

## 空間図形における教材の開発と実践

浅井洋佑<sup>1</sup>, 愛木豊彦<sup>2</sup>

学校の算数・数学の授業で空間図形を扱う際には、絵や図を用いて平面的に扱っていくことが多いように思える。そこで立体を直接扱い、具体的な操作をすることで立体に対する理解が一層が深まるのではないかと考えた。また、初めて見る立体を取り扱うことで、既習内容を基に考えを進めていくことの大切さや有用性ととも、数学の楽しさを感じられるのではないかと考えた。これらを踏まえ、平行六面体を題材として、操作的な活動を取り入れた教材開発を行った。本論文では、その教材内容と実践結果について報告する。

<キーワード> 立体, 平行六面体, 展開図, 考察

### 1. 序論

最近「子どもの空間図形に関する学力が低下している。」ということがよく言われている。実際、平成15年度の教育課程実施状況調査教科別分析と改善点 [1] によれば、中学校の数学において、「第1学年では、「平面図形」に関する問題（5問中4問）、「空間図形」に関する問題（10問中6問）ともに、設定通過率を上回る又は同程度と考えられる問題が多いが、「空間図形」に関する問題のうち角柱、円錐などの表面積と体積を求める問題の通過率が他の問題より低く、作図問題では通過率が他の問題より高い傾向がある。」との調査報告がある。この調査結果から図形領域において空間図形についての理解が十分に得られていないことが推測される。この原因の一つとして、小・中学校の図形領域、特に空間図形の授業で具体的な操作を通して学んでいくことが少ないことがあるのではないかと考えた。

加えて中学校学習指導要領（平成10年12月）解説 数学編 [2] の図形領域には、「平面

図形や空間図形についての観察、操作や実験を通して、図形に対する直感的な見方や考え方を深めるとともに、論理的に考察する基礎を培う。」とあるように、観察、操作や実験が重要視されている。

そこで、具体的・操作的活動を通して空間図形に触れ、今まで学習した知識をうまく使いながら、生徒が自分で考えて学習を進めることができるような授業の開発を行うことにした。

また、本論文で紹介する授業案は選択数学の時間として実践する。[2] では選択数学のねらいを次のように述べている。「生徒の能力・適性、興味・関心等に応じた適切な学習目標を定め、その目標達成に向けての多様な学習活動を通して、生徒のよさを伸ばし教育の一層の充実を図ることがねらいである。」

ここで示されている「多様な学習活動」の中に空間図形に対する操作的活動が含まれると考えれば、本論文で紹介する授業案は学習指導要領で示されているねらいに合致している。

<sup>1</sup>岐阜大学教育学部

<sup>2</sup>岐阜大学教育学部，科学研究費（特定領域研究），課題番号 17011034

## 2. 授業の概要

### (1) 教材について

本論文で紹介する授業の教材は、平行六面体という立体である。平行六面体 (parallelepiped) とは、6面の平行四辺形で構成されている立体である (図1)。

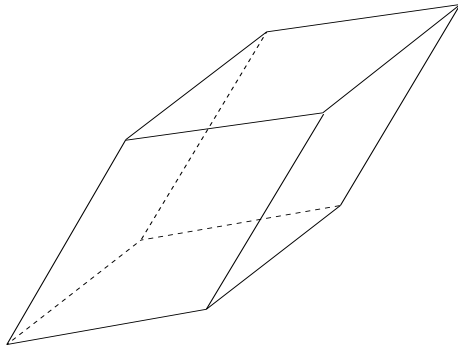


図1

ここで、平行六面体の定義を示す [3][4]。

<定義>

角柱とは、数個の平面によってかこまれ、そのうち二つの相対する平面が合同でかつ平行であり、残りの平面が平行四辺形である立体である。底面が平行四辺形となる四角柱を平行六面体という。

本授業では平行六面体の展開図について考察する。平行六面体は学習指導要領上、中学校では扱わない立体である。それにも関わらずこの立体の展開図の考察を題材として取り上げた理由を以下に示す。

- 中学生にとって初めて見る立体なので興味を引くと予想される。
- 平行六面体の展開図は数多くあるので、それらを求めるため多様な活動ができる。
- 面がすべて平行四辺形なので、既習である平行四辺形の性質を用いれば、図形の特徴を調べることができる。

### (2) 授業の構成

授業の流れは以下の通りである。この授業

の指導案は文章の最後に資料1として示している。

1. ケント紙で作った平行六面体を生徒の前に提示し、それを「平行六面体」と呼ぶことを説明する。
2. 平行六面体を一人に一つずつ配布し、それを見ながら展開図を予想してかく。
3. 平行六面体を見てその特徴を挙げ、平行六面体について理解を深める。
4. 「展開図を考えて、平行六面体を作ろう。」と課題設定をし、3種類、計6枚の平行四辺形とセロテープ、はさみを用いて作業する。
5. 完成した平行六面体の展開図について、どのようなものができたか互いに意見交流をする。
6. 授業のまとめをするとともに、評価問題に取り組む。

前節で述べたように、立体図形に対する具体的・操作的活動を授業に取り入れた。そうすることで、机上の活動だけの授業より積極的に授業に取り組む生徒が多くなると考えた。積極的に問題解決に向かって活動できる姿勢を養うことは重要なので、本授業によってそれが達成できたかどうかを実践結果から検証したい。

本授業ではまず、平行六面体を観察しながら平行六面体の展開図を考える。そしてその後、観察だけでなく具体的な操作をしながら再び同じ活動を行う。このように活動していくことで、具体的な操作をすることの有用性が感じられるのではないかと考えた。

また、平行六面体の特徴を調べることは、この立体についての理解を深めることにつながる。さらに具体的な操作への足がかりとなると考え、操作活動に入る前に平行六面体の特徴を考える時間を設定した。

本授業における操作活動とは、3種類、計6枚の平行四辺形とセロテープ、はさみを用

いて平行六面体を作りながら展開図を考えることである。このときにもし生徒が失敗した場合、新たな平行四辺形のセットを渡し、活動を続けさせるようにする。なぜなら、失敗したものを手元に置くことで、具体的な操作活動をするときでも、ただ活動するのではなく、完成形を推論し、考えながら活動することの大切さを感じてほしいと考えたからである。

さらに、平行六面体を用いた本授業から、初めて見る立体について考察する方法を学んでほしいという思いもある。

授業の最後に、生徒の本授業に対する理解度を測るとともに、初めて見る立体の考察の方法を理解することができたかどうか、確かめるための評価問題も取り入れた。評価問題には底面が正方形である平行六面体(図2)を用いた。

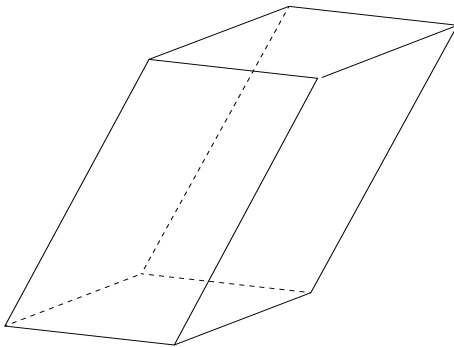


図2

評価問題ではケント紙で作った底面が正方形である平行六面体を配布し、それを好きなように使って展開図をかくことに取り組みさせた。この立体も生徒にとっては初めて見るであろう立体だが、授業中に扱った平行六面体よりも展開図の予想が容易で、展開図がかきやすい。そのため時間があまりかからないと予想し、評価問題として扱った。

### (3) 授業のねらい

ここまで述べたことを踏まえ、授業のねらいを以下の4つにした。

- (a). 問題解決に向かって積極的に活動することができる。
- (b). 具体的な操作をすることの有用性を感じることができる。
- (c). 初めて見る立体の特徴を考えることで、その立体について理解を深めることができる。
- (d). 初めて見る立体に対する考察の方法を理解することができる。

## 3. 実践結果

以下のとおりに実践を行った。

授業名：「Parallelepiped」

実施日：平成18年，12月8日

場 所：岐阜市立青山中学校

参加者：中学3年生(5名)

### 3.1 展開図の予想

平行六面体を配布し、それを見ながら展開図を予想してかく。「できそう。」という生徒もいれば考え込んでしまう生徒も見られた。また、ケント紙で作った平行六面体を配布した段階で「平行四辺形でできている。」などといった平行六面体の特徴に気づく生徒もいた。

### 3.2 平行六面体の特徴をつかむ

平行六面体の展開図をかき、さらには作成するための準備として平行六面体の特徴を挙げる。以下に生徒から挙げた特徴をまとめておく。

- 平行四辺形が並んでいる。
- ひし形がある。
- 6つの面がある。
- 向かい合った面の形が合同。
- どんな見方をしても斜めに傾いて見える。

### 3.3 課題設定をし、作業する

特徴を挙げ終わったあと、それを基に「展開図を考えて、平行六面体を作ろう。」と課題設定をし、3種類、計6枚の平行四辺形とセロテープ、はさみを渡し、実際に平行六面

体を作りながら展開図を考える（写真1）。



写真1

また，早く作業を終えてしまった生徒には平行四辺形のセットを新たに渡し，別の展開図を考えるように促した。

### 3.4 意見交流

すべての生徒が一つの展開図をかけたところで交流を行った。生徒の考えた展開図は同じものは一つとしてなかった。初めにかいた展開図と作業しながらかいた展開図を見比べさせたところ，生徒の中から「全然違った。」などの声も挙がった。生徒がかいた平行六面体の展開図は5種類だった。（写真2，図1～図5）

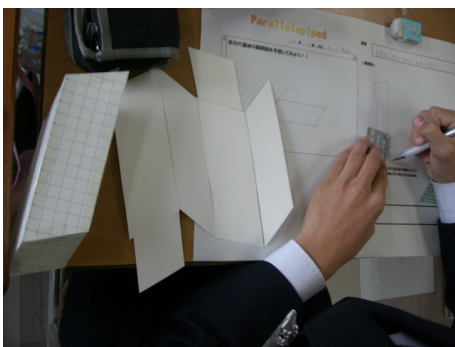


写真2

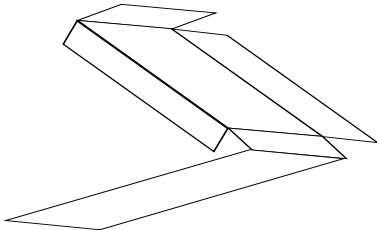


図1

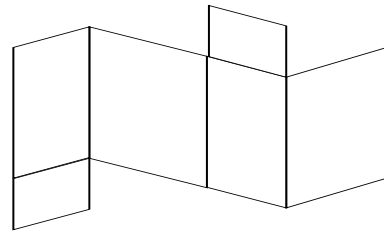


図2

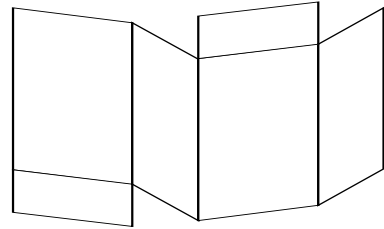


図3

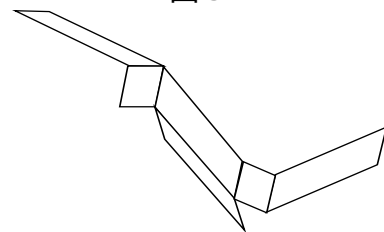


図4

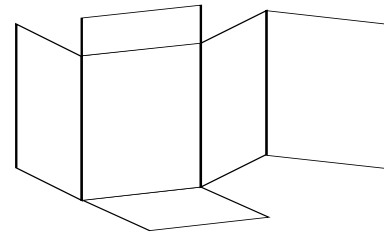


図5

### 3.5 評価問題の解答

意見を交流した後に評価問題を行った。評価問題は授業の内容の応用として取り扱ったが，すべての生徒が順調に取り組むことができた。生徒がかいた展開図は3種類だった（図6～図8）。

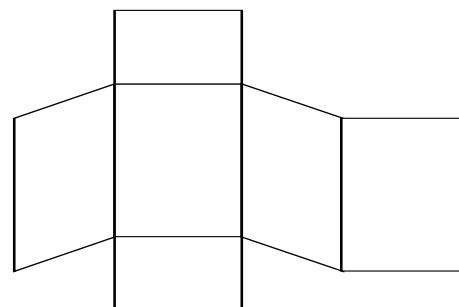


図6

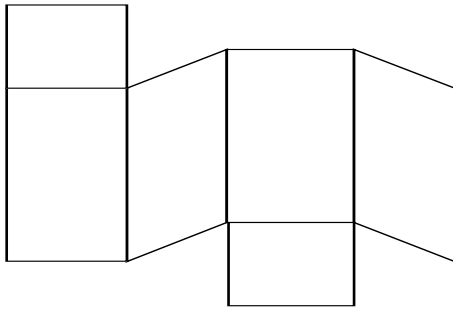


図 7

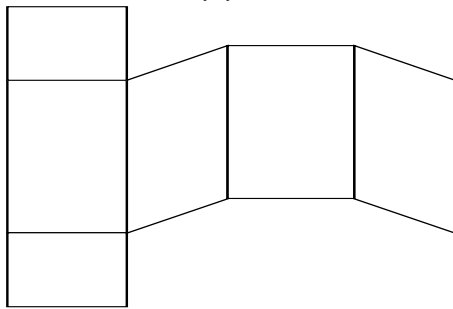


図 8

#### 4. 実践結果と考察

授業後にアンケートを実施した。その回答をもとに本授業のねらいの達成度，及びその考察を行う。

##### (1) 生徒の感想

以下に生徒からの感想をまとめておく。

- 平行六面体は新しい立体だったが，分かりやすく特徴を調べることができた。
- 立体を見ただけでは展開図を考えることは難しかったけど，作業しながらやると楽しかった。
- 展開図の予想は少し難しかったけど，いろいろな形の展開図を作ってみて分かっておもしろかった。
- いろいろな知識を得ることができた。
- 未知の立体から想像して展開図を描けた。
- 考え方もいろいろな視点からできたのでよかった。
- 自分で考えて展開図を描くのがおもしろかったし，次に与えられたものを展開したときにはすぐに分かった。

##### (2) ねらいの達成度

今回の授業におけるねらいが達成できたかどうかについて，授業を振り返りながら考察する。

(a) 問題解決に向かって積極的に活動することができる。

選択数学の時間ということもあり，数学が好きな生徒が多く集まったため，生徒はすぐにこの教材に興味・関心を持ち，積極的に活動した。また具体的・操作的な活動をすることにより，様々なアイデアを出し合いながら授業に取り組む姿勢が見られた。以上より，このねらいは達成できたと考える。

(b) 具体的な操作をすることの有用性を感じることができる。

「実際に作業しながら展開図を考えてみてどうでしたか？」という質問をアンケートに載せたところ，すべての生徒から「分かりやすくなった。」という意見が返ってきた。ここから生徒が，具体的な操作の有用性を感じていることが分かる。以上より，このねらいは達成できたと考える。

(c) 初めて見る立体の特徴を考えることで，その立体について理解を深めることができる。

平行六面体の特徴を考える段階に入る前に，すでに生徒から「ひし形がある。」，「面が平行だ。」といった声が挙がっていた。また，実際に特徴を見つけるときにも「合同な図形がある。」といった発展的な意見も挙がった。これらの意見は平行六面体について理解を深められたからこそ挙がったものであると予想できる。以上より，このねらいは達成できたと考える。

(d) 初めて見る立体に対する考察の方法を理解することができる。

評価問題は，生徒全員が解答できていた。また，生徒の感想にも「いろいろな視点から考えることができた。」や「作業しながらやると楽しかった。」といったものがあった。ここから，生徒たちは，未知の立体に対する考

察の方法を理解できたように思える。しかし、評価問題だけでは本当に理解できているのか確認がしっかりとできなかったという反省もあった。以上より、このねらいはあまり達成できなかったと考える。

#### 5. 今後の課題

今後の課題は教材の見直しである。今回の授業では、先への学習を進めていける生徒に対して、より複雑な立体を示してその展開図を考えられるように新たな問題を提示したり、対応したりするための準備が不足していた。この点を踏まえてより良い教材にしていきたい。

そして、新たな教材の開発も行っていきたい。この授業を通して、具体的・操作的活動を取り入れた授業は生徒たちも興味・関心を抱きやすいように感じたし、何より楽しそうに学んでいる姿がよく見られた。また、錐体の体積が柱体の体積の $\frac{1}{3}$ になっていることや、同じ体積ではあるが、見た目では体積が違う

ように見える直方体と平行六面体において、塩を用いて実際に調べて比べてみたりするといった教材の案もある。また、アンケートには「サッカーボールや多角錐について考えてみたい。」という意見も挙がっていた。これらを踏まえつつ、今後もこのような教材を開発していきたい。

#### 引用文献

- [1] 国立教育政策研究所，教育課程研究センター，<http://www.nier.go.jp/homepage/kyoutsuu/index.html>
- [2] 文部省，1999，中学校学習指導要領（平成10年12月）解説 数学編，大阪書籍株式会社。
- [3] 一松信，1979，新数学辞典，大阪書籍。
- [4] 中村幸四郎，寺坂英孝，伊東俊太郎，池田美恵，1971，ユークリッド原論，共立出版株式会社。

## 資料 1 .

学習活動	教師の指導・援助
<p>平行六面体という立体があることを知る。</p> <p>展開図を予想する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>平行六面体の展開図を予想する。</li> <li>ざっとかいてみる。</li> </ul> <p>平行六面体の特徴を知る。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>底面が合同。</li> <li>底面が平行。</li> <li>平行六面体の体積は同じ底面と高さを持つ直方体の体積と等しい。</li> <li>側面の形がすべて平行四辺形。</li> <li>3種類の平行四辺形からできている。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;">展開図を考えて，平行六面体を作ろう。</div> <p>渡されたパーツを用いて作業する。</p> <p>～注意事項として～</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>失敗してもそのままにする。</li> <li>プリントに展開図を記入する。</li> </ul> <p>成果を発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>自分の展開図がどのようになったか他の生徒の前で発表する。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;">未知の立体でも，その立体の特徴をつかみ，展開図を考えたり，実際に作業したりすれば作ることができる。</div> <p>平行六面体の説明を聞く。</p> <p>感想を書く。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>新たに提示された立体の展開図をかく。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>自己紹介。</li> <li>平行六面体という立体の名前を説明する。</li> <li>平行六面体を見せ，展開図を予想させる。</li> <li>平行六面体の特徴を挙げさせる。</li> <li>立体を作るためのパーツセット（平行四辺形3種×2，セロテープ，はさみ）を渡す。</li> <li>考え込んでいる生徒には完成品を見せつつ作業にあたれるよう配慮する。</li> <li>発表が終わったら実際に立体を切って見せて展開図の形にする。</li> <li>発表用のパーツを用いて発表させる。</li> </ul>

# Paralleliped

年 組 氏名 \_\_\_\_\_

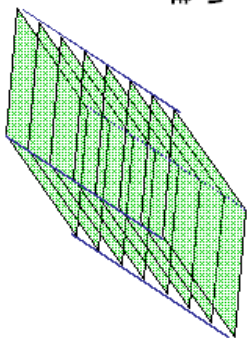
課題

☆展開図☆

平行六面体の展開図を予想してみよう！！

平行六面体の特徴をつかもう！！

～平行六面体とは？～  
平行六面体とは、6面の平行四辺形で構成されている立体。側面の底面に垂直であり、角柱である斜角柱の一種。



まとめ

資料 2 .