

## 論理的思考力を養うことのできる教材の開発とその実践

近藤圭一郎<sup>1</sup>，山田雅博<sup>2</sup>

生徒が数学の楽しさや面白さを感じることができ、さらに自ら課題を見つけ追究し、自分の考えを深めていけるような教材の開発を目指した。題材として、ボタンを使ったゲームを取り上げ、それを考察する中で場合分けに関する数理を追究する。簡単なルールのゲームを問題としたことで、生徒の関心を引き付け、また考えを深めやすいようにグループでの追究活動を主として授業を構成した。この教材を通して、生徒に論理的思考力、数学的活用力を養わせ、また数学の有用性も感じさせたいと思う。本論文はその教材の内容及び、中学生、高校生を対象として行った実践の結果と、それに対する考察をまとめたものである。

<キーワード> 論理的思考，数学の有用性，ゲーム，場合分け

### 1. はじめに

OECD（経済協力開発機構）は2004年12月、生徒の学力到達度（PISA 2003）と国際数学・理科教育動向調査（TIMSS 2003）の調査結果を発表した。それを見てみると、PISA 2003の調査結果からは、前回調査（PISA 2000）で世界1位だった数学的活用力が世界6位に後退してしまったことが分かる。また、TIMSS 2003の調査結果の中では、算数の勉強が楽しいと思うと回答した日本の児童は65%であり、これは国際平均値の78%よりも13%下回っている。さらに、中学校での調査で、数学の勉強が楽しいと回答した日本の生徒は39%であり、これは国際平均値の65%よりも26%も下回る結果となった。この結果から、日本の児童生徒は学年が上がるにつれて、数学への興味・関心が薄れてしまう傾向にあると考えられる。また、生徒は日常生活の中での数学の有用性を感じられないまま、ただ何となく数学を勉強しているのではないだろうか。

そこで、今回、高校生を対象とした教材開

発に取り組むことにした。この教材のねらいは、問題を論理的に思考する力や数学的活用力を養い、それを解決していく中で、生徒が数学の有用性を感じることにある。この教材を通して、生徒が数学に興味・関心を持ち、数学的な見方や考え方を高めていけることを第一に考える。また、題材をゲームとすることで、生徒にとっては親しみやすく、追究の時間もグループ活動を主として授業を構成することで、さらに自分たちの考えを深めていけることをねらった。本論文では、その教材の研究と実践結果について報告する。

### 2. 教材について

#### 2.1. 教材の説明

以下に今回取り扱う課題を示す。

○課題（LIGHT ON ゲーム）

「図のように並んだボタンを、すべてONにするには、どうしたらよいか？ただし、1個のボタンを押すと、そのボタン、および上下左右のボタンのON，OFFが切りかわる。な

<sup>1</sup>岐阜大学教育学部

<sup>2</sup>岐阜大学教育学部

お, ...ON, ...OFF とする。(写真1)」

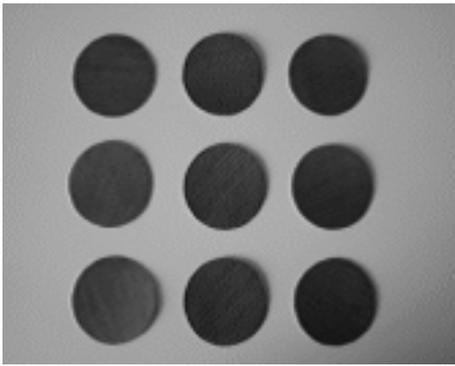


写真1

今回の実践では、生徒が取り組みやすいように、初めはすべて (OFF) の状態から考えることにする。

そして、それから先は生徒の自由な追究の時間とする。例えば、「最初の状態がどんな場合でもすべて (ON) にすることができるのか。」や「4 × 4 の場合についてはどうだろうか。」など、生徒の中から自然と生まれてくる疑問を、自由に課題として設定させる。それは、生徒の自主的な追究活動を最も大切にしたいと考えるからである。また、それぞれのグループごとに、この教材の題材である、表が白色 (ON)、裏が黒色 (OFF) のボタンを、必要な枚数用意する。これは生徒の追究のために大きな手助けとなると考える。そして、生徒は何度も試行錯誤しながら、このゲームの法則性について気付いていくだろう。その追究の中から、場合分けに関する数理について考えていく。

また、実践の途中で中間発表の時間を入れる。他のグループの考え方を参考にして、さらに自分たちの考えを深めていけると考える。

### 2.2. 教材のねらい

この教材のねらいは以下の3点である。

1. 数学の有用性を感じ、興味・関心を高めることができる。
2. 課題を論理的に思考し、数学的活用力を養うことができる。

3. 課題を自ら見つけ、追究し、自分の考えをまとめることができる。

### 3. 教材研究

LIGHT ON ゲームに現れる法則性を、定理として以下にまとめる。

定理1:

ボタンを押す順番は結果と無関係である。

(例)

(i) 初めに中央のボタンを押して、次に1列目の中段のボタンを押す。

(ii) 初めに1列目の中段のボタンを押して、次に中央のボタンを押す。

例の (i) (ii) のように、ボタンを押す順番を逆にしても最終的な状態は同じである。

定理2:

各ボタンを押す回数は、0回か1回で考えればよい。

同じボタンを奇数回押せば、ボタンのON, OFFは切りかわり、偶数回押せば、ボタンのON, OFFは切りかわらない。

つまり、2回以上のボタン操作は必要ない。よって、各ボタンを押すか押さないか、だけを考えればよいことになる。

ここからは、各ボタンを押した場合を1、押さない場合を0として図に表す。

これをON OFF図と呼ぶことにする。

(例)

|   | 押したボタン |   |            |
|---|--------|---|------------|
| 1 | 0      | 0 | 2列目の上段のボタン |
| 0 | 1      | 0 | 中央のボタン     |
| 0 | 1      | 0 | 2列目の下段のボタン |

定理3:

(1) すべてOFF すべてONとなるON OFF 図といえる。

図(これを解とよぶ)では,各ボタンの切りかわった回数は奇数である。逆に,各ボタンの切りかわった回数がすべて奇数であれば,それは解である。

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| (例) | 第1列 | 第2列 | 第3列 |
|     | 1   | ?   | ?   |
|     | 0   | ?   | ?   |
|     | 0   | ?   | ?   |

(2) どんなON OFF図においても,あるボタンがOFF ONとなっているときは,そのボタンは奇数回切りかわっている。

定理5:

(1) 第1列を与えたON OFF図では,第2列,第3列は自動的に決まる。

(2) あるON OFF図において,最後の列の次の列がすべて0ならば,そのON OFF図は解である。

定理4:

各ボタンの切りかわる回数は,ON OFF図において,そのボタン,および上下左右のボタンに対応する数を加えた値に等しい。

(例)

|         |              |
|---------|--------------|
| ON OFF図 | 各ボタンの切りかわる回数 |
| 1 1 0   | 2 3 2        |
| 0 1 1   | 3 3 2        |
| 1 0 0   | 1 2 1        |

例のON OFF図のようなボタンの押し方では,各ボタンの切りかわる回数に偶数が含まれるので,解ではないことが分かる。

ここからは,ボタンを行列で表す。

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
|    | 1列 | 2列 | 3列 |
| 1行 |    |    |    |
| 2行 |    |    |    |
| 3行 |    |    |    |

$n$ 行, $m$ 列目のボタンを $(n,m)$ と表す。例えば,上図のは $(1,3)$ と表される。

ON OFF図の第1列目に着目して考える。

例えば,第1列が次の例のようなON OFF図となる解があるかどうか考える。このON

OFF図が解だと仮定する。このとき,ボタン $(1,2)$ が1だとすると,ボタン $(1,1)$ の切りかわる回数は, $1 + 0 + 1 = 2$ となり,偶数になる。これは定理3(1)に反するので,ボタン $(1,2)$ は0である。また,第2列の2行目,3行目も同じようにして考えられる。第2列が定まると,第3列も同じように考えられ,すべてが奇数となれば,解であることが

(例)

|       |     |      |
|-------|-----|------|
|       | 第4列 |      |
| 1 1 0 | 0   | 解である |
| 0 1 1 | 0   |      |
| 1 0 0 | 0   |      |
| 1 0 1 | 0   | 解である |
| 0 1 0 | 0   |      |
| 1 0 1 | 0   |      |

定理5に基づき,課題について考える。考えられる第1列は次の8通りである。(対称性を考えると6通り)

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

すべての第1列について解となるON OFF図が作れるかどうか調べてみる。

|       |      |       |      |
|-------|------|-------|------|
| 0 1 1 |      | 1 0 0 |      |
| 0 1 0 | 解でない | 0 0 0 | 解でない |
| 0 1 1 |      | 0 1 0 |      |
| 0 0 1 |      | 1 1 0 |      |
| 1 0 0 | 解でない | 1 1 0 | 解でない |
| 0 0 1 |      | 0 0 0 |      |
| 0 1 0 |      | 1 0 1 |      |
| 0 0 0 | 解でない | 0 1 0 | 解である |
| 1 0 0 |      | 1 0 1 | (a)  |

|       |      |       |      |       |      |       |      |
|-------|------|-------|------|-------|------|-------|------|
| 0 0 0 |      | 1 1 1 |      | 0 1 0 |      | 1 0 1 |      |
| 1 1 0 | 解でない | 1 0 0 | 解でない | 1 0 1 | 解でない | 1 1 1 | 解でない |
| 1 1 0 |      | 1 1 1 |      | 0 0 1 |      | 0 0 0 |      |

すべてONにするボタンの押し方は (a) の 1通りである。

また、定理5に基づけば、最初の状態がどんな場合でも、解を導き出すことができる。

次の2つの例について考えてみる。

(例)

(iii)

(iv)

|       |      |       |             |
|-------|------|-------|-------------|
| 0 0 1 |      | 1 1 0 |             |
| 0 0 1 | 解でない | 0 1 1 | 解でない        |
| 1 1 0 |      | 1 0 1 |             |
| 0 1 1 |      | 1 0 0 |             |
| 1 1 1 | 解でない | 1 0 1 | <u>解である</u> |
| 1 1 0 |      | 1 1 1 | (c)         |

すべてONにするボタンの押し方は (c) の 1通りである。

すべての第1列について解となる ON OFF 図が作れるかどうか調べてみる。

(iii) の場合

|       |      |       |      |
|-------|------|-------|------|
| 0 1 0 |      | 1 0 0 |      |
| 0 1 1 | 解でない | 0 0 1 | 解でない |
| 0 0 1 |      | 0 0 0 |      |

|       |             |       |      |
|-------|-------------|-------|------|
| 0 0 0 |             | 1 1 1 |      |
| 1 0 1 | <u>解である</u> | 1 1 1 | 解でない |
| 0 1 1 | (b)         | 0 1 0 |      |

|       |      |       |      |
|-------|------|-------|------|
| 0 1 1 |      | 1 0 0 |      |
| 0 0 1 | 解でない | 0 1 1 | 解でない |
| 1 1 0 |      | 1 1 1 |      |

|       |      |       |      |
|-------|------|-------|------|
| 0 0 1 |      | 1 1 0 |      |
| 1 1 1 | 解でない | 1 0 1 | 解でない |
| 1 0 0 |      | 1 0 1 |      |

すべてONにするボタンの押し方は (b) の 1通りである。

(iv) の場合

|       |      |       |      |
|-------|------|-------|------|
| 0 0 0 |      | 1 1 1 |      |
| 0 1 1 | 解でない | 0 0 1 | 解でない |
| 0 1 1 |      | 0 1 0 |      |

(iii) (iv) と同様に、3 × 3 の課題においては、最初の状態がどんな場合でも、解を導き出すことができる。

3 × 4 の課題について考える。

「下の図のように並んだボタンを、すべてONにするには、どうしたらよいか？」

ただし、1個のボタンを押すと、そのボタン、および上下左右のボタンのON, OFF が切りかわる。なお、...ON, ...OFF とする。」



3 × 3 の場合と同様に、定理5に基づき、すべての第1列について調べる。

ここでは、その解だけ書くことにする。

(解) (各ボタンの切りかわる回数)

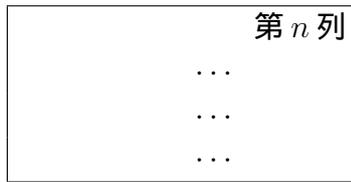
|         |         |
|---------|---------|
| 1 1 1 1 | 3 3 3 3 |
| 1 0 0 1 | 3 3 3 3 |
| 1 1 1 1 | 3 3 3 3 |

3 × n の課題について考える。

「下の図のように並んだボタンを、すべてONにするには、どうしたらよいか？」

ただし、1個のボタンを押すと、そのボタ

ン, および上下左右のボタンの ON, OFF が切りかわる。なお, ...ON, ...OFF とする。」



定理 5 を一般的に表すと, 次の通りである。

第  $n$  列の式は, 第  $n-2$  列, 第  $n-1$  列から定まる。つまり, 第  $n-2$  列, 第  $n-1$  列, 第  $n$  列を次のように,

|           |           |         |
|-----------|-----------|---------|
| 第 $n-2$ 列 | 第 $n-1$ 列 | 第 $n$ 列 |
| $A_{n-2}$ | $A_{n-1}$ | $A_n$   |
| $B_{n-2}$ | $B_{n-1}$ | $B_n$   |
| $C_{n-2}$ | $C_{n-1}$ | $C_n$   |

とおくと,

$$A_n \equiv A_{n-2} + A_{n-1} + B_{n-1} + 1 \pmod{2}$$

と表せる。ここで,  $n \equiv a \pmod{k}$  とは,  $n$  を  $k$  で割ったときに, 余りが  $a$  になるという式である。

$A_n$  を定めるとき,  $A_{n-2} + A_{n-1} + B_{n-1} + A_n$  が奇数となるように,  $A_n$  (0 か 1) を決める。

$A_{n-2} + A_{n-1} + B_{n-1}$ : 偶数       $A_n$  は「1」  
 $A_{n-2} + A_{n-1} + B_{n-1}$ : 奇数       $A_n$  は「0」

また, 同様にして  $B_n, C_n$  についても定められる。

ここで, すべての第 1 列について, 第  $n$  列がすべて 0 になる  $n$  を調べると, 次のようになる。

(1)  $n = 6, 7$

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

(2)  $n = 3$

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |

(3)  $n = 2$

|   |   |   |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

(4)  $n = 3$

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |

(5)  $n = 3$

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |

(6)  $n = 4$

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

(7)  $n = 3$

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

(8)  $n = 5, 6$

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

上の 8 パターンの ON OFF 図を考察すると (2) の第 4 列は (4) の第 1 列と一致していることが分かる。また (4) の第 4 列は (5) の第 1 列 (5) の第 4 列は (7) の第 1 列と一致している。そして (7) の第 4 列は (2) の第 1 列と同じである。

同様に (3) の第 3 列は (6) の第 1 列 (6) の第 5 列は (3) の第 1 列と一致している。また (8) の第 5 列は (1) の第 1 列と一致し, (1) は (1) で繰り返し続ける。

|       |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $A_n$ | (2) | (4) | (5) | (7) | (2) | ... |
| $B_n$ | (3) | (6) | (3) | ... |     |     |
| $C_n$ | (8) | (1) | (1) | ... |     |     |

第  $A_n$  列がすべて 0 となる  $n$  は次のように表される。

$A_n$  の場合

(第 1 列を (2) とする)

$$n = \begin{cases} 2, 8, 14, 20, 26, \dots \\ 5, 11, 17, 23, 29, \dots \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2 + 6k & (k \geq 0) \\ 5 + 6k & \end{cases}$$

(第 1 列を (4) とする)

$$n = \begin{cases} 2, 8, 14, 20, 26, \dots \\ 5, 11, 17, 23, 29, \dots \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2 + 6k & (k \geq 0) \\ 5 + 6k & \end{cases}$$

(第 1 列を (5) とする)

$$n = \begin{cases} 2, 8, 14, 20, 26, \dots \\ 5, 11, 17, 23, 29, \dots \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2 + 6k & (k \geq 0) \\ 5 + 6k & \end{cases}$$

(第 1 列を (7) とする)

$$n = \begin{cases} 2, 8, 14, 20, 26, \dots \\ 5, 11, 17, 23, 29, \dots \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2 + 6k & (k \geq 0) \\ 5 + 6k & \end{cases}$$

$B_n$  の場合

(第 1 列を (3) とする)

$$n = \begin{cases} 1, 7, 13, 19, 25, \dots \\ 5, 11, 17, 23, 29, \dots \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 + 6k & (k \geq 0) \\ 5 + 6k & \end{cases}$$

(第 1 列を (6) とする)

$$n = \begin{cases} 3, 9, 15, 21, 27, \dots \\ 5, 11, 17, 23, 29, \dots \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3 + 6k & (k \geq 0) \\ 5 + 6k & \end{cases}$$

$C_n$  の場合

(第 1 列を (7) とする)

$$n = \begin{cases} 4, 10, 16, 24, 30, \dots \\ 5, 11, 17, 23, 29, \dots \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 4 + 6k & (k \geq 0) \\ 5 + 6k & \end{cases}$$

(第 1 列を (3) とする)

$$n = \begin{cases} 5, 11, 17, 23, 29, \dots \\ 6, 12, 18, 24, 30, \dots \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 5 + 6k & (k \geq 0) \\ 6(1 + k) & \end{cases}$$

以上より、 $3 \times n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) の場合、すべて解があることがわかる。

○  $n \equiv 0 \pmod{6}$  の場合

第 1 列を (8) から始める。

○  $n \equiv 1 \pmod{6}$  の場合

第 1 列を (2) から始める。

○  $n \equiv 2 \pmod{6}$  の場合

第 1 列を (1)(3)(4)(6) から始める。(解は 4 通り)

○  $n \equiv 3 \pmod{6}$  の場合

第 1 列を (5) から始める。

○  $n \equiv 4 \pmod{6}$  の場合

第 1 列を (7) から始める。

○  $n \equiv 5 \pmod{6}$  の場合

第1列をどれから始めてもよい。(解は6通り)

4 × 4 の課題について考える。

「下の図のように並んだボタンを、すべて ON するには、どうしたらよいか？」

ただし、1個のボタンを押すと、そのボタン、および上下左右のボタンの ON, OFF が切りかわる。なお、...ON, ...OFF とする。」



4 × 4 の場合は考えられる第1列は次の16通りである。(対称性を考えると、10通り)

| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0   | 1   | 0   | 1   | 0   | 1   | 0   | 1   |
| 0   | 0   | 1   | 1   | 0   | 0   | 1   | 1   |
| 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 1   | 1   | 1   |
| 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |

| (9) | (10) | (11) | (12) | (13) | (14) | (15) | (16) |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| 0   | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    | 0    | 1    |
| 0   | 0    | 1    | 1    | 0    | 0    | 1    | 1    |
| 0   | 0    | 0    | 0    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |

これまでと同様に、定理5に基づき、すべての第1列について調べる。ここでは、その解だけ書くことにする。

4 × 4 の場合は、どの第1列においても解が1通りずつ存在する。回転したものや、裏返したものを同じと考えれば、下の5通りの解が存在する。

最短で、ボタンを4回押せば、課題が達成される。

(解) (2)(4)(5)(14)(16)

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

## 4. 実践の概要

### 4.1. 実践について

平成18年12月23日、24日の2日間にわたり、高校数学セミナーにおいて授業を実践した。講座名は「LIGHT ON ゲーム」で、会場は岐阜駅構内にあるハートフルスクエアGを利用した。中学1年生1人、中学3年生1人、高校2年生(1日目は22人、2日目は13人)を対象に実践を行った。

### 4.2. 実践のねらい

本時のねらいを「LIGHT ON ゲームを通して、自分で課題を見つけ、追究し、自分の考えをまとめることができる。」とした。これは、第2.2節で述べた、この教材のねらいの中で、3を特に重要視したからである。

### 4.3. 実践の展開

文末の資料参照。

## 5. 生徒の活動と考察

### 5.1. 活動の様子

生徒は3人ずつのグループに別れて活動する。それぞれのグループに必要な枚数のボタンを用意し、机上でのグループ学習を主として授業を進めた。どのグループもボタン操作を繰り返しながら、その法則性を見つけ出そうと、試行錯誤している姿が見られた。(写真2)

また、「4 × 4 でボタンを並べた場合はどうだろうか。」と疑問を感じ、発展的に課題を追究していたグループもたくさんあった。自

分たちで新たな課題に向かう姿も、実践を通して見ることができた。(写真3)



写真2



写真3

### 5.2. 生徒の追究結果

生徒に配布したプリントや全体発表の中から「LIGHT ONゲーム」に対して、様々な法則性、解法を独自で見つけ出し、まとめている姿を見ることができた。その中でも、特に場合分けの考え方以外の方法で考えているグループが1つだけあった。我々にとっても大変興味深いものであったので、以下に、そのグループの追究結果を紹介したいと思う。

#### 課題

「 $3 \times 3$ の並び方で、最初の状態がどんな場合でも、すべてONにすることができるか？」

#### 考察

まず、下図のように、それぞれのボタンに番号をつける。

- ① ② ③
- ④ ⑤ ⑥
- ⑦ ⑧ ⑨

$3 \times 3$ の並び方においては、回転したり、裏返したりした形が同じであれば、同一のものとして考えられる。

また、第3節で述べた、定理1～定理4についても考えられていた。

次の3パターンの状態について考える。

1) ①だけがONの状態

⑤, ⑥, ⑧, ⑨  
のボタンを押せば、  
すべてONになる。

これは回転させれば、③だけがONの状態と同じものである。また、⑦, ⑨についても同様にいえる。

2) ②だけがONの状態

①, ③, ⑧  
のボタンを押せば、  
すべてONになる。

これは回転させれば、④だけがONの状態と同じものである。また、⑥, ⑧についても同様にいえる。

3) ⑤だけがONの状態

⑤以外のボタン  
をすべて押せば、  
すべてONになる。

この、1), 2), 3)が基準となる。これらを組み合わせれば、最初の状態がどんな場合でも、すべてONにすることができるということがいえる。例として次の状態を考える。

(例)

... (★)

(★)は、(1,2), (1,3), (2,3)がONの状態である。そこで、まず(1,2)だけがONの状態について考える。



生徒は課題に対して、数学をしっかり活用できていたと考える。

・教材のねらい3について

生徒の活動の様子や追究結果から、自分たちで次々と新しい課題を設定して追究している姿が多く見られた。

また、最後の発表会においても、自分の考えをみんなに伝えられるように、考察をきちんと用紙にまとめ、言葉を精選して発表する姿が見られた。このことから、このねらいについても達成できたと考える。

## 6. 今後の課題

実践を行うに当たって、この教材の研究は十分にしてきたつもりであったが、生徒の追究結果にもあったように、この教材には様々な解法、規則性があるように思う。よって、本教材の研究を更に進めていきたいと考えている。

また、アンケート結果を見ても分かるように、生徒にとってゲームという題材は魅力的

なものであると考えた。これは、生徒の数学への興味・関心を高める上で、大きな役割を果たすと思う。よって、ゲームを題材とした、新たな教材の開発も行っていきたいと考えている。

## 参考・引用文献

- [1] 文部科学省，PISA 調査・TIMSS 調査の結果分析（中間まとめ）

[http://www.mext.go.jp/a\\_menu/shotou/gakuryoku/siryu/05020801/024/001.htm#024\\_02](http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/gakuryoku/siryu/05020801/024/001.htm#024_02)

- [2] 寺田文行，数学ランド・おもしろ探検教材探検の会編，平成9年10月1日第1版第1刷発行，森北出版株式会社。
- [3] 文部科学省，高等学校学習指導要領解説数学編・理科編，平成17年2月20日一部補訂，実教出版株式会社。

## 資料

| 学習活動  | 教師の指導・援助   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| <p>(1日目)</p> <p>旗あげゲームをする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 3 × 3 に並んで行う。(9人)</li> <li>・ 白と黒の旗を1人1本ずつ持つ。</li> <li>・ 最初はどちらの旗をあげていてもよい。</li> <li>・ 指名された人とその上下左右の人はあげている旗をいれかえる。</li> <li>・ それを繰り返し、すべての旗を白にしよう。</li> </ul> <p>LIGHT ON ゲームのルールを説明する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>課題</p> <p>図のように並んだボタンを、すべてにするには、どうしたらよいか。</p> <p>ただし、1個のボタンを押すと、そのボタン、および上下左右のボタンの、が切りかわる。</p> <p>また、最初はすべて だとして考える。</p> </div> <p>各グループごとにゲームを行う。</p> <p>2, 3人で1組となって取り組む。</p> <p>すべて に切りかえる方法について追究する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ ボタンを押す順番は無関係である。</li> <li>・ 各ボタンを押すか押さないか、だけを考えればよい。</li> <li>・ すべての第1列を考えれば解であるかどうか判断できる。</li> <li>・ 3 × n についてはどうか考える。</li> </ul> <p>中間発表をする。</p> <p>ホワイトボードを使って発表する。</p> <p>質問や意見を交流して、2日目の取り組みにつなげる。</p> | <p>教師の指導・援助</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 生徒たちも参加させながら、ルールを説明し、旗揚げゲームをする。</li> <li>・ 生徒たちに興味を持たせて、本時のゲームにつなげていく。</li> <li>・ ルールをしっかりと生徒たちに理解させる。</li> </ul> <p>(解)</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> <p>数字はボタンを押す回数</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 下書きのプリントを配布する。</li> <li>・ 取り組みへのきっかけについて例をあげる。</li> <li>・ 行き詰っている生徒がいれば、状況に応じて教師が働きかけ、生徒の問題への取り組みを助ける。</li> <li>・ 取り組みの様子を観察し、積極的な発表を促す。</li> </ul> | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1   | 0  | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0   | 1  | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1   | 0  | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |

| 学習活動  | 教師の指導・援助   |
|---|--|
| <p>(2日目)</p> <p>1日目に引き続き，課題について追究する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・第1列目について着目して考える。</li> <li>・<math>3 \times n</math>の場合</li> </ul> <p>自分たちの考えをまとめる。<br/>グループごとに1枚の模造紙に考えをまとめる。<br/>法則性など気づいたことをまとめる。</p> <p>自分たちの考えを発表する。<br/>質問や意見を交流して，考えを深めさせる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・第1列に着目して考えれば解くことができる。</li> <li>・最短で5回の操作で課題が達成できる。</li> </ul> <p>LIGHT ONゲームについてまとめる。</p> <p>アンケート用紙(無記名)を記入する。</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>・生徒たちが考えている間に，取り組みの様子を観察し，状況に応じて，助言，質問する。</li> <li>・各グループを見回り，状況に応じて，取り組みを助ける。</li> <li>・生徒たちの積極的な意見，質問を促す。</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>・2日間の活動についてまとめる。</li> <li>・アンケート用紙を配る。</li> </ul> |