

数理的考察のよさを味わう教材の提案 てこを用いた授業実践報告

岩崎美奈¹, 愛木豊彦²

子ども達に数学のよさをどのように伝えていくのかは数学教育における重要な研究課題の一つである。近年, その課題に対して具体的事象を数理的に考察する活動を行う授業案がいくつか提案されている。一般に日常事象を厳密に考察する場合, その計算過程は複雑で, 教材として取り扱うには, 条件の理想化を必要とすることが多い。これも数学のよさの一つではあるが, 厳密に事象を見つめる体験から得られる数学のよさもあるのではないだろうか。そこで本論文では, このような視点からてこを用いた教材を提案する。さらに, その授業実践の結果, およびその分析を報告する。

<キーワード> 数と計算, 文字式, 一般化, 実験

1. はじめに

現在「理数科離れ」が深刻な問題となっている。近年のIEA(国際教育到達度評価学会)の調査でも, 国際的に見て, 数学の得点は高いレベルにあるにも関わらず, 数学を「大好き」「好き」と答えた生徒の割合は最低レベルであるという結果になった。この調査からも, 数学の問題は解けるが, 数学は嫌いという生徒が多いということが窺える。

生徒が数学を嫌いと思う原因の一つに「数学は役に立たない」「面白くない」と感じていることがある(林・愛木 [1])。これは, 数学が嫌いという生徒を減らすためには, 数学の有用性や面白さをより具体的に伝えることが有効だということを示唆している。生徒が数学の有用性やよさを感じられ, 興味を持って取り組めるように, 本論文では, 日常事象に現れる問題の数学による解決を目指した教材を提案する。(このような教材開発の必要性は剣持・越川 [2] や愛木 [3] で既に指摘されている。) 学習指導要領の中学校数学科の目標には「事象を数理的に考察する能力を高め

る」こととあるが, 日常事象に現れる問題を数学によって解決することは, まさしく事象を数理的に考察することである。このことから, 日常事象に現れる問題の数学による解決を目指した教材は有効であるといえる。

日常事象の数理的な考察といっても, その程度はさまざまである。例えば, 教科書の章末問題等でも日常事象を数理的に考察しているものは多いが, それらは学習した内容の定着やその確認を目的とするため, 複雑な現実の問題を理想化している。しかし, もし現実の問題を考えると, 理想化の過程を生徒に伝えた場合, 生徒は問題を完全に解決したと考えるだろうか。また, 理想化されすぎた教材では, 数学の日常生活への有用性を感じることは難しいのではないか。無論, 問題を理想化して考える力も生きる力として重要となってくる。しかし, 現代科学の研究状況から判断しても, 現実の問題をできるだけ理想化しないで考える経験も必要である。事象を正確に見つめる体験はものの見方を豊かにし, 数学のよさを感じる場ともなる。できるだけ

¹岐阜大学大学院教育学研究科

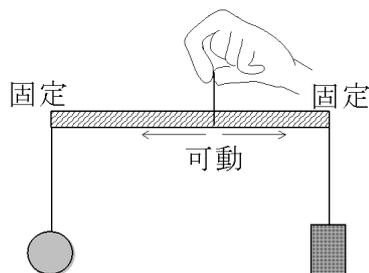
²岐阜大学教育学部

理想化しないで取り扱うことは、生徒の意欲をかきたて、問題解決後の満足度を高めることにつながる。そこで、本論文では日常事象をできるだけ理想化しないで取り扱える教材に着目する。

2. 教材について

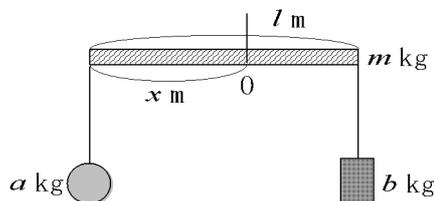
(1) 教材の説明

次のようなてこを考える。



棒の両端にひもを固定し、おもりを吊り下げる。棒を支えるひもの位置(支点)を動かして、水平につり合わせることを考える。小学校理科で学習するてこは、棒を支えるひもを棒の中心に固定し、おもりを動かしてつり合わせるものである。従って、今回扱うてこは、小学校で学習するてことは異なるため、「てこの原理」は成立しない(左右のおもりの重さが等しいときは除く)。

次のようなてこがつり合っているときの支点の位置を計算で求める。



棒の重さを $m\text{kg}$ 、長さを $l\text{m}$ 、おもりの重さを左右各々 $a\text{kg}$ 、 $b\text{kg}$ とする。てこがつり合っているときの支点の位置を左から $x\text{m}$ とする。 g を重力加速度とする。

一般に、物体に作用する力が物体を支点のまわりに回転させる力を(力の大きさ) \times (支点から力の作用点までの距離) で表し、これを支点のまわりの力のモーメントという。力

のモーメントがつり合うとき、物体は静止している。つまり、このてこの場合では、支点 O のまわりの力のモーメントがつり合っているのである。支点の左側については、おもりにかかる力のモーメントが $ag \times x$ 、棒にかかる力のモーメントが $\frac{x}{l}mg \times \frac{x}{2}$ となる。支点の右側についても同様に考え、モーメントがつり合っていることから、

$$agx + \frac{x}{l}mg \cdot \frac{x}{2} = bg(l-x) + \frac{l-x}{l}mg \cdot \frac{l-x}{2}$$

となる。これより、 $x = \frac{l(2b+m)}{2(a+b+m)}$ となる。

また、支点の位置は、

$$x : (l-x) = (b + \frac{m}{2}) : (a + \frac{m}{2}) \quad (*)$$

とも表せる。

このようなてこでは「てこの原理」は成立しないが、つり合っているときには上のような非常に簡単な関係が成り立っている。

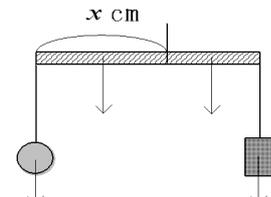
ここで、てこを教材として用いるために、モーメントの取り扱いについて述べる。小学校の理科では、てこの原理を学習する際、(おもりの数(力の大きさ)) \times (支点からの距離) を「てこを傾ける働き」として、てこがつり合うときにはそれらが左右等しいと学習する。「力の大きさ」が「おもりの数」となっているのは、等式を立てた際、重力加速度 g を等式の性質より消去できるからである。先に述べたように、厳密にはモーメントを考えなくてはならないが、中学校において重力加速度は学習しないことや、小学校の段階でこのような学習をしていること、本教材においては重力加速度を考慮に入れなくてもよい点からみて、モーメントを小学校での学習どおりてこを傾ける働きとして(おもりの重さ) \times (支点からの距離) と表すことにする。

つり合っているときの支点の位置は何通りかの考え方で求められる。以下に例を挙げる。

支点の求め方

棒の重さを mg , 長さを l cm , おもりの重さを左右各々 ag , bg とする。

左から x cm の場所できり合うとする。



$$ax + \frac{x}{l}m \times \frac{x}{2} = b(l-x) + \frac{l-x}{l}m \times \frac{l-x}{2}$$

$$x = \frac{l(2b+m)}{2(a+b+m)}$$

$x:y$ の場所できり合うとする。

$$\frac{x}{x+y}l \times a + \frac{xl}{x+y} \times \frac{1}{2} \times \frac{x}{x+y}m$$

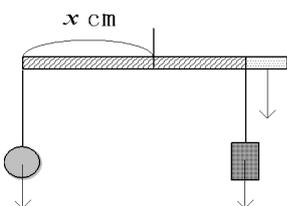
$$= \frac{y}{x+y}l \times b + \frac{yl}{x+y} \times \frac{1}{2} \times \frac{y}{x+y}m$$

$$x:y = (2b+m) : (2a+m) = (b+\frac{m}{2}) : (a+\frac{m}{2})$$

左から x cm , 右から y cm の場所できり合うとする。

$$\begin{cases} \frac{x}{x+y}l \times a + \frac{xl}{x+y} \times \frac{1}{2} \times \frac{x}{x+y}m \\ = \frac{y}{x+y}l \times b + \frac{yl}{x+y} \times \frac{1}{2} \times \frac{y}{x+y}m \\ x+y=l \\ x = \frac{l(2b+m)}{2(a+b+m)}, y = \frac{l(2a+m)}{2(a+b+m)} \end{cases}$$

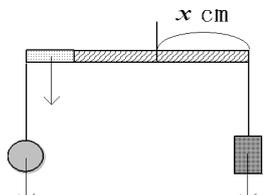
支点から端の長さが長い方を x cm とする。
(棒の長さが $2x$ と考えて)



$$ax = b(l-x) - \frac{2x-l}{l}m \times (l-x + \frac{2x-l}{2})$$

$$x = \frac{l(2b+m)}{2(a+b+m)}$$

支点から端の長さが短い方を x cm とする。

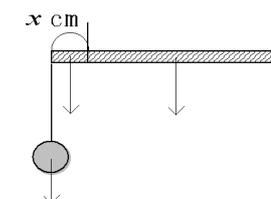


$$a(l-x) + \frac{l-2x}{l}m \times (\frac{l-2x}{2} + x) = bx$$

$$x = \frac{l(2a+m)}{2(a+b+m)}$$

支点の位置は, のように比を用いて表した方が明らかに簡潔である。

これまでに述べたてこは, 棒の両端におもりをつけているが, おもりを片側のみにしててもてこはかり合う。片側てこはおもりが両側にならなかり合わないとする生徒の予想を裏切る。この点から, 片側てこは生徒の興味・関心をひきやすいといえる。さらに, 方程式が簡単となり, 計算時間が短くなるため授業で扱いやすいという利点もある。このような場合に支点の位置を求める方法の例を挙げる。(他の方法については同様のため省略する)



棒の重さを mg , 長さを l cm , おもりの重さを ag とする。おもりから支点までの距離を x cm とする。

$$ax + \frac{x}{l}m \times \frac{x}{2} = \frac{l-x}{l}m \times \frac{l-x}{2}$$

$$x = \frac{lm}{2(a+m)}$$

$$x:(l-x) = m:(m+2a) = \frac{m}{2} : (\frac{m}{2} + a)$$

本論文では, 以上に述べたてこを教材として取り上げる。

(2) 教材のねらい

本教材のねらいは以下の二つである。

- ・ 日常事象に現れる問題の数理的考察から数学の有用性や数学のよさを感じる。
- ・ できるだけ理想化していない事象を扱うことで、学習意欲を高め、問題解決後の満足度を高める。

有用性やよさを感じることは、数学への更なる興味を抱ききっかけとなると考える。

(3) 取り扱いについて

つり合っているときの支点の位置を求める際に必要な知識は、

- ・ 多項式の計算、 $(x + a)(x + b)$ の展開 (因数分解) [中学校第3学年]
- ・ 比 [小学校第6学年]
- ・ てこの原理 [小学校第5学年]
- ・ 力や重力について [中学校1分野]

などがある。力や重力に関する必要最低限の知識は中学校理科1分野の初期段階で学習する。よって、中学校第3学年での取り扱いが適当であると判断した。

本教材は、例えばつり合っているときの支点の位置を一般的に求める場合を、多項式の計算の発展問題として、通常の数学カリキュラムの中に組み込むことや、選択数学や総合的な学習の時間の教材として取り扱うことが考えられる。

近年、総合的な学習の時間用教材として、数学を用いた教材も多く提案されている(近藤・井上・愛木・山田 [4][5], 近藤・井上・愛木 [6][7], 村岡・愛木 [8], 剣持・佐藤・吉永 [9])。それらの中には、本教材同様に日常事象を数理的に考察する教材も見られるが、総合的な学習の時間で取り扱うように設定されているため、多くの時間や材料が必要で、通常の時間では取り扱いにくくなっている。その点、本教材は身近で手軽なものを考察の対象としているため、通常の数学の時間でも取り扱いやすい。

3. 教材の特徴

本教材の特徴は、

- 精密であること
- やや複雑な計算式を取り扱うこと
- 比を用いた表現の方が簡潔であること
- 身近な素材であること
- 一般化の過程を味わえること

である。それぞれについて詳細に解説する。

精密であること

本教材の最も大きな特徴は、計算で求めた支点の位置と実際にてこがつり合う支点の位置とが極めて近いことである。これは、本教材が殆ど理想化していない状態を考えているためである。

多くの数学の教材は、複雑な日常事象を理想化して考えている。数学という学問の性格上、やむをえないことではある。しかし、そればかりでは生徒が「役に立たない」「こんなことはありえない」などと感じ、数学に対してのイメージを悪化させることにもなりかねない。理想化していない現実そのものを自らの力で解決する体験は、生徒の大きな自信へとつながると考える。

また、生徒は実験などを行う際、細かいところを気にすることがあるので、教材が精密であることにより、生徒の満足度は大きく上がると考えられる。

やや複雑な計算式を取り扱うこと

計算がやや難しいことも本教材の特徴の一つである。その難しさとは、支点の位置を求める方程式の計算過程の複雑さと、支点の位置を一般的に求める際に登場する文字数の多さの二つである。具体的なてこのデータから生じる数を使った場合は、1次方程式なので中学生でも十分に解くことができる。一般的に求める場合は、棒の重さや長さ、おもりの重さ、支点の位置を表すのに最大6個の文字を使うことになる。中学校ではこれほど文字

の種類が多い計算を扱うことはない。しかし、計算途中で分母を払うなどをすれば中学生でも取り扱い可能であると考えた。複雑なものを計算によって簡略な形にまとめることができたという経験は、数学のよさを感じさせることとなるだろう。

しかし、ここで注意すべき点がある。一般に、文字を使う場合のその意味については、「未知の定数を表す場合」「数を一般的に表す場合」「変数を表す場合」に大きく分けられるが、本教材で使用する文字も用いられ方がそれぞれ異なる。中学校で扱う場合、この文字の意味を明確にしながら学習を行わないと、生徒は文字の多さに混乱してしまうと考えられるので、注意が必要である。

比を用いた表現の方が簡潔であること

本教材では計算結果を比で表したとき、より簡単な形となり、美しい形に表現される。現行の学習指導要領では、比について、小学校での取り扱いが大幅に削減された。しかし、日常生活でも比を用いた表現の方が簡潔で有効な場合もある。本教材は、そのよさを味わう場ともなりうる。

身近な素材であること

てこは生徒にとって身近で、実際に手にとって実験できるところも本教材のよさである。簡単に実験できるということは、数学と具体的な事象との関係を自らの手で実験して確かめられるということでもある。これは、生徒の興味関心をより引き出すこととなる。

一般化の過程を味わえること

実際このデータから、支点の位置を求めようとするとき、この長さが小数でもあり、その計算は容易ではない。しかし、だからこそその複雑さを動機として、種々のデータを文字で表した支点の位置を求める公式を作るという展開を行いやすい。つまり、特別な場合から一般の場合へという一般化を行う必然

性が高いということである。この点も本教材の特徴である。

一般化の考えは、中学校での数学の学習にとって重要な学習内容の一つである。また、数学を学習する上で一般化の考えは、次の学習への階段となるだけでなく、それまでの学習過程を見通しのよいものとし、更なる理解へとつなげる。そこから得られる満足感は数学の学習に対しての意欲を増進させるものとなる。本教材で公式作りを行う活動は、一般化の考えに焦点をあてることとなり、改めてそのよさを味わう場となる。

また、本教材では、棒の重さや長さ、おもりの重さなど全てを一般的に考えなくても、棒は変えずにおもりのみを一般的に考える場合やその逆の場合など生徒の状況に応じて臨機応変に対応できる。

4. 指導案例

指導案の展開はいくつか考えられる。簡単に例を紹介する。

(1) 支点の場所を求めよう

既習のてこの違いから、つり合っているときの支点の場所を求める活動を行う。提示するてこについては、

おもりを棒の端に左右それぞれ1個と2個つけたもの

おもりを棒の片側のみにつけたものなどが考えられる。

(2) つり合いの公式をつくろう

てこのつり合いに関して、公式を作成する活動を行う。一般化する対象としては、

棒とおもり両方

棒は固定し、おもりのみ(またはその逆)

などが考えられる。ただし、この活動は(1)の活動の後となる。

(3) てこに潜む関係を探ろう

おもりの個数を変え、てこに潜む関係を探る活動を行う。ただし、式化を行う場合は高等学校での取り扱いが適当である。

5. 実践と結果

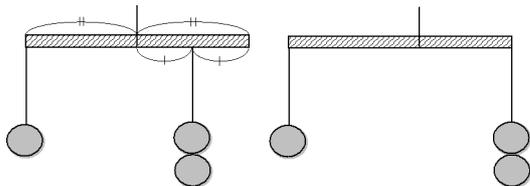
(1) 授業内容

平成 14 年 12 月 13 日 19 日に千葉大学教育学部附属中学校 3 年生 17 人を対象として選択数学の時間において、指導案例 (1) 及び (2) の実践を行った。てこは鉛筆とたこ糸 (第 2 時では糸) で作成し、全員が共通した計算ができるように、棒の重さなどは等しくなるようにした。授業の流れは次の通りである。

第 1 時

てこ A (支点を中心に固定し、おもりを自由に動かせるようにしたもの) を使って、おもりが 1 個と 2 個の場合などで、小学校で学習したてこの原理を復習した。その際、片側 2ヶ所におもりが付いている場合は、それぞれの (支点からの距離) × (おもりの重さ) を足したものがその側のおもりが棒を引っ張る力を表していることを確認した。

その後、てこ B (おもりを両端に固定し、支点を自由に動かせるようにしたもの) を提示し、おもりを左右に 1 個と 2 個つけてつり合わせた場合の支点の位置を予想し、実際に実験を行った。てこ A とてこ B の違いに着目し、てこ B がつり合うときの支点の位置を求めることを課題とし、追求を行った。



てこ A

てこ B

提示教材のデータ

棒：長さ 17.6cm，重さ 4g，おもり：1 個 3g

解答例

左から x cm の場所をつり合うとする。

$$\begin{aligned}
 3x + \frac{x}{17.6} \times 4 \times \frac{x}{2} \\
 &= 6(17.6 - x) + \frac{17.6 - x}{17.6} \times 4 \times \frac{17.6 - x}{2} \\
 x &= \frac{8 \times 17.6}{13} = 10.830 \dots \quad 10.8
 \end{aligned}$$

$17.6 - x = y$ (支点は右端から y cm) とすると、

$$x : y = \frac{8 \times 17.6}{13} : \left(17.6 - \frac{8 \times 17.6}{13}\right) = 8 : 5$$

第 2 時

個別に前時の追求の続きを行い、その後全体で交流を行った。他の場合はどうなるのだろうと考え、いつでも使える公式を作ろうを課題とし、追求を行った。

解答例

左から x cm の場所をつり合うとする。

$$\begin{aligned}
 ax + \frac{x}{l}m \times \frac{x}{2} &= b(l - x) + \frac{l - x}{l}m \times \frac{l - x}{2} \\
 x &= \frac{l(2b + m)}{2(a + b + m)}
 \end{aligned}$$

公式の例としては、

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{l(2a + m)}{2(a + b + m)} \\
 x : y &= (2b + m) : (2a + m) \\
 x : y &= \left(b + \frac{m}{2}\right) : \left(a + \frac{m}{2}\right)
 \end{aligned}$$

などが挙げられる。

これら二つの授業は、教材のねらいをもとに、第 1 時では事象を数理的に考察すること、第 2 時では公式を作る過程を体験することに重点をおき、数学の有用性やよさを感じる場となるように設定した。また、公式の表し方は 1 通りではないので、「わかりやすく簡単に」という視点を持って、公式を作る力、つまり関係を表現する力を養いたいと考えた。

(2) 実際の生徒の反応

授業の流れに沿って、生徒の反応を簡単に述べる。

第 1 時で行ったてこ B に対する支点の位置の予想は、殆ど全員がてこ A の場合と同様に考え「棒の (おもりが左に 1 個、右に 2 個に対し) 2 : 1 となる」と予想した。実際につり合わせて、予想と大きく異なることを確認した生徒は、てこに興味を示していた。考察に入ってから、てこ A とてこ B を比較し

て考える姿が目立った。しかし、どう考えていいのかわからず困っている生徒もいた。また、この誤差など細かいところを気にする生徒も数名いた。第1時終了時では、支点の位置を求めることができた生徒が1名、あと一歩という生徒が7名、全く異なる式を作ったり手をつけることのできなかつた生徒が9名であった。その理由としては生徒がてこの原理を力とは無関係に理解していることが推測される。

第2時では、第1時の続きにとても真剣に取り組んでいた。時間の関係で、求めることのできた生徒数名が黒板に発表する形で全体交流を行った。公式作りに関しては、進捗の関係から扱う時間があまりとれなかった。

(3) 学習に対する生徒の自己評価及び感想

第2時終了後に自己評価を行った。結果と反省点を簡単に述べる。「てこのつり合いに興味を持ったか(図1)」「つり合いの式を理解できたか(図2)」「公式をつくることができたか(図3)」の質問を行い、それぞれ5段階で自己評価をしてもらった。

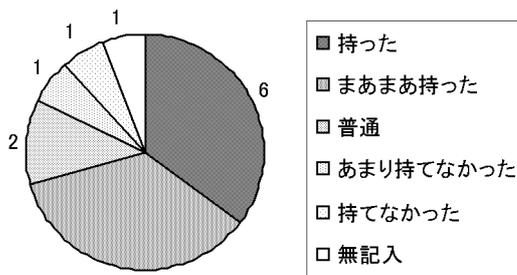


図1. てこのつり合いに興味を持ったか

図1では、多くの生徒がてこに対して興味を抱いていたことがわかる。

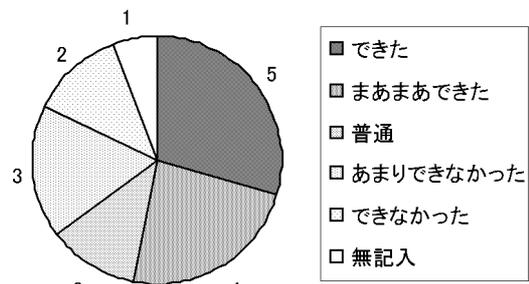


図2. つり合いの式を理解できたか

つり合いの式について時間の関係で十分な説明ができなかつたため、このような結果となった。授業者が理科に関して積極的な助言を行えなかつたことも原因の一つと思われる。この結果から、理科の内容に関する適切な助言がより必要であることがわかつた。

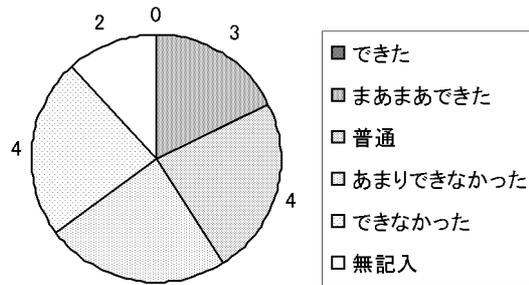


図3. 公式をつくることができたか

公式作りに関してはほとんど時間がない状態で、活動も途中までとなつてしまつたので、このような結果となった。しかし、公式作りの活動に対する生徒の様子から判断すると、時間が十分ならば多くの生徒ができるものと思われる。

以下は授業についての生徒の感想である。

- ・ 普段そんなに難しく考えないようなことを考えることが出来て良かった。
- ・ てこを見たときは今日は簡単そうだと思つていたら、大間違いでした。
- ・ てんびんの授業はおもしろかつたけど、もうあと1時間程やりたかつたです。
- ・ 式を作れたのはよかつたが、公式が作れなかつて残念だつた。
- ・ 式は作れたが計算をするのが大変だつた。
- ・ (第2時は) 前回と違い立式して公式を作る

こともでき、面白かった。

6. 教材の特徴と教材のねらいに対する考察

教材の特徴とねらいに対して、授業の様子と授業後のアンケートから考察を行う。

教材の特徴について

精密さについて

本教材は、計算で求めた支点の位置と実際にてこがつり合う支点の位置とが極めて近い。精密であることは生徒にどう影響したのかを考察する。

授業において、予想通り多くの生徒はとても細かいところを気にしていた。第1時では鉛筆にたこ糸を結んだてこを用意したのだが、糸の長さや結び目の向きなど細かい点を気にして、考察が進まない生徒もいた。第2時ではたこ糸を細い糸に変えて、より精密になるよう工夫したところ、細かい点を気にする生徒は減少し、ほぼ全員がてこのつり合いに集中して学習を進めていた。このことから、精密であることで、生徒は考察に集中できることがわかった。

また、計算で求めた値で実際にてこをつり合わせた生徒は、大変満足そうな表情であった。これは、教材が精密であったからこそ得られた満足感である。教材が精密であることは、生徒が問題を解決したときの満足感、達成感をより高めることとなった。

計算式の複雑さについて

本授業に現れる計算過程は簡単ではない。この過程が中学生にとって適切であるか。また、複雑であるがゆえの教育効果も期待したが、それは予想通りであったか。この2点について検証する。

まず、具体的な数値での計算について考察する。提示教材の棒の長さが17.6cmであることで小数が計算過程に現れるため、多数の生徒が計算間違いをしてしまうことを懸念していた。授業では計算ミスをした生徒もいた

が、それは後述するように、方程式の複雑さの影響が大きいと判断する。てこの数値データについては、長さ、重さの両方の値が整数となる教具の作成が困難なことや、できるだけ理想化をしていない教材を扱うことがねらいの一つであること、データが複雑なことは一般化の必要性を感じやすいこと、電卓を使う適切な場面ともなることから、本授業に登場したようなものでよいと考える。

次に、方程式の複雑さについて考察する。授業後のアンケートでも「計算が難しかった」「計算が大変だった」と回答する生徒が何人かいた。これらは文字式の計算を指していると思われ、今回扱った方程式は中学生にとってはやや複雑だったと考えられる。授業のねらいから判断しても、おもりを片側だけにして方程式を簡単にするなどの提示教材に対する再検討が必要である。文字数の多さに対しては「こんなに文字をたくさん使ったことはじめてなので楽しかった」という回答もあり、それほど抵抗を感じなかったようである。従って、提示教材を検討することにより、本教材は中学生に指導可能であるといえる。

解が簡単な形となる点について、公式を作成することができた生徒は「公式にしたら、非常に簡単に長さが出せるようになったので、おどろきました」と感想を述べていた。元の方程式が複雑であるため、解けたときの達成感も大きく、文字を用いた公式のよさも伝わりやすい。時間の都合上、今回、多くの生徒は公式作りを終えることができなかったが、もし到達できれば、文字で表すことのよさを強く再確認できると判断した。

比を用いた表現について

支点の位置は比を用いて表すと簡潔な形となる。比についての生徒の様子を考察する。

生徒は、最初の予想の段階で、全員が「1:2のところ」と比を用いた表現をしていた。しかし、その後支点の位置を求めたり、公式を

作成したりするとき、比を用いる生徒は現れなかった。公式を作成するとき、比を用いるよさを気付かせたいと考えたが、公式を完成するまではたどり着かなかったため、比の表現については授業で取り扱えなかった。

比での表現のよさを味わう場となるかどうかは、この実践では確かめることはできなかったが、生徒に比を用いるという発想が少ないことがわかった。

身近な素材であることについて

身近で簡単に実験できる場所も本教材のよさであった。授業において、身近であることはどの程度影響したかを考察する。

生徒は、てこが身近な素材であったため、支点の位置が予想と異なったことにとっても驚きを感じていた。「てんびんを見たときは今日は簡単そうだった」と感想に書く生徒もいて、身近な素材を扱うことによって、生徒は既に知っている知識と結び付けて問題解決に向っていることがわかった。そのためか「もう少しで分かりそうなのに、分からないのがとても楽しい」と感ずる生徒も見られ、本教材は十分に魅力的であることもわかった。

公式をつくること(一般化)について

公式作りの過程は一般化のよさを味わう場ともなる。公式作りに対する生徒の様子、及び一般化のよさを味わえたかという点について考察を行う。

公式作りの際、最初、生徒の中から言葉において(17.6cmを「てこの長さ」など)公式をつくればいいという発言があったが、文字でおけばいいという発言はなかった。これは、公式という言葉聞いて、理科の影響からこう答えたとみられる。暫らくして、より簡単にするために、文字でおけばいいという発言があったが、何を文字で置けばよいかという発問に対して、困難を感じていた。これは、文字の扱いについて、未知の定数を表しているのか、数を一般的に表すのかが不明確に

なっているからだと思われる。文字の意味を明確にする必要を強く感じた。

今回、進捗の関係で、多くの生徒が公式作りを終えることができなかった。しかし、「文字を使って考えることによって、どの場合でも適応できる公式をつくって考えてみたので、整理しやすかった」と感想に書く生徒もいた。これは一般化を行うことで、てこに対する理解が深まったためだと考えられる。このように、時間がないなかでも、一般化のよさを味わうことができた生徒もみられた。

教材のねらいについて

教材のねらいである「数学の有用性やよさを感じる」「学習意欲を高め、問題解決後の満足度を高めること」について検証する。

数学の有用性やよさについては、今回、特にそれを感じる場面であった公式作りがほとんど出来なかったため、生徒が十分に感じたとは言い難い。しかし、第2時終了後に行ったアンケートでは、この教材が数学を使うよさを実感する場となり得ることを示唆する結果が得られた。

アンケートでは「数学を使うよさはどのようなものだと思うか」「今回の授業でどういう点が数学だと思ったか」という質問を行った。以下が複数あった意見である。

数値にあらわして考えられる	5人
数学を使って考えると公式ができる	3人
順序をおって考えることができる	2人
計算を使って出すことができる	2人

表1. 数学を使うよさはどのようなものか

文字において公式を作ったところ	10人
計算を使って求める	4人

表2. どういう点が数学だと思ったか

数学を使うよさについては、表1にあるように「数値にあらわして考えられる」と答えた生徒が最も多い。次に「数学を使って考えると公式ができる」が多いことにはこの授業が影響していると思われる。また、どうい

点が数学だと思ったのかという質問に対しては、表2より「文字において公式を作ったところ」が10人と多く、一般化の過程に数学を使っているという実感を持っていることが分かる。以上より、生徒は公式を作ることに数学のよさや有用性を感じることができると考えられる。このことから、本教材は数学の有用性やよさを感じる場となり得るといえる。

学習意欲と問題解決後の満足度について述べる。学習意欲については、全体的にはこの考察に非常に熱心に取り組んでいたが、時間が経つにつれて、事象の複雑さや難しさ、出来そうで出来ないもどかしさから、意欲をなくしてしまう生徒もいた。これは先に述べた提示教材の検討や教師の助言などにより解決できると考える。問題解決後の満足感については、先の教材の特徴についての考察で述べたように、生徒は理想化せずに取り扱っている本教材だからこそその満足感、達成感を得ていたようである。

本教材は、この授業においてそのねらいを十分に達成することはできなかったが、授業の反省を生かし何点か検討を行うことにより、ねらいを達成できると考える。

7. 今後の課題

生徒は教材に興味を持ってとても熱心に取り組んでいた。事象を数理的に考察する活動は生徒にとって興味を抱く活動であり、数学のよさを感じ取る機会となることを再確認できた。しかし授業では、時間が不足し、ねらいを十分に達成することができなかった。

今後は、この反省を活かして、生徒が考察する際どの程度までできるのか、ということをもより慎重に検討し、学年や学習進度に応じた教材を考えていきたい。さらに、本教材についても問題点を改良し、機会があれば再度実践を行いたいと考える。また、本教材における活動についてももう少し自由度を持たせることができないか、という点についても考察

していきたい。

最後に、授業実践にあたり、多大なご協力をいただいた千葉大学教育学部附属中学校の皆様にご心から感謝いたします。

引用文献

- [1] 林英里奈・愛木豊彦, 2001, 算数教育に対する児童の意識調査と分析, 岐阜大学カリキュラム開発研究センター研究報告, Vol.21, No.2, pp.21-28.
- [2] 剣持信幸, 越川浩明, 1998, コンピュータ科学から数学教材を考える, 千葉大学教育実践研究第5号, pp.77-86.
- [3] 愛木豊彦, 2001, 算数・数学教材開発の今後の方向について, 岐阜大学カリキュラム開発研究センター研究報告, Vol.21, No.2, pp.1-8.
- [4] 近藤法和・井上春奈・愛木豊彦・山田雅博, 2001, 数理的な考え方を養う授業実践, 2001年度数学教育学会 秋季例会発表論文集, pp.151-153.
- [5] 井上春奈・近藤法和・愛木豊彦・山田雅博, 2001, 情報機器を活用した小学校での授業実践, 2001年度数学教育学会 秋季例会発表論文集, pp.154-156.
- [6] 近藤法和・井上春奈・愛木豊彦, 2002, 実験を中心とする「総合的な学習の時間」教材の提案, 2002年度数学教育学会 春季年会発表論文集, pp.1-3.
- [7] 井上春奈・近藤法和・愛木豊彦, 2002, 数理モデルを構成する授業実践, 2002年度数学教育学会 春季年会発表論文集, pp.4-6.
- [8] 村岡恵理・愛木豊彦, 2002, 算数的活動をもとにした「総合的な学習の時間」教材の実践, 2002年度数学教育学会 秋季例会発表論文集, pp.29-31.
- [9] 剣持信幸・佐藤直紀・吉永邦子, 2002, 数理的処理を目指した教材開発, 2002年度数学教育学会 春季年会発表論文集, pp.7-9.