

力学系 中間試験問題 (2006/1/12)

次の4問から3問選択して答えよ.

1. 次の方程式の一般解を求めよ.

$$(a) \quad \ddot{x} + x = \sin^2 t \quad (b) \quad \begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = x - y + e^t \end{cases}$$

2. 次の微分方程式の初期値問題をヒントに従って解け.

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y + z \\ \dot{y} = y + z \\ \dot{z} = z \\ x(0) = a, y(0) = b, z(0) = c \end{cases}$$

ヒント: まず, 第3式をつかって z を求め, それを第2式に代入して y を求めよ.

3. 次の方程式について問に答えよ.

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{3t+2}{2t}x - \frac{t}{2}y \\ \dot{y} = -\frac{x}{2t} + \frac{3y}{2} \end{cases}$$

(a) $u = x/t + y, v = x/t - y$ と変換して u, v の方程式に直せ.

(b) (a) で求めた方程式を解き, 元の方程式の一般解を求めよ.

4. 次の方程式の初期値問題の 0 のまわりのべき級数解を4次の項まで求めよ.

$$\begin{cases} \dot{x} = (1+t)x^2 + e^t \\ x(0) = 1 \end{cases}$$