解析学I　講義計画

金曜日４限目全共２３教室

担当教員：亀山敦（オフィスアワーとして木曜日午後 1 時から 4 時を設定します。亀山の部屋ー工学部 A631 にて質問を受け付けます）

教科書：基礎微分積分学 第 2 版, 江口正晃・久保泉・熊原啓作・小泉伸, 2002, 学術図書出版

成績評価：期末テストによる。ただし、講義中に行う演習、小テストなどの結果を考慮することもある。

岐阜大学 AIMS（`http://guaims.cc.gifu-u.ac.jp/`）にて、情報を配布することがあるのでアクセスできるようにしておくこと。

以下の講義計画表には明記しないが、理解度合を見て、適宜、演習・小テストを実施する。したがって、計画からはいくらかのずれが生じることがある。

数字は教科書のページ数

１週目 [講義の概観・実数について]1–11

この講義で半年かけてやること ··· 一変数関数の微積分学。

- 関数の例
- 微分とは
- 積分とは
- この講義のクライマックス ··· テイラーの定理と微積分学の基本定理

微積分学を構築していく上で、基礎となるのが「実数」である。「実数の連続性」をもとにして、解析学が成り立っている。ただし、そこに深入りしてしまうと、結構ややこしいので、バッサリと省略。

標語的にいうと、

実数の連続性 ··· 実数が切れ目なくつながっていること

であり、それは「有界で単調増加な数列は収束する」という形で表現できる。

数列の収束をマジメに考えようとすると、かなり難しい。（実は、解析学という学問の半分くらいは、収束の問題を論じているといっても過言ではないのである。）そこで、この講義では収束をあまりマジメに扱うのをやめて、なるべく楽をすることにする。収束のちゃんとした定義（ϵ-N 論法という）はあるのだが、それは眺める程度にして、「有界単調列は収束する」「ハサミウチ論法」という議論だけを使って、できるところまで進めていくことにする。

- ネイピアの数（自然対数の底）$e = \lim_{n\to\infty}(1+1/n)^n$ が存在すること。
- 実数 $a > 0$ と b に対して a^b が定義できること。
- 実数 $a > 1$ と自然数 k にたいして $\lim_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n^k} = \infty$ となること。

２週目 [連続関数について]11–16

関数の定義域、値域。合成関数。

収束の概念を使うと、関数が連続であることが定義できる。つまり、関数 $f(x)$ が $x = a$ で連続であるとは、$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ となることと定めるのである.

前回は、数列の収束 $\lim_{n\to\infty} a_n$ で、今回は関数の収束 $\lim_{x\to a} f(x)$ であるが本質的には違いはない。変化させる変数が離散的（n は自然数）か連続的 (x は a に近い実数) かの違いである。

前回言及した ϵ-N 論法は

「数列 $a_1, a_2, \cdots$ が a に収束するとは、どんな正の実数 $\epsilon > 0$ を持ってこられても十分大きな自然数 N を持ってきて, N 以降の n で a_n と a の誤差を ϵ より小さくできること」

と書くことができる。関数の収束の場合は ϵ-δ 論法といい、似たような形で表される。

- 多項式は連続関数である。
- 有理式は分母が 0 にならない x で連続関数である。

中間値の定理と最大値・最小値の原理

３週目 [いろいろな関数]16–27

単調関数、逆関数。

三角関数とは（高校の復習）

指数関数・対数関数・逆三角関数・逆双曲線関数

４－５週目 [関数の微分]28–35, 50–52

微分の定義。

和・積・商の微分。合成関数・逆関数の微分。

関数の極値。

関数のグラフを描く。

６週目 [関数の近似１]31, 35–42

ランダウの記号。

平均値の定理。

高階微分。

７－８週目 [関数の近似２]43–50

テイラーの定理。

テイラー展開。

９週目 [不定積分]87–91

１０－１１週目 [有理関数の不定積分]92–102

１２週目 [定積分]102–110

微積分学の基本定理

１３週目 [広義積分]110–115

１４－１５週目 [面積・体積・曲線の長さ]115-122