

代数学 I(生命工学科) 試験 2005 年 7 月 28 日実施

1. 次の $\mathbb{R}^3$ の基底からシュミットの直交化法により正規直交基底を作れ.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2. 次の連立一次方程式を解け. また, 解の自由度はいくらになるか.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4u + 5v = 1 \\ 2x + y + z - u + 4v = 1 \\ -2x + 2y + z + 6u - 2v = 1 \end{cases}$$

3. 次の行列式を求めよ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & 2 & 2 \\ -3 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

4. 次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -2 & -4 \\ 5 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 6 & 6 \end{pmatrix}$, $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする.

条件「ベクトル $\mathbf{u}$ と $\mathbf{v}$ は線形独立であり, $A\mathbf{u}$ と $A\mathbf{v}$ は線形従属である」

をみたすベクトル $\mathbf{v}$ を求めたい.

- (a) $A\mathbf{x} = 0$ をみたすベクトル $\mathbf{x}$ をすべて求めよ.
(b) $A\mathbf{x} = 0$ なら, $\mathbf{v} = \mathbf{x} + c\mathbf{u}$ (c は任意の実数) は上の条件をみたすだろうか? もしみたさないならそれはどんなときか?
(c) 上の条件をみたす $\mathbf{v}$ で, $\mathbf{u}$ と直交し, 長さが 1 のものを求めよ.

以上