

日常に潜む数学教材の提案・実践

堀江侑加¹，愛木豊彦²

現在，数学的活動の楽しさ，数学的な見方や考え方のよさを知り，それらを進んで活用することについて不得意な生徒が少なくないように感じられる。そこで，習得している数学的な見方や考え方を日常生活で利用したり，既習事項を用いて生活場面に現れる疑問を解決したりして，数学のよさや便利さを実感できる教材を考えた。授業の題材は，地震に強い建物の形に対する考察であり，計算や簡単な実験を行う。本稿では，その教材と実践について述べる。

<キーワード> 選択数学，重心，剛心，実験，アルキメデス

1. はじめに

平成 15 年度小・中学校教育課程実施状況調査の質問紙調査 [1] からいくつか集計結果を紹介する。

「算数（数学）の勉強が好きだ。」という質問に対して，「そう思う。」，「どちらかといえばそう思う。」と答えた児童生徒は，

小学校	第 5 学年	第 6 学年
	61.8 %	59.2 %

中学校	第 1 学年	第 2 学年	第 3 学年
	48.8 %	44.6 %	47.1 %

であった。第 3 学年を除いては，学年が進むにつれて算数（数学）が好きだという児童生徒が減少しており，中学校においては，半数以上の生徒が数学を好きではないと答えている。このことから，よく言われている子ども達の数学離れの実態がよく分かる。

また，「算数（数学）を勉強すれば，私のふだんの生活や社会にでて役立つ。」という質問に対して，「そう思う。」，「どちらかといえばそう思う。」と答えた児童生徒は，

小学校	第 5 学年	第 6 学年
	79.1 %	79.2 %

中学校	第 1 学年	第 2 学年	第 3 学年
	67.7 %	59.6 %	52.7 %

であった。しかし，「算数（数学）で新しい内容や考えなどを勉強したら，自分の身のまわりの場面などで使ってみますか。」という質問に対して，「そうしている。」，「どちらかといえばそうしている。」と答えた児童生徒は，

小学校	第 5 学年	第 6 学年
	57.7 %	48.8 %

中学校	第 1 学年	第 2 学年	第 3 学年
	31.8 %	23.4 %	21.6 %

であった。どの学年も半数以上の児童生徒が役に立つと考えているのに対し，自分の身のまわりの場面などで使っていない児童生徒が多いことがわかる。また，中学生に関しては，全体の 20～30%と，小学生と比べても，その値は低い。この結果から，中学校で学習した内容を，身のまわりの場面のどこで使うことができるのかを，見つけることができない生徒が多いと考えられる。

従って，そのような生徒を減らすために，自ら既習事項を身のまわりの場面などで使える能力を養成することをねらいとした授業案を

¹岐阜大学大学院教育学研究科

²岐阜大学教育学部，文部科学省科学研究費（特定領域研究），課題番号 17011034

開発することにした。まずは、数学を用いて疑問を解決できるような身のまわりの場면을提示し、生徒と解決していくことが有効だと考え、身のまわりに潜む数学をテーマとして、授業案を考えた。

次に、中学校における学習指導要領 [2] の数学科の目標を示す。

数学（中学校）の目標

数量，図形などに関する基礎的な概念や原理法則の理解を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得し，事象を数理的に考察する能力を高めるとともに，数学的活動の楽しさ，数学的な見方や考え方のよさを知り，それらを進んで活用する態度を育てる。

平成 15 年度小・中学校教育課程実施状況調査の質問紙調査集計結果を受け、本授業では、数学科の目標の中にある「事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用しようとする態度を育てる。」ことに重点をおいた。身近な生活場面に現れる疑問を、数学的な活動を通して解決することにより、数学的な見方や考え方のよさを生徒に伝えていく。従って、本論文で提案する授業のねらいを「既に習得している数学的な見方や考え方を日常生活で利用したり、既習事項を用いて生活場面に現れる疑問を解決したりして、数学のよさや便利さを実感する。」とした。

2. 教材について

本授業は、重心と剛心の距離に着目して地震に強い建物の形の考察を行う。どのような形が地震に強いのかは、[3,4] を参考にした。また、[5,6] で示したように、同じ題材で小学生を対象とした授業の提案と実践を行っている。その授業においては、立体作りと実験から地震に強い建物の形について考察した。本論文で示す授業の対象は中学 3 年生なので、より数学的に考察できるような構成にした。

以下、本授業で扱う重心と剛心について紹介する。重心については、[7] を参考にしている。[7] に従って、重心の定義を、「図形をある 1 点で支えると釣り合う（水平に静止した状態で支えられる）とき、その点をその図形の重心という。」とした。よって、長方形の重心は、2 つの対角線の交点となる。また、以下の考察に必要なこの原理は、[8] を参考に、

重さ × 支点からの距離 = 重さ × 支点からの距離
を用いる。これら 2 つから次のことが証明できる。まず、図 1 のように長方形を横の長さを acm と bcm の 2 つの長方形に分割する。

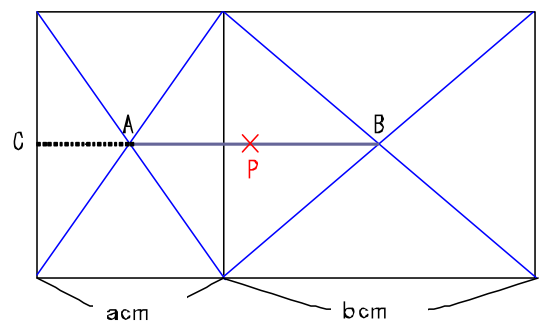


図 1

そして、図 2 のように、2 つの長方形をつるした場合、その釣り合う位置を P とする。

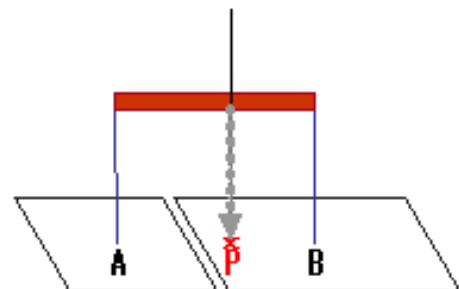


図 2

このとき、

$$AB = \frac{a + b}{2}$$

てこの原理から、

$$AP : PB = b : a$$

ここで、

$$AP = x$$

とすると,

$$PB = \frac{a+b}{2} - x$$

$$AP : PB = x : \left(\frac{a+b}{2} - x\right)$$

$$x : \left(\frac{a+b}{2} - x\right) = b : a$$

$$b\left(\frac{a+b}{2} - x\right) = ax$$

$$x = \frac{b}{2}$$

ゆえに,

$$AP = \frac{b}{2}, CA = \frac{a}{2}$$

より,

$$CP = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \frac{a+b}{2}$$

よって, 釣り合う点は, もとの図形の重心と等しいことが分かる。

これをもとにすると, 長方形を組み合わせた図形の重心を求めることができる(図3)。

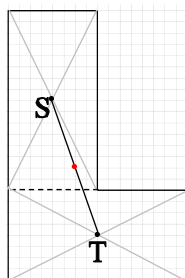


図3

剛心については,[9]を参考にした。剛心とは, 建築用語であり, 建物の地震に対する強さを表すために使われている。そこで, 授業で用いる剛心の定義は, 「壁の位置と長さから計算できる, 建物の強さの中心を剛心という。」とした。剛心の求め方は[10]を参考にし, $\left(\frac{\text{縦の壁の長さ} \times (\text{x座標}) \text{の和}}{\text{縦の壁の長さの和}}, \frac{\text{横の壁の長さ} \times (\text{y座標}) \text{の和}}{\text{横の壁の長さの和}}\right)$ を用いる。

3. 授業の構成

本論文で提案するいくつかの授業からなる単元の対象学年は中学校3年生である。本単

元の構成を考える上で大切にすることは, 以下の2つである。1つ目は, 具体的な操作活動を取り入れることである。2つ目は, 既習事項の活用と高校数学への展望である。

2つ目に関して, 本授業で行う操作活動は, 次の3つである。

(ア) 地震を起こす装置を用いた実験

(イ) 天秤を用いて長方形を2つに分割したときの釣り合う位置を求める実験

(ウ) L字形の図形の重心について考える実験

実験(ア)は[5,6]で開発したもので, 2つの立体を装置の上に乗せて揺らし, 倒れるまでの時間によって, どちらが地震に強いかを判定する。地震を起こす装置は, 箱を用いて作った簡単なもので, 手動で一定の方向に揺れるようになっている。台の上面に紙やすりが貼っており, そこに立体をのせる。

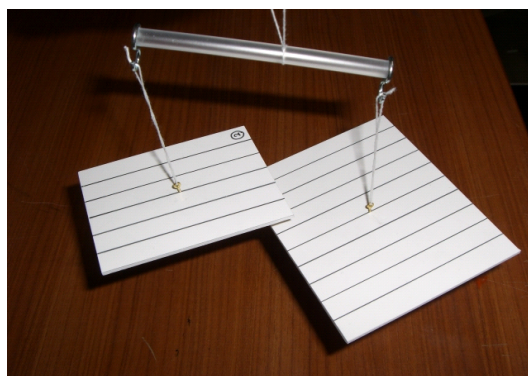


図4

実験(イ)は, 図4のように2枚の板をつるし, 糸を動かして, 釣り合う位置を求めるものである。本授業において, 図形の重心の定義を「図形をある1点で支えたと釣り合う(水平に静止した状態で支えられる)とき, その点をその図形の重心という。」とした。この定義を用いれば, 長方形の重心を求めることは容易である。しかし, L字形やT字形の重心を求めるには, それらを2つの長方形に分け, てこの原理を用いて, 次のように計算しなければならない。図3のように, L字形を2つの長方形に分け, それぞれの長方形の重さを s, t , 重心

を S, T とする。このとき、L字形の重心は線分 ST を $t:s$ に内分した点である。このことを理解するための手立てとして、天秤を用いて実際に測る過程を大事にしたいと考え、このような実験を導入した。実験の方法に関して工夫したのは次の点である。

- 釣り合いの実験は、つるす棒の重さの影響を受けやすいので、棒や金具をできるだけ軽い素材にした。
- 釣り合いの位置がすぐ分かるように、棒の長さを図1の AB の長さに合わせた。
- 作業に時間がかからないよう、板の重心にあらかじめつるすための金具をつけた。

実験(ウ)は、発泡スチロール板に竹串を刺し、その点が重心かどうかを確かめる簡単な実験である。この実験は、授業においては、計算で求めた重心が正しいかどうかを確認するために行う。実験に関して工夫したのは次の点である。

- 計算で求めた点が発泡スチロール板のどこかすぐ分かるように、発泡スチロール板にあらかじめ方眼紙を貼った。
- この実験は、非常に不安定なので、方眼紙を貼る際ものをできるだけ均一に塗った。
- 刺すものは、安全面と持ちやすい長さであるという点から竹串にした。

実験(イ)のように実験したことを計算で確かめたり、実験(ウ)のように計算したことを実験で確かめたりと、実験と計算を相互に対応させ、数学的見方や考え方のよさを伝えたい。

2つ目に関しては、既習事項の相似の考えを用いて、重心を求めることである。線分を

内分する点の座標を既習事項とすれば、相似な図形の応用問題として、重心を求めることができる。このように中学校3年間で学習したことを現実場面に活用することで中学数学の有用性を生徒たちに伝えたい。また、高校数学では、図形を座標平面上で考えることが多い。そこで、重心や剛心を求める際に、座標を用いてその位置を表す活動を取り入れることで、生徒たちに高校数学への展望を与えたい。

4. 授業の概要

授業の概要

(1) 単元名

「こちら数学設計事務所」

(2) 時間数

全4時間

(3) ねらい

既に習得している数学的な見方や考え方を日常生活で利用したり、既習事項を用いて生活場面に現れる疑問を解決したりして、数学のよさや便利さを実感する。

(4) 題材

本授業の題材は、地震に強い建物の形についての考察である。日本に住んでいる以上、私たちは地震と常に隣り合わせで生活を送っている。従って、「地震に強い建物は」という問いかけは、子ども達にとっても必然的なものであり、興味をひくであろう。その問いかけを受けて、数学的処理を通して、建物の強さを数値化するというのがおおまかな流れである。

(5) 各時間のねらいと内容

第1時 ねらい	地震を身近に感じ, 実験を通して地震に強い建物の形について関心をもつ。
内容	実験から地震に強い建物の形を予想し, それを明らかにするために, 重心の性質について考える。
第2時 ねらい	長方形を組み合わせてできる多角形の重心を, 長方形の重心をもとに表すことができる。
内容	L字形やT字形のような図形の重心を見つける。
第3時 ねらい	L字形やT字形のような図形の重心と剛心について, 座標平面上で考え, 座標を用いて表すことができる。
内容	L字形やT字形のような図形の重心と剛心について, 座標平面上で考え, 座標を用いて表す。
第4時 ねらい	習得している数学的な見方や考え方をもとに設計することを通して, 数学のよさや便利さを実感する。
内容	重心と剛心の距離を求め, その距離に着目して地震に強い建物を設計する。

5. 授業の様子

本授業は, 中学校3年生の選択授業で数学を選択した生徒を対象に授業を実践した。ここでは, 授業の様子について述べる。

1 時間目

まず, 日本では実際にどれくらいの地震が起きているかを説明するために, 震源地を表した分布図(図5[11])を提示する。このデータから, 日本では, 1ヶ月の間に約140回の地震が起きていることがわかる。ここで, 日本は地震の多い国であることを生徒に認識さ

せる。

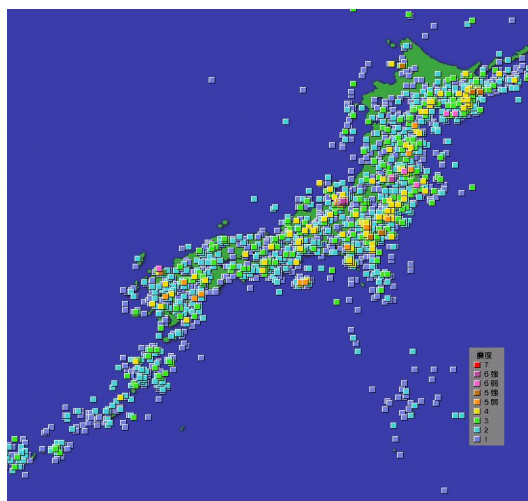


図5

自分たちが住んでいる地域の上空写真を見せ, 建物の形に興味を持たせる(図6[12])。



図6

底面が正方形, L字形, T字形の柱体の模型を用いて, 実験(ア)を行い, 地震に強そうな形を予想させる(図7)。地震を起こす装置は, 第3節で説明したものである。3つの柱体を装置の上のにのせ, 先に倒れた物を負けとした。実験の手順は, まず模型の底面に両面テープをすき間なく貼り, 余分な所は切る。次に, 実験装置の台にしっかり貼る。そして, 台を左右に動かしてゆらし, 2つの模型が倒れたところで実験は終わる。実験から, 底面の形が単純なものほど地震に強いと結論づけた。

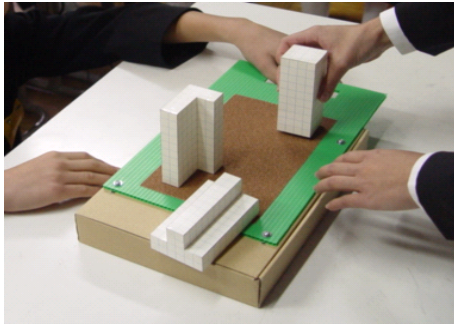


図 7

しかし、実験だけでは、生徒が納得できないのではないかと考え、本などで調べた結果も合わせて提示した。それは、「形は単純なものがよく、重心（建物全体の重さの中心。主に床の形で決まる。）と剛心（建物全体の高さの中心。主に壁の配置で決まる。）の距離が近い方が地震に強い。」ということである。このことを説明し、今後、重心と剛心について考えていくことにした。

重心においては、定義を「図形をある1点で支えると釣り合うとき、その点を図形の重心という。」とした。アルキメデスの考えを用いて、長方形の重心を基に、長方形を2つの長方形に分けても、もとの長方形の重心を見つけることができるかを、実験(イ)を通して考えていくことにした。実験(イ)は、この原理を用いたもので、2つにわけた長方形をそれぞれ棒の両端につけ、釣り合う点がどこになるかを見つけるというものである(図8)。授業で行った実験は、横の長さが16cmの長方形を2つに分け、8cm、8cmと、10cm、6cmの2通りで行った。

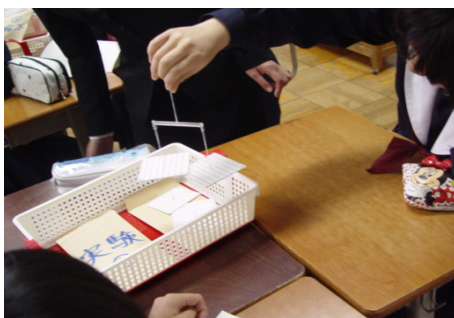


図 8

2 時間目

前回の実験で、釣り合う点がもとの長方形の重心と同じ所になることを、計算でも考えた(図9)。

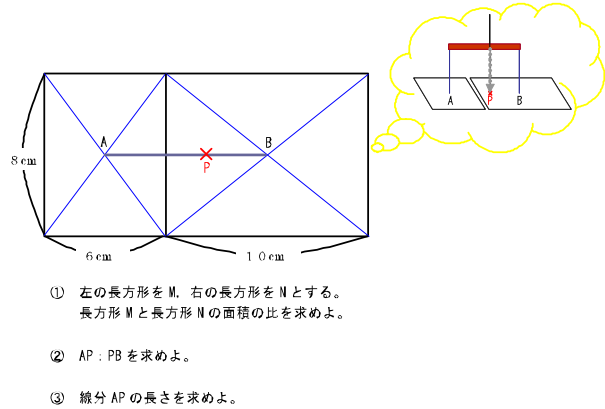


図 9

釣り合う点がもとの長方形の重心と同じ所になることがいつでもいえるかを、文字式を用いて計算し、証明をした(図10)。

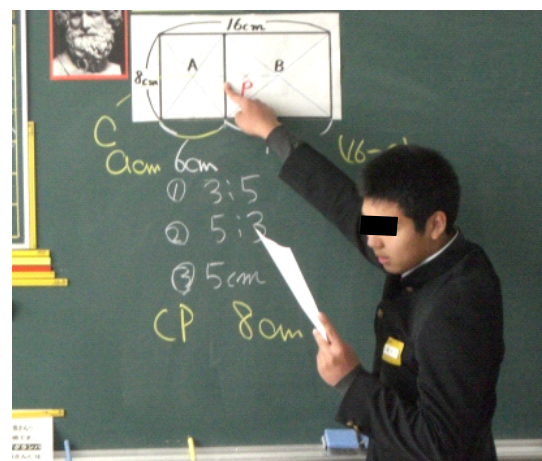


図 10

長方形を2つに分けても、釣り合う位置はすべて同じで、もとの図形の重心と同じであることと、長方形の重心を用いて、L字形の重心を計算して求めた(図11)。



図 11

3 時間目

見つけたL字形の重心が正しいかどうかを実験(ウ)で確かめた(図12)。実験は、L字形の発泡スチロールの重心に穴を開け、そこに竹串をさして、水平に釣り合っているかを確かめるというものである。

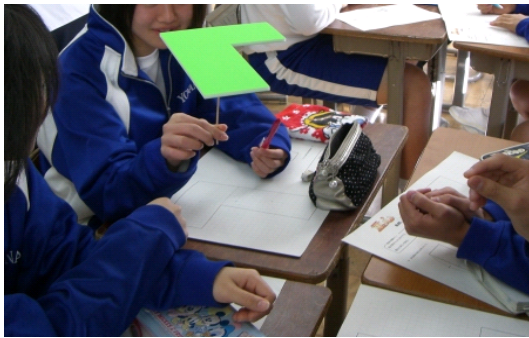


図 12

見つけた重心の位置を言葉でわかりやすく伝えるために、図形を座標平面上で考えることにした。そこで、重心を座標を用いて表した。T字形の重心についても座標を用いて考えた。

授業で扱ったL字形とT字形はそれぞれ次の通りである(図13)。

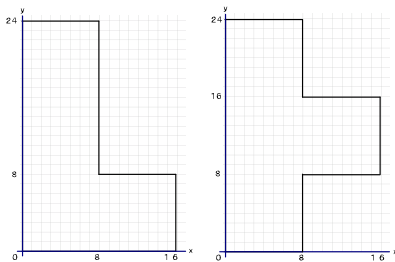


図 13

L字形の重心 (6, 10)

T字形の重心 (6, 12)

剛心(建築用語)については、計算方法を説明し、求めることができればよいことにした。

x 座標

(i) 縦の壁の長さの和を求める。

(ii) 縦の壁の長さとその x 座標をそれぞれかけて、それらの和を求める。

(iii)(ii)を(i)で割る。

y 座標

(i) 横の壁の長さの和を求める。

(ii) 横の壁の長さとその y 座標をそれぞれかけて、それらの和を求める。

(iii)(ii)を(i)で割る。

4 時間目

L字形とT字形の剛心を求める。

L字形の剛心

$$\left(\frac{24 \times 0 + 16 \times 8 + 8 \times 16}{6}, \frac{16 \times 0 + 8 \times 8 + 8 \times 24}{32} \right)$$

$$= \left(\frac{16}{3}, 8 \right)$$

T字形の剛心

$$\left(\frac{24 \times 0 + 16 \times 8 + 8 \times 16}{6}, \frac{8 \times 0 + 8 \times 8 + 8 \times 16 + 8 \times 24}{32} \right)$$

$$= \left(\frac{16}{3}, 12 \right)$$

重心と剛心の距離が近い方が地震に強いとされていることから、3時間目で求めた重心と本時で求めた剛心との距離を比較する。L字形の重心と剛心の距離を求めるには、三平方の定理を用いる。しかし、まだ通常の授業では学習していない範囲であったため、定理を紹介し、2点間の距離の計算方法を説明し、求めることができればよいことにした。そして、L字形とT字形の距離を計算した。

L字形の重心と剛心の距離

$$\sqrt{\left(6 - \frac{16}{3}\right)^2 - (10 - 8)^2} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$$

T字形の重心と剛心の距離

$$6 - \frac{13}{3} = \frac{2}{3}$$

これらの結果から、建物の形に着目すると、正方形、T字形、L字形の順で地震に強いことが分かった。

剛心は、壁の長さや配置により変化するので、正方形、L字形、T字形をそれぞれ（図13）のように3つの部屋に分けた時、建物の強さはどうなるかを考えた。

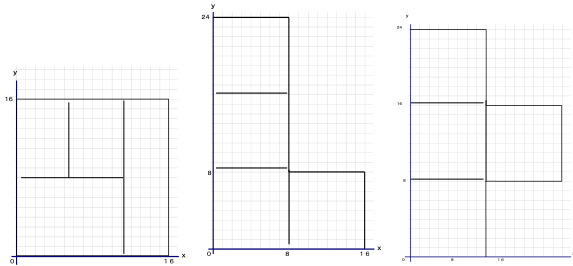
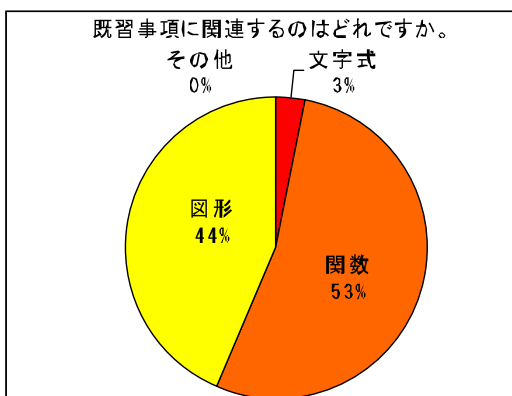


図 13

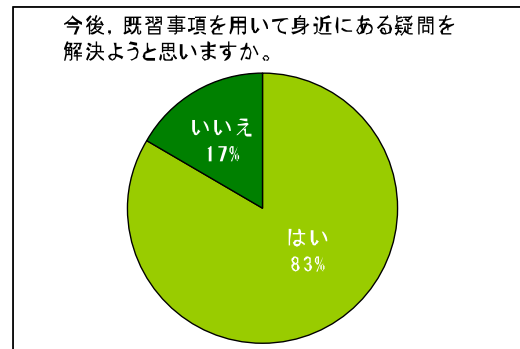
6. アンケート結果と考察

授業の終わりにアンケートを行った。その結果について報告する。



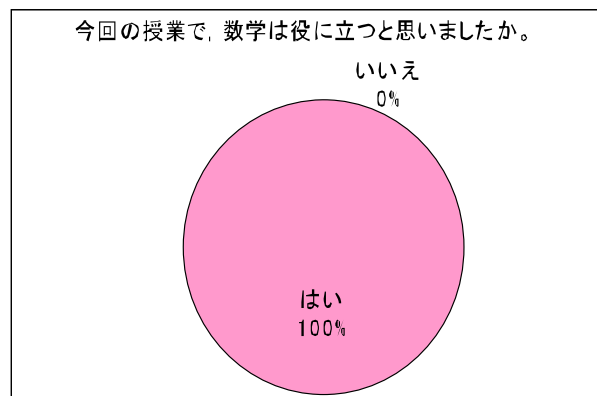
グラフ 1

本時の授業では、図形を座標平面上で考えたため、座標を用いたことから、関数と答えた生徒が多かった（グラフ1）。



グラフ 2

グラフ2から、既習事項を用いて生活に現れる疑問を解決し、数学のよさを伝えられたと考える。



グラフ 3

グラフ3から、数学の便利さを生徒が実感できたと考ええる。

「数学のよさや便利さは何だと思えますか。」という質問に対する答えを紹介する。

- 正確にわかる。
- 日常生活に生かせる。
- 身近にある事柄が、今までに習ったことなどから求めていけること。
- 計算で疑問に思う所もなくせる部分。
- 計算で安全性など、身の回りのことを知ることができる。

- 素早く求めることができる。
- 実際にやらなくても数で求められる。
生徒の感想の一部を紹介する。
- 重心は、今までの学習を使って計算することが出来たし、剛心では、計算式を使って求めることができ、より身近に数学が応用されていることが分かりました。身近な数学を色々使っていきたいと思いました。
- 生活に密着した内容で実験をしたりして実際に確かめることができた。計算でも求められてすごいなあと思った。
- とてもわかりやすい授業でした。色など使ってあったり、実際に自分たちで実験したりすることで面白さが伝わりました。ちょっと数学の見方が変わったように感じました。
- 難しかったけど、話を聞いたり、プリントを見たりして解いていくことができました。数学ができれば、身のまわりのことでいろんなことが求められて、便利だと思いました。
- 実験やプリントや黒板を通して、とても分かりやすく勉強ができたのでよかったです。また、身近なところでも多く数学が利用されていることが分かりました。

「数学のよさや便利さは何だと思えますか。」という質問に対し、「日常生活に生かせること。」や、「身近にある事柄が、今までに習ったことなどから求めていけること。」などの回答が多く見られた。また、生徒の感想の中にも「身近なところでも多く数学が利用されていることが分かった。」や、「身近な数学を色々使っていきたい。」という感想が多く見られた。グラフ3, 4からも分かるように、

本授業でねらいとしていた、「既に習得している数学的な見方や考え方を日常生活で利用したり、既習事項を用いて生活場面に現れる疑問を解決したりして、数学のよさや便利さを実感する。」は達成できたと考える。

7. 今後の課題

今回の授業では、時間が足りなくなり、単元の最後に予定していた建物の形を設計することができなかった。そこで、指導案を見直し、より効率的な授業にしたい。

本授業を実践し、既習事項を用いて生活場面に現れる疑問を解決したりする授業は、数学のよさや便利さを実感するには有効であると考え。そこで、具体的活動を取り入れた日常生活に潜む数学教材の研究を、今後もさらに進めていき、新たな教材開発を行っていきたいと考える。

引用文献

[1] 国立教育政策研究所教育課程研究センター, 2003, 平成 15 年度小・中学校教育課程実施状況調査の質問紙調査集計結果 - 算数・数学 - .

http://www.nier.go.jp/kaihatsu/katei_h15/index.htm

[2] 文部科学省, 1999, 中学校学習指導要領解説, 数学編.

[3] 安震技術研究会, 地震に強い建物, ナツメ社, 2003.

[4] 濱口和博, 1995, 地震に強いマイホームづくり, ニューハウス出版.

[5] 堀江侑加・愛木豊彦, 総合的な学習の時間における教科発展型教材の提案, 2006 年, 数学教育学会春季年会発表論文集, pp.176-178.

[6] 堀江侑加・愛木豊彦, 総合的な学習の時間における教科発展型教材の実践, 2006 年, 数学教育学会秋季例会発表論文集, pp.73-75.

[7] 伊達文治, 1993, アルキメデスの数学 - 静力

学的な考え方による求積法 - , 森北出版株式会社. <http://members.aol.com/HouseCalc/main3b.htm>

[8] 東京書籍株式会社, 2002, 新しい理科5下.

[9] All About, All About 用語集, 不動産用語集

[11] 震源地分布図

<http://allabout.co.jp/house/>

[http://ishikawa.wni.co.jp/quake/longlifehouse/closeup/CU20050915A\\$spot.html](http://ishikawa.wni.co.jp/quake/longlifehouse/closeup/CU20050915A$spot.html)

?FM=dailynews

<http://ishikawa.wni.co.jp/quake/>

[12] Google マップ

[10] より「いい家」を造るために!, 建物のね

じれの話2

<http://maps.google.co.jp/>