（2）について述べる。分数の除法の計算の仕方を考えるとき，式だけで進めてい

くのは困難である。そのため，通常数直線等を用いて考えていく。さらに，除数が単位分数でない場合，計算過程がより複雑になる。本研究では，除数が単位分数でない場合について計算の仕方を追究する際，2段階に分けて考えることを提案する。2段階に分けて，各々の段階においてしくみを理解し，最後にそれらを合わせ，計算方法を導き出すことにより，計算の意味理解が定着するのではないかと考える。

3. 分数の割算の立式に関する指導法について

本節では，2節において述べたねらいを基に分数の割算の指導法について提案を行う。特に，立式の際の指導法に関する提案を行う。

最初に，立式する際，整数を基に立式してもよいのか，次のように子どもたちに問いかける。

□ $d\ell$ で○ m^2 の板をぬれるペンキがあります。このペンキ 1 $d\ell$ では，何 m^2 の板がぬれるでしょう。

ここで，□＝2，○＝4のときについて考察する。

$$\text{立式}\qquad 4 \div 2 = 2 \quad \cdots (\mathrm{A})$$

この考え方を基に○と□が分数のときでも

$$○ \div □$$

と立式してもよいのか問いかける。

数値が整数から分数に変わることで式も変わると考え，分数の値を，数値が整数の場合の式にあてはめるという立式の方法に，抵抗を感じる子どもがいると予想される。

そこで，立式の場面の指導法として次のことを提案する。

①　立式 $\cdots$ 整数を基に予想する。
②　その式が正しいか確認する。

①について述べる。整数の除法で使えた式を，数値が分数の場合にそのままあてはめることに抵抗を感じると考えられるので，まず，整数の除法を基に式を予想する。

②について述べる。①の抵抗感を和らげるために①で予想した式が本当に正しいのか確認をする。確認して正しければ，子どもたちの抵抗感が和らぐと思われる。また，分数の場合にも整数の場合と同じ考え方が使えることも理解できる。

この考え方を基に，除数が単位分数の場合について，立式の指導法を提案する。具体的な指導法を示すために，教科書 [2] の問を例に考えていく。

問1 $\frac{1}{4}d\ell$ で $\frac{2}{5}$m^2 の板をぬれるペンキがあります。このペンキ $1d\ell$ では，何 m^2 の板がぬれるでしょう。

(i) 立式

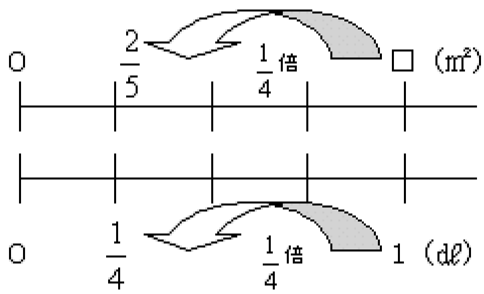
①予想

(A) を基に考えると，数値が，$2 \to \frac{1}{4}$，$4 \to \frac{2}{5}$ となっているので，

$$\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$$

と予想することができる。

②確認



$\frac{1}{4}d\ell$ は $1d\ell$ の $\frac{1}{4}$ 倍より，$\frac{2}{5}$m^2 は□ m^2 の $\frac{1}{4}$ 倍であるので，以下のような関係が成り立つ

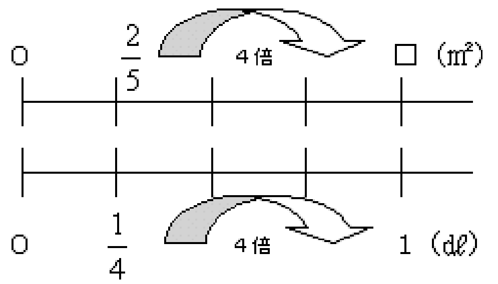
$$
\begin{aligned}
□ \times \frac{1}{4} &= \frac{2}{5} \quad \cdots (\mathrm{B})\\
&= \frac{2}{5} \div \frac{1}{4} \quad \cdots (\mathrm{C})
\end{aligned}
$$

(B) から (C) の式への変形について注意しておく。大日本図書の教科書「たのしい算数4

上」において，次のような関係が示されている。「わる数×商＝わられる数」。この関係は，多くの場面でみられるため，子どもたちにも定着していると考えられる。そのため，この関係を用いると，(B)から(C)への式変形は理解できるであろう。厳密に言うと有理数全体でこの関係は確認されていない。しかし，言葉の式で一般的にまとめられているため，子どもたちにとって抵抗感は少ないと思われる。

（ii）計算

この場面では，計算を２段階に分ける必要はない。ここでは，通常の指導法と思われる展開を述べておく。



$1\,d\ell$ は $\frac{1}{4}\,d\ell$ の４倍より，□ m^2 は $\frac{2}{5}$m^2 の４倍であるので，以下のような関係が成り立つ。

$$\square = \frac{2}{5} \times 4$$

ゆえに，

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \div \frac{1}{4} &= \frac{2}{5} \times 4 \\ &= \frac{2 \times 4}{5} \\ &= \frac{8}{5} \end{aligned}$$

となる。

以下を本時のまとめとする。

（分数）÷（分数）で，除数が単位分数のときの計算は，（分数）×（単位分数の分母）とすればよい。

$$\frac{\triangle}{\bigcirc} \div \frac{1}{\square} = \frac{\triangle}{\bigcirc} \times \square \quad -(\mathrm{D})$$

4. 分数の割算の計算の意味理解に関する指導法について

次に，分数の除法に関する計算の意味理解の指導法について提案する。計算過程がより複雑な，除数が単位分数でない分数の場合についての指導法を提案する。ここでも，具体的な指導法を示すために，教科書 [2] の問を例に考えていく。

問２　$\frac{3}{4}\,d\ell$ で $\frac{2}{5}$m^2 の板をぬれるペンキがあります。このペンキ $1\,d\ell$ では，何 m^2 の板がぬれるでしょう。

（i）立式

問１で式の確認はしているので，子どもたちにとって立式の抵抗感はないと思われる。そのため，ここでは立式の確認は簡単に行う。問１より，式は，

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$$

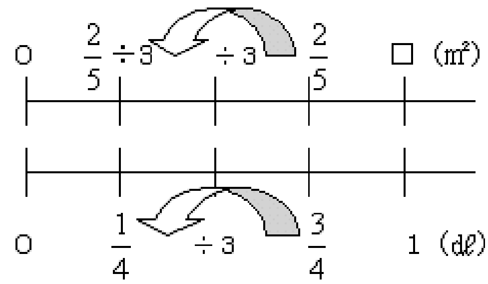
となる。

（ii）計算

除数が単位分数でない分数のとき，計算過程でつまずいてしまう子どもがいると考えられる。それを少しでも減らすためには，どのようにすればよいか考えた。

そこで，次の①，②の順に２段階に分けて考えることを提案する。様々な方法があるだろうが，ここでは，子どもが理解しやすいかどうかに重点をおいて考えた。

① 子どもは問１より，$\frac{1}{4}\,d\ell$ でぬれる面積がわかれば，$1\,d\ell$ でぬれる面積を求めることができるので，$\frac{1}{4}\,d\ell$ で板がどれだけぬれるかを問う。



$\frac{1}{4}\,d\ell$ は $\frac{3}{4}\,d\ell$ を 3 等分したものなので，$\frac{2}{5}\mathrm{m}^2$ を 3 等分したものが，$\frac{1}{4}\,d\ell$ で板をぬれる面積となる。

ゆえに，

$$\begin{aligned}\frac{2}{5}\div 3 &= \frac{2}{5\times 3}\\ &= \frac{2}{15}\ (\mathrm{m}^2)\end{aligned}$$

の板がぬれることがわかる。

ここで，分数 ÷ 整数 は，既習の内容であるので容易に計算できると考えられる。

② $\frac{1}{4}\,d\ell$ で $\frac{2}{15}\mathrm{m}^2$ の板がぬれることがわかったので，1 $d\ell$ で何 m^2 の板がぬれるかを考える。問 1 で除数が単位分数のときの学習をしているので，(D) より，

$$\begin{aligned}\frac{2}{15}\div\frac{1}{4} &= \frac{2}{15}\times 4\\ &= \frac{8}{15}\end{aligned}$$

ゆえに，1 $d\ell$ で，$\frac{8}{15}\mathrm{m}^2$ の板がぬれることがわかった。

①では，数直線を使う。②では，数直線を使うこともできるが，問 1 で，（分数）÷（単位分数）の計算方法を学習しているので，式のみで表すこととした。現状の指導方法では，一つの数直線に①，②双方を示すことが多いのでとらえにくい。よって，このように 2 段階に分けることにした。このように分けることで，子ども子どもたちにとって理解しやすいと考えた。

最後に，分数÷分数の計算方法を一般化したいので，①と②を組み合わせる。

これまでにわかったことは，以下の通りである。

$$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{8}{15}$$

$$\begin{cases}① & \frac{2}{5}\div 3=\frac{2}{15}\\ ② & \frac{2}{15}\div\frac{1}{4}=\frac{2}{15}\times 4=\frac{8}{15}\end{cases}$$

教科書 [2] では，これらが以下のように組み合わされている。

$$\begin{aligned}\frac{2}{5}\div\frac{3}{4} &= \underbrace{\left(\frac{2}{5}\div 3\right)}_{①}\ \underset{②}{\underline{\times 4}}\\ &= \frac{2}{5\times 3}\times 4\\ &= \frac{2\times 4}{5\times 3}\quad\cdots(\mathrm{E})\\ &= \frac{8}{15}\end{aligned}$$

そして，

$$\begin{aligned}\frac{2}{5}\div\frac{3}{4} &= \frac{2}{5}\times\frac{4}{3}\\ &= \frac{2}{5\times 3}\times 4\\ &= \frac{8}{15}\end{aligned}$$

となるので，(E) は $\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}$ のことであると示されている。

どのような組み合わせ方が良いか考察した結果，教科書 [2] と同じ方法を用いる。

$$\begin{aligned}\frac{2}{5}\div\frac{3}{4} &= \underbrace{\left(\frac{2}{5}\div 3\right)}_{①}\ \underset{②}{\underline{\times 4}}\\ &= \frac{2}{5\times 3}\times 4\\ &= \frac{2\times 4}{5\times 3}\quad\cdots(\mathrm{E})\\ &= \frac{8}{15}\end{aligned}$$

ここで，$\frac{\triangle\times\Diamond}{\bigcirc\times\Diamond}$ は出てくるが，$\frac{\triangle}{\bigcirc}\times\frac{\Diamond}{\square}$ は出てこない。分数を分数で割る計算では，$\frac{\triangle}{\bigcirc}\div\frac{\Diamond}{\square}=\frac{\triangle}{\bigcirc}\times\frac{\square}{\Diamond}$ と一般化したいので，計算過

程で $\frac{\triangle}{\bigcirc}\times\frac{\square}{\diamond}$ の形を出す方法を考えてみる。

$$\begin{aligned}\frac{2}{5}\div\frac{3}{4} &= \underbrace{\left(\frac{2}{5}\div 3\right)}_{①}\ \underbrace{\times 4}_{②}\\ &= \frac{2}{5\times 3}\times 4\\ &= \left(\frac{2}{5}\div\frac{3}{1}\right)\times 4\\ &= \frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times 4\\ &= \frac{2}{5}\times\frac{4}{3}\end{aligned}$$

しかし，この方法は，途中で $\frac{\triangle}{\bigcirc}\div\frac{\diamond}{\square}=\frac{\triangle}{\bigcirc}\times\frac{\square}{\diamond}$ を使う必要があるため，この時点では使うことができない。そのため，別の方法を考えることになる。

二つ目は，計算の途中で $\frac{1}{3}$ を掛けるという考え方である。「わり算では，わられる数とわ数に同じ数をかけても商の大きさは変わらない」ことを利用する。この方法は，次の式変形中で，２番目の等式に用いている。

$$\begin{aligned}\frac{2}{5}\div\frac{3}{4} &= \underbrace{\left(\frac{2}{5}\div 3\right)}_{①}\ \underbrace{\times 4}_{②}\\ &= \left\{\left(\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\right)\div\left(3\times\frac{1}{3}\right)\right\}\times 4\\ &= \left(\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\right)\div 1\times 4\\ &= \frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times 4\\ &= \frac{2}{5}\times\frac{4}{3}\end{aligned}$$

この方法は，既習の内容で表すことができるが，余計に複雑になってしまう。ゆえに，教科書 [2] で示されている方法で一般化することにする。

これらのことより，次のことが言える。

分数を分数で割るときの計算は，被除数に，除数の分子と分母を入れかえた分数を掛ければよい。

$$\frac{\triangle}{\bigcirc}\div\frac{\diamond}{\square}=\frac{\triangle}{\bigcirc}\times\frac{\square}{\diamond}$$

5. 今後の課題

まず，$\frac{\triangle\times\diamond}{\bigcirc\times\square}$ から $\frac{\triangle}{\bigcirc}\times\frac{\diamond}{\square}$ への変形について十分に考えることができなかったように思うので，この変形について様々な方法を試し，より良い変形の仕方があるかどうか考えていきたい。また，2 段階に分けて考えた後，式を一般化するために 2 つを合わせるとき，組み合わせる方法を複数考えることができなかったので，どのように組み合わせることが一番良いのかについても考えていきたい。

今回，分数の除法について研究したが，扱ったのは等分除だけである。包含除の指導法など，分数の除法についての研究を更に行っていきたいと考えている。

また，研究を行い，新たな提案を考えたが，実践を行うことができなかったため，子どもたちの反応，活動の様子を見ることができなかったし，意見を聞くことができなかったので，今後，実践を行い，更にこの研究を深めていきたいと考えている。

参考・引用文献

[1] 国立教育政策研究所，教育課程研究センター，

http://www.nier.go.jp/kaihatsu/katei_h15/index.htm

[2] 橋本吉彦ほか 22 名，2005，新版たのしい算数，大日本図書株式会社.

[3] 文部科学省，1999，小学校学習指導要領解説・算数編，東洋館出版社.