

代数学 I(生命工学科) 試験 2005年7月28日実施

1. 次の \mathbb{R}^3 の基底からシュミットの直交化法により正規直交基底を作れ.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2. 次の連立一次方程式を解け. また, 解の自由度はいくらになるか.

$$\begin{cases} 3x + 2y + 3z + 4u + 5v = 1 \\ 2x + y + z - u + 4v = 1 \\ -2x + 2y + z + 6u - 3v = 3 \end{cases}$$

3. 次の行列式を求めよ.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & -3 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

4. 次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & -4 \\ 4 & -10 & -14 \end{pmatrix}$$

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 6 & 6 \end{pmatrix}$, $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする.

条件「ベクトル \mathbf{u} と \mathbf{v} は線形独立であり, $A\mathbf{u}$ と $A\mathbf{v}$ は線形従属である」

をみたすベクトル \mathbf{v} を求めたい.

- (a) $A\mathbf{x} = 0$ をみたすベクトル \mathbf{x} をすべて求めよ.
(b) $A\mathbf{x} = 0$ なら, $\mathbf{v} = \mathbf{x} + c\mathbf{u}$ (c は任意の実数) は上の条件をみたすだろうか? みたさないならそれはどんなときか?
(c) 上の条件をみたす \mathbf{v} で, \mathbf{u} と直交し, 長さが 1 のものを求めよ.

以上