力学系レポート問題 2005年1月

1. 次の線形微分方程式について、原点は平衡点である. 原点の安定性を調べよ(漸近安定・安定・不安定のいずれになるか? また、湧点・沈点・鞍点になるか?)

(a)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= & 2x_2 + x_3 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= 2x_1 - 4x_2 + x_3 \end{cases}$$
(b)
$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -2x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_2 \\ \dot{x}_3 &= 2x_1 - x_3 \end{cases}$$

2. 次の微分方程式のすべての平衡点を求め、その安定性を調べよ、さらに、おおよその相図を描け、

(a)
$$\begin{cases} \dot{x} = x(1-xy) \\ \dot{y} = 2y(1-x) \end{cases}$$
 $(x,y \ge 0$ の範囲で考える)
(b) $\begin{cases} \dot{x} = 1-y \\ \dot{y} = 9(y-x^2) \end{cases}$ (c) $\begin{cases} \dot{x} = y^2 \\ \dot{y} = x+y^3 \end{cases}$